

UDK 528.236:514.14:514.75:528.33:528.44(497.5)
Pregledni znanstveni članak

Transformacija koordinata iz Budimpeštanskog sustava na području Baranje u Gauss-Krügerovu projekciju

Nedjeljko FRANČULA, Nada VUČETIĆ – Zagreb¹

SAŽETAK. Budimpeštanski koordinatni sustav jedan je od starih koordinatnih sustava u kojima je u 19. stoljeću izvedena izmjera i izrađeni su katastarski planovi na području današnje Hrvatske. Za transformaciju koordinata iz Budimpeštanskog sustava na području hrvatskog dijela Baranje u Gauss-Krügerovu projekciju izračunati su, na osnovi pet identičnih trigonometrijskih točaka, parametri afine transformacije za dva polja. Izračunati su i parametri jedinstvene afine transformacije za cijelo područje Baranje u Hrvatskoj. Za svako polje dano je i standardno odstupanje točaka nakon transformacije.

Cljučne riječi: afina transformacija, Budimpeštanski sustav, Gauss-Krügerova projekcija, Baranja.

1. Uvod

Budimpeštanski koordinatni sustav jedan je od starih koordinatnih sustava u kojima je u 19. stoljeću izvedena izmjera i izrađeni su katastarski planovi na području današnje Hrvatske. Osnovni podaci o tim sustavima, podaci o transformaciji koordinata između tih starih sustava i sustava Gauss-Krügerove projekcije te o bogatstvu informacija koje planovi starih sustava sadrže i koje mogu poslužiti kao osnova za raznovrsna znanstvena istraživanja mogu se naći u geodetskoj literaturi (vidi Lapaine i Frančula 1990, Kretschmer 1974).

2. Transformacija koordinata iz starih sustava u Gauss-Krügerovu projekciju

U publikaciji Borčić i Frančula (1969) objavljeni su parametri za afinu transformaciju koordinata iz Kloštar-Ivaničkog, Budimpeštanskog i Južnog sustava kose konformne cilindrične projekcije u sustave Gauss-Krügerove projekcije na po-

¹ Prof. emeritus dr. sc. Nedjeljko Frančula, član emeritus Akademije tehničkih znanosti Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, e-mail: nfrancul@geof.hr, prof. dr. sc. Nada Vučetić, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, e-mail: nvucetic@geof.hr.

dručju Hrvatske. Naknadno su objavljeni i parametri za transformaciju koordinata iz Krimskog sustava (Frančula i Lapaine 2007) i Bečkog sustava (Frančula i dr. 2010) na području Hrvatske u Gauss-Krügerovu projekciju.

Parametri transformacije određeni su iz identičnih trigonometrijskih točaka u dva sustava (Starom sustavu i sustavu Gauss-Krügerove projekcije). Identične točke obično su točke viših redova – crkveni tornjevi. Iskustva u transformaciji Kloštar-Ivaničkog i Budimpeštanskog sustava pokazuju da u većini slučajeva nije moguće formirati polja transformacije manja od $30 \text{ km} \times 30 \text{ km}$, ako se želi kontinuirano pokriti neko veće područje (Borčić i Frančula 1969).

Katastarski planovi u Budimpeštanskom sustavu na području Hrvatske izrađeni su za područje uz rijeku Savu od približno Vrginmosta do Lipovca (područje bivše Vojne krajine) i za područje Baranje. U publikaciji Borčić i Frančula (1969) objavljeni su parametri za transformaciju za deset polja područja uz rijeku Savu, ali ne i za područje Baranje u Hrvatskoj. Za Baranju autori nisu imali podatke o trigonometrijskim točkama u Budimpeštanskom sustavu. Naknadno su od Zavoda za fotogrametriju d.d. Zagreb dobivene koordinate u Budimpeštanskom sustavu za 16 trigonometara na području Baranje i odgovarajuće koordinate u šestom sustavu Gauss-Krügerove projekcije ($\lambda_0 = 18^\circ$, $m_0 = 0,9999$) na lokalnom datumu s fundamentalnom točkom Hermannskögel blizu Beča i Besselovim elipsoidom iz 1841. Uspoređivanjem duljina strana izračunatih iz koordinata u oba sustava pronašli smo pet identičnih točaka. To su crkveni tornjevi trigonometara: 373 Duboševica, 104 Branjin Vrh, 29 Kopačevo, 98 Karanac i 83 Torjanci.

2.1. Afine transformacije formiranjem dvaju polja na području Baranje

Za izbor načina transformacije postoji veliki broj mogućnosti. U geodeziji i kartografiji veliku primjenu ima afina transformacija ravnine na ravninu. Ona se može doživjeti i kao aproksimacija proizvoljne funkcije, a bit će to bolja što je obuhvaćeno područje za transformaciju manje. To je svakako opravdanje da se pri transformaciji većih područja ona dijele na manje dijelove (polja) i na svakom od njih zasebno određuju parametri transformacije.

Afina transformacija obično se zapisuje u obliku:

$$\begin{aligned} y' &= a_1(y - y_0) + b_1(x - x_0) + y'_0 \\ x' &= a_2(y - y_0) + b_2(x - x_0) + x'_0 \end{aligned} \quad (1)$$

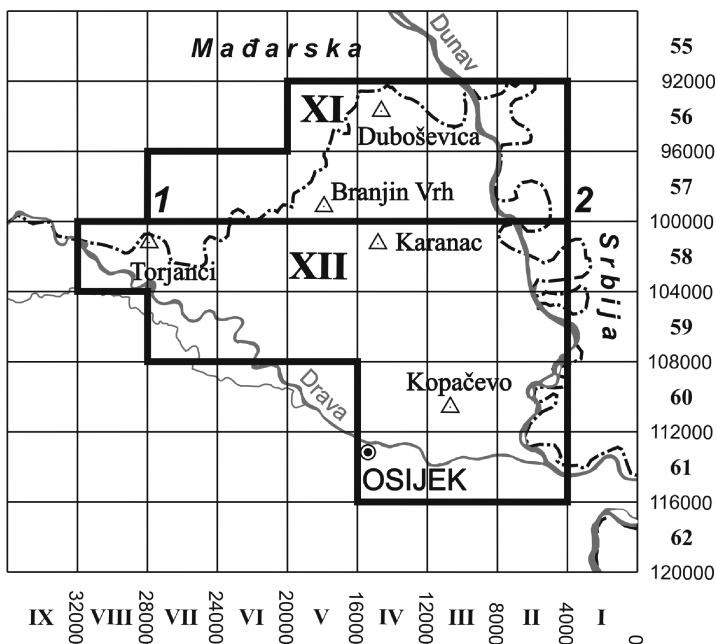
gdje su y , x koordinate točke u Starom sustavu, y' , x' koordinate transformirane točke u Gauss-Krügerovu projekciju, a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , y'_0 , x'_0 parametri transformacije te y_0 i x_0 unaprijed zadane konstante (Lapaine i Frančula 1994).

Iz pet identičnih točaka formirana su na području Baranje dva polja sa zasebnim parametrima afine transformacije. Budući da je na području uz rijeku Savu oformljeno deset polja (Borčić i Frančula 1969), ova na području Baranje dobila su oznake: XI i XII (slika 1). Parametri transformacije polja XI izračunani su iz točaka Duboševica, Branjin Vrh, Karanac i Torjanci, a polja XII iz točaka Branjin Vrh, Karanac, Kopačevo i Torjanci.

Parametri affine transformacije za svako pojedino polje određeni su primjenom metode najmanjih kvadrata. Uz parametre transformacije u tablici 1 za svako je polje dano i standardno odstupanje točaka nakon transformacije.

2.2. Jedinstvena afina transformacija za područje Baranje

Iz pet identičnih točaka, izračunali smo i parametre za jedinstvenu transformaciju cijelog područja Baranje. Podaci su dani u tablici 1, a oznaka polja je: Baranja.



Slika 1. Budimpeštanski sustav na području hrvatskog dijela Baranje.

Tablica 1. Parametri za transformaciju iz Budimpeštanskog sustava u Gauss-Krügerovu projekciju i standardno odstupanje točaka (s) nakon transformacije.

Polja	a_1	b_1	y_0 [hv]	y'_0 [m]	s [m]
	a_2	b_2	x_0 [hv]	x'_0 [m]	
XI	-1,8961532 -0,0258476	0,0255904 -1,8958456	18827,00 98832,23	6546167,08 5073008,96	0,42
XII	-1,8961441 -0,0258272	0,0255622 -1,8964469	17837,50 103058,80	6548151,36 5065020,09	0,18
Baranja	-1,8961425 -0,0256986	0,0255653 -1,8961956	17199,88 101186,78	6549312,52 5068585,90	1,02

2.3. Primjer računanja

Da bismo budućim korisnicima ovih parametara omogućili kontrolu računanja dali smo u tablici 2 primjere računanja za dvije točke. Izabrali smo točke na granici polja XI i XII i transformirali njihove koordinate iz Budimpeštanskog sustava u Gauss-Krügerovu projekciju pomoću parametara polja XI, XII i jedinstvenog polja Baranja.

Tablica 2. *Primjer transformacije koordinata.*

Točka	Polje	Budimpeštanski sustav		Gaus-Krügerova projekcija	
		y [hv]	x [hv]	y' [m]	x' [m]
1	XI	28000,00	100000,00	6528803,55	5070557,94
		4000,00	100000,00	6574311,23	5071178,28
1	XII	28000,00	100000,00	6528803,61	5070558,48
		4000,00	100000,00	6574311,06	5071178,33
1	Baranja	28000,00	100000,00	6528803,61	5070558,72
		4000,00	100000,00	6574311,03	5071175,48

2.4. Koordinatne razlike uzduž granice polja XI i XII

Za prethodni primjer računanja izabrali smo dvije točke uzduž granice polja XI i XII. Razlike između koordinata izračunatih s pomoću parametara polja XI i polja XII te jednog od tih polja i polja Baranja (tablica 3) još su jedan pokazatelj međusobne usklađenosti parametara transformacije. Za koordinatne razlike u tablici 3 između polja XI ili XII i polja Baranja izabrali smo veće razlike. U tablici su dane apsolutne vrijednosti.

Tablica 3. *Apsolutne vrijednosti koordinatnih razlika.*

Točka	Polja	Δy [m]	Δx [m]
1	XI, XII	0,06	0,54
2	XI, XII	0,17	0,05
1	XI, Baranja	0,06	0,78
2	XII, Baranja	0,03	2,85

3. Zaključak

Budući da su parametri transformacije određeni iz trigonometrijskih točaka, a ne iz identičnih točaka detaljne izmjere kojima su koordinate poznate u oba sustava, to navedeni parametri transformacije u većini slučajeva neće dati zadovoljavajuću točnost za potrebe suvremenog katastra. Međutim, ti se parametri mogu upotrijebiti za transformaciju podataka sa starih planova na Hrvatsku osnovnu kartu 1:5000 i topografsku kartu mjerila 1:25 000 u svrhu različitih istraživanja, npr. usporedbe izgrađenosti naselja, putne mreže, toponima i sl. u 19. stoljeću i današnjeg stanja.

Ako iz Budimpeštanskog sustava treba u Gauss-Krügerovu projekciju transformirati neko manje područje, tada se preporuča primjena parametara transformacije polja XI ili polja XII. (slika 1, tablica 1). Ako je riječ o transformaciji većeg područja, koje se prostire preko cijelog hrvatskog dijela Baranje ili njezinog većeg dijela, i ako se može prihvatiti navedeno standardno odstupanje, treba primijeniti parametre polja Baranja (tablica 1).

Literatura

- Borčić, B., Frančula, N. (1969): Stari koordinatni sustavi na području SR Hrvatske i njihova transformacija u sustave Gauss-Krügerove projekcije, Zavod za kartografiju Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Frančula, N., Lapaine, M. (2007): Transformacija koordinata iz Krimskog sustava na području Istre u Gauss-Krügerovu projekciju, Geodetski list, 3, 175–181.
- Frančula, N., Lapaine, M., Tutić, D., Manojlović, B. (2010): Transformacija koordinata iz Bečkog sustava na području Hrvatske u Gauss-Krügerovu projekciju, 2. hrvatski NIPP i INSPIRE dan i 6. savjetovanje Kartografija i geoinformacije, Opatija 25–27. studenoga 2010, Program i sažetci, str. 47.
- Kretschmer, I. (1974): Die Entwicklung der österreichischen Katastralmappen und ihre Bedeutung für Geographie, Mitteilungen der Österreichischen Geographischen Gesellschaft, 116/1–2, 206–218.
- Lapaine, M., Frančula, N. (1990): Prilog ocjeni točnosti pri afinoj transformaciji, Savjetovanje Katastar nepokretnosti, SGIGJ, Ilidža–Sarajevo, 63–76.
- Lapaine, M., Frančula, N. (1994): Osvrt na afinu transformaciju, Geodetski list, 2, 159–168.

Transformation of Coordinates from the Budapest System in the area of Baranja to the Gauss-Krüger Projection

ABSTRACT. The Budapest coordinate system is one of the old systems, which was used in the 19th century for survey and production of cadastral plans on the territory of today's Croatia. Parameters of affine transformation for two fields were calculated on the basis of five identical trigonometric points for the transformation of coordinates from the Budapest system in the area of Baranja to Gauss-Krüger projection. Parameters of a unique affine transformation for the whole area of Baranja in Croatia were also calculated. For each field the standard deviation of points after the transformation is given.

Keywords: affine transformation, Budapest system, Gauss-Krüger projection, Baranja.

Primljeno: 2011-11-22

Prihvaćeno: 2011-12-01