

## Utjecaj trajanja i temperature skladištenja na udio lakoze u jogurtu – faktorski plan 3<sup>2</sup>

Nada Vahčić, Mirjana Hruškar, Milana Ritz, Vera Vojnović

Izvorni znanstveni rad – Original Scientific Paper

UDK: 637.146.34

### Sažetak

*Udio lakoze u jogurtu se mijenja tijekom skladištenja, ovisno o temperaturi u skladištu i trajanju. U ovom radu uzet je faktorski plan 3<sup>2</sup> (dva faktora – trajanje i temperatura: tri razine) da bi se odredila jednadžba ovisnosti udjela lakoze o trajanju i temperaturi skladištenja. Jednadžba također može poslužiti za predviđanje utjecaja nekog trajanja skladištenja i temperature u skladištu na promjenu udjela lakoze unutar istraživanog razdoblja ili za pronaalaženje razina tih faktora, kojih je utjecaj na promjenu udjela lakoze minimalan. Efikasnost dobivene jednadžbe je 99,97%.*

*Riječi natuknice: udio lakoze, faktorski plan 3<sup>2</sup>, trajanje skladištenja, temperatura skladišta*

### Uvod

Faktorski planovi se široko primjenjuju u pokusima koji obuhvaćaju nekoliko faktora (varijabla), a potrebno je proučavati njihov zajednički utjecaj na rezultat.

Pod faktorskim planom razumijeva se istraživanje svih mogućih kombinacija razina faktora ili varijabla u svakom cijelovitom pokusu ili ponavljanju pokusa. Primjerice, ako je a razina faktora A i b razina faktora B, tada svako ponavljanje uključuje sve ab pokušne kombinacije. Kad su faktori složeni u faktorski plan, često se kaže da su unakrsni. Utjecaj faktora je definiran kao promjena u odgovoru, nastala promjenom u razini faktora. Najčešće se zove glavni utjecaj, jer se odnosi na primarne faktoare interesa u pokusima. Ako se faktori pojavljuju u više od dvije razine, postupno se moraju modificirati, a za izražavanje razlike između prosječnih odgovora postoji više načina. U nekim pokusima razlika u odgovorima između razina jednog faktora ne mora biti jednakna na svim razinama drugih faktora. U tom slučaju nastaje interakcija između faktora.

Poznavanje AB interakcije u nekim je slučajevima korisnije od razumijevanja glavnog utjecaja. Značajna interakcija će često pokriti značajnost glavnog utjecaja, te istraživač mora uspoređivati razine jednog faktora, npr. faktora A, s razinama drugih faktora, tako da se odredi glavni utjecaj faktora A.

Osim glavnih metoda za analizu faktorskog plana postoje i neki specifični

slučajevi, važni zbog česte primjene u istraživačkom radu, a osnova su i drugih planova velike praktične važnosti.

Prvi od tih posebnih slučajeva je s k-faktorom, svaki na samo dvije razine. Te razine mogu biti kvantitativne, npr. dvije vrijednosti temperature, tlaka ili trajanja, ili mogu biti kvalitativne, kao dva stroja, dva operatera, »visoka« ili »niska« razina faktora ili možda prisutnost ili odsutnost faktora.

Postupno ponavljanje takvih planova zahtijeva  $2 \times 2 \dots 2 = 2^k$  pokusa i zove se  $2^k$  faktorski plan. Drugi posebni slučaj je s k-faktorom, svaki na tri razine koji se zove  $3^k$  faktorski plan.

$2^k$  faktorski plan se primjenjuje osobito u ranijim stadijima pokusnog rada. Omogućuje najmanji broj pokusnih kombinacija kojima k-faktor može biti istraživan u kompletном faktorskem poretku. Budući da su samo dvije razine za svaki faktor, mora se prepostaviti da je odgovor približno linearan unutar granica razine izabranih faktora.

$3^k$  faktorski plan je uređen s k-faktorom, svaki na tri razine. Faktori i interakcije se označuju velikim slovima. Općenito, može se reći da se radi o tri razine faktora: niskoj, srednjoj i visokoj. Te se razine označuju brojkom (0) niske, (1) srednje i (2) visoke. Sve pokusne kombinacije u  $3^k$  faktorskem planu se označuju s k-brojeva, gdje prva brojka označuje razinu faktora A, druga razinu faktora B ... i k-ta brojka razinu faktora k. Npr. u  $3^2$  planu 00 označuje pokusnu kombinaciju u kojoj su A i B faktori oba na niskoj razini, 01 označuje pokusnu kombinaciju u kojoj je faktor A na niskoj, a faktor B na srednjoj razini. Ovaj sustav označivanja može poslužiti za  $2^k$  seriju planova. Brojčano označivanje u  $3^k$  serijama je bolje jer se može lakše proširiti na druge sustave faktorskog planova (Montgomery, 1984.).

### Metode rada

Najjednostavniji plan u  $3^k$  sustavu je  $3^2$ , tj. dva faktora, svaki od njih na tri razine. Pokusne kombinacije za ovaj plan prikazane su na slici 1.

FAKTOR B	FAKTOR A		
	nisko (0)	srednje (1)	visoko (2)
nisko (0)	00	10	20
srednje (1)	01	11	21
visoko (2)	02	12	22

Slika 1. Kombinacije postupka u  $3^2$  planu

Figure 1 Treatment combinations in a  $3^2$  design

Ovdje postoji  $3^2 = 9$  pokusnih kombinacija i 8 stupnjeva slobode među njima. Glavni utjecaji su A i B, svaki od njih s 2 stupnja slobode i AB interakcija s 4 stupnja. Ako postoje n-ponavljanja, bit će  $n3^2 - 1$  stupnjeva slobode za ukupno i  $3^2(n-1)$  stupnjeva slobode za analitičku grešku. Sume kvadrata za A, B i AB

mogu se izračunati uobičajenim metodama za  $2^k$  faktorski plan ili alternativno Yatesovim algoritmima za  $3^k$ -seriju. Suma kvadrata za bilo koji glavni faktor može biti podijeljena na linearu i kvadratnu komponentu, svaka sa svojim stupnjem slobode, primjenom ortogonalnih kontrastnih konstanta. Naravno, to je samo značajno ako je faktor kvantitativan i ako su tri razine jednako rasprostranjene.

*Tablica 1. Analiza varijance za  $3^k$  plan  
Table 1 Analysis of variance design  $3^k$*

Izvor varijacija Source of variation	SS	Stupnjevi slobode Degrees of freedom
K Glavni utjecaj Main effects		
A	SS <sub>A</sub>	2
B	SS <sub>B</sub>	2
.	.	.
.	.	.
.	.	.
K	SS <sub>K</sub>	2
(K) Dva faktora interakcije (2) Two interaction factors		
AB	SS <sub>AB</sub>	4
AC	SS <sub>AC</sub>	4
.	.	.
.	.	.
.	.	.
JK	SS <sub>JK</sub>	4
(K) Tri faktora interakcije (3) Three interaction factors		
ABC	SS <sub>ABC</sub>	8
ABD	SS <sub>ABD</sub>	8
.	.	.
.	.	.
.	.	.
IJK	SS <sub>IJK</sub>	8
(K) K-faktor interakcije (K) K interaction factor		
ABC .... K	SS <sub>ABC ... K</sub>	$2^K$
Pogreška Error	SS <sub>E</sub>	$3^K (n-1)$
Ukupno Total	SS <sub>T</sub>	$n^{3K}-1$

Interakcije AB mogu biti podijeljene dvojako. Prvi način sastoji se od dijeljenja AB u četiri samostalne komponente, svaka sa svojim stupnjem slobode  $AB_{LxL}$ ,  $AB_{LxQ}$ ,  $AB_{QxL}$  i  $AB_{QxQ}$ . To je određeno primjenom ortogonalnih kontrastnih konstanta.

Dруги се наčин темељи на ortogonalnom Latinskom kvadratu. Dva faktora A i B odgovaraju redovima i stupcima, odnosno  $3 \times 3$  Latinskom kvadratu. Dva odvojena  $3 \times 3$  Latinska kvadrata su povezana ortogonalno, tako da je jedan kvadrat naslonjen na drugi, npr. svako slovo u prvom kvadratu će se pojaviti točno jednom sa svakim slovom u drugom kvadratu.

Općenito, suma kvadrata izračunana iz kvadrata (a) zove se AB komponenta interakcije. Obje komponente AB i  $AB^2$  imaju dva stupnja slobode. AB i  $AB^2$  komponente AB interakcije bez praktičnog su značenja i često nisu prikazane u tablici analize varijance. Ponekad je to dijeljenje AB interakcije u dvije ortogonalne komponente s dva stupnja slobode vrlo korisno u konstrukciji mnogo složenijih planova. Ne postoji veza između AB i  $AB^2$  komponenata i interakcije i sume kvadrata za  $AB_{LxL}$ ,  $AB_{LxQ}$ ,  $AB_{QxL}$  i  $AB_{QxQ}$ . AB i  $AB^2$  komponente interakcije mogu se izračunati i na drugi način.

Koncept primijenjen u  $3^2$  i  $3^3$  faktorskom planu može biti proširen za k-faktor i svaki je na tri razine, a to je  $3^k$  faktorski plan. Općenito, brojkama označujemo kombinaciju postupka, pa tako 0120 predstavlja tu kombinaciju u  $3^4$  faktorskom planu za A i D na niskoj, B na srednjoj i C na visokoj razini.

Postoji  $3^k$  kombinacija postupka s  $3^{k-1}$  stupnjeva slobode među njima. Te kombinacije koriste se sumom kvadrata izračunanim za k-glavnih utjecaja, svaki s dva stupnja slobode:

k ( $\binom{k}{2}$ ) dvofaktorskih interakcija, svake s četiri stupnja slobode, jednu k-faktorsku interakciju s  $2^k$  stupnja slobode.

Općenito, n-faktorskih interakcija ima  $2^n$  stupnjeva slobode. Uz n-ponavljanja broj je stupnjeva slobode za ukupno  $n3^{k-1}$  i  $3^k$  ( $n-1$ ) stupnjevi su slobode za analitičku pogrešku (Montgomery, 1984.). Analiza varijance prikazana je u tablici 1.

## 2. Rezultati rada i rasprava

Na promjenu udjela lakoze u jogurtu utječu trajanje i temperature skladištenja (Rašić, 1978; Tamime, 1985; Kršev, 1989; Mann, 1990.).

Odarbane su tri temperature ( $+5^\circ\text{C}$ ,  $+15^\circ\text{C}$ ,  $+25^\circ\text{C}$ ) i tri razdoblja skladištenja (0 dana, 4 dana, 8 dana), uz faktorski plan ( $3^2$ ) s dva ponavljanja.

Udio lakoze određen je gravimetrijskom metodom (AOAC, 1990.).

Rezultati rada prikazani su u tablici 2.

Zaokruženi brojevi predstavljaju sumu dva paralelna određivanja.

$$F.C. = \frac{\Sigma Y^2}{a \cdot b \cdot n} = 297,2734722$$

$$SS \text{ ukupno} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - F.C. = 6,1258278$$

$$SS \text{ trajanje} = \sum_{i=1}^a \frac{Y_i^2}{a \cdot n} - F.C. = 5,207744467$$

$$SS \text{ temperatura} = \sum_{j=1}^b \frac{Y_j^2}{b \cdot n} - F.C. = 0,555244467$$

$$SS_{VT} \text{ interakcija} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{ij}^2}{2} - F.C. - SS_y - SS_T = 0,361088866$$

$$SS_{\text{San. pogreška}} = SS_{\text{uk.}} - SS_{\text{vrij.}} - SS_{\text{temp.}} - SS_{VT} \text{ interakcija} = 0,0017502$$

Tablica 2. Udio lakoze u jogurtu skladištenom pri 3 različite temperature tijekom 10 dana

Table 2 Lactose content in yogurt during 10 days storage using three different temperatures

Trajanje Duration (dani) (days) (a)	Laktoza (%)			Lactose (%)
	Temperatura (°C) Temperature (°C)			(b)
	+5	+15	+25	$\Sigma Y_i$
0	4,73 9,48	4,74 9,48	4,75 9,51	28,47
	4,75	4,74	4,76	
4	4,28 8,55	3,98 7,95	3,81 7,60	24,10
	4,27	3,97	3,79	
8	3,91 7,80	3,25 6,54	3,11 6,24	20,58
	3,89	3,29	3,13	
$\Sigma Y_j$	25,83	23,97	23,35	$\Sigma Y = 73,15$

Tablica 3. Analiza varijance podataka iz tablice 1.  
Table 3 Analysis of variance for results in table 1.

Izvor varijacija Source of variation	SS	Stupnjevi slobode Degrees of freedom	MS	F
Trajanje Duration	5,2077444	2	2,6038722	13394,40
Temperatura Temperature	0,5552444	2	0,2776222	1428,09
VT interakcija VT interaction	0,3610888	4	0,0902722	464,36
Analitička pogreška Analytical error	0,0017502	9	0,0001944	
Ukupno Total	6,1258278	17		

$$F_{0,05}(2/9) = 4,26 \quad F_{0,05}(4/9) = 3,63$$

Trajanje i temperatura skladištenja te njihove interakcije visoko su signifikantne na razini procjene ( $p=0,05$  ili  $\alpha=0,95$ ). Linearni i kvadratni utjecaji temperature i trajanja mogu se odrediti na sljedeći način. Rezultati su prikazani u tablici 3. Suma kvadrata za svaki faktor jednaka je sumi kvadrata linearne i kvadratne komponente za pojedini faktor. Ako su oba faktora kvantitativna, kao što je ovaj slučaj, moguće je razdijeliti VT interakciju u četiri komponente, svaku s jednim stupnjem slobode, kako slijedi:  $VT_{LxL}$ ,  $VT_{LxQ}$ ,  $VT_{QxL}$ ,  $VT_{QxQ}$  pri čemu  $VT_{LxL}$  predstavlja interakcije linearog utjecaja trajanja i linearog utjecaja temperature.

Općenito, svaka dvofaktorska interakcija između kvantitativnih faktora može se rastaviti na  $(a-1) \cdot (b-1)$  komponente s jednim stupnjem slobode. Kadikad je teško protumačiti te komponente interakcije. Često je određena komponenta signifikantna zbog netipična odgovora u jednom polju. Tada se relativno jednostavno standardnim postupkom računaju samo komponente nižeg reda. Preostale komponente se smatraju pridruženim kao interakcijski utjecaj višeg reda. Statistička značajnost tih komponenata višeg reda može upućivati na vrlo složenu povezanost među faktorima.

Postupak računanja komponente interakcije s jednim stupnjem slobode zatičeva poznavanje sume kvadrata i ortogonalnih kontrastnih koeficijenata. Npr. na  $VT_{LxL}$  komponentu interakcije, prikazanu u tablici 4., vrijednosti u sredini tablice (npr.  $c_j$ ) utvrđene su množenjem linearog dijela koeficijenata trajanja i linearog dijela koeficijenata temperature.

Tablica 4. Polinomski utjecaj trajanja (V) i temperature (T)  
 Table 4 Polynomial effects of duration (V) and temperature (T)

Sume postupaka Treatment totals		Ortogonalni kontrastni koeficijenti (c <sub>j</sub> ) Orthogonal contrast coefficients	
Trajanje (Y <sub>i</sub> ) Duration	Temperatura (Y <sub>j</sub> ) Temperature	Linearni Linear	Kvadratni Quadratic
28,47	25,83	-1	+1
24,10	23,97	0	-2
20,58	23,35	+1	+1

$$\text{utjecaj} \sum_{j=1}^3 C_j Y_j \text{ i } \sum_{j=1}^3 C_j^2$$

$$V_L = -7,89$$

$$V_Q = 0,85$$

$$T_L = -2,48$$

$$T_Q = 1,24$$

### Suma kvadrata

$$\frac{\left( \sum_{j=1}^3 C_j Y_j \right)^2}{a \cdot n \sum_{j=1}^n C_j^2}$$

$$SS_{VL} = 5,187675 \quad SS_{VQ} = 0,020069444$$

$$SS_V = SS_{VL} + SS_{VQ} = 5,2077444$$

$$SS_{TL} = 0,512533333 \quad SS_{TQ} = 0,042711111$$

$$SS_T = SS_{TL} + SS_{TQ} = 0,5552444$$

Koeficijenti za VT interakciju ( $VT_{LxL}$ ,  $VT_{LxQ}$ ,  $VT_{QxL}$ ,  $VT_{QxQ}$ ): njihovi kontrasti i sume kvadrata za svaku interakciju prikazani su u tablici 5.

Vidljivo je da je suma kvadrata interakcije s 4 stupnja slobode jednaka zbroju sume kvadrata svake pojedine interakcije s jednim stupnjem slobode.

Tablica 5. Izračunavanje koeficijenata  $VT_{LxL}$ ,  $VT_{LxQ}$ ,  $VT_{QxL}$ ,  $VT_{QxQ}$  interakcijaTable 5 Computation of the  $VT_{LxL}$ ,  $VT_{LxQ}$ ,  $VT_{QxL}$ ,  $VT_{QxQ}$  interactions

Temperatura L Temperature	Temperatura Q Temperature	Temperatura L Temperature	Temperatura Q Temperature
VT -1 0 -1	VT +1 -2 +1	VT -1 0 +1	VT +1 -2 +1
-1 +1 0 -1	-1 -1 +2 -1	+1 -1 0 +1	+1 +1 -2 +1
0 0 0 0	0 0 0 0	-2 +2 0 -2	-2 -2 +4 -2
+1 -1 0 +1	+1 +1 -2 +1	+1 -1 0 +1	+1 +1 -2 +1
Kontrast	Kontrast	Kontrast	Kontrast
$VT_{LxL} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} Y_{ij}$ = -1,59	$VT_{LxQ} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} Y_{ij}$ = 0,93	$VT_{QxL} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} Y_{ij}$ = 0,37	$VT_{QxQ} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij} Y_{ij}$ = 0,49
Suma kvadrata $VT_{LxL}$ kontrasta je $SSVT_{LxL} =$ $= \frac{(VT_{LxL})^2}{n \sum \sum c_{ij}^2}$ $= 0,3160125$	Suma kvadrata $VT_{LxQ}$ kontrasta je $SSVT_{LxQ} =$ $= \frac{(VT_{LxQ})^2}{n \sum \sum c_{ij}^2}$ $= 0,0360375$	Suma kvadrata $VT_{QxL}$ kontrasta je $SSVT_{QxL} =$ $= \frac{(VT_{QxL})^2}{n \sum \sum c_{ij}^2}$ $= 0,0057041$	Suma kvadrata $VT_{QxQ}$ kontrasta je $SSVT_{QxQ} =$ $= \frac{(VT_{QxQ})^2}{n \sum \sum c_{ij}^2}$ $= 0,0033347$

$$SS_VT = SSVT_{LxL} = SSVT_{LxQ} = SSVT_{QxL} = SSVT_{QxQ} = 0,3610888$$

Proširena analiza varijance prikazana je u tablici 6.

Tablica 6. Analiza varijance podataka tablice 1.

Table 6 Analysis of variance for the results in table 1.

Izvor varijacija Source of variations	SS	Stupnjevi slobode Degrees of freedom	MS	F
Trajanje				
Duration	5,2077444	2	2,6038722	13394,40
$V_L$	5,1876750	1	5,1876750	26685,57
$V_Q$	0,0200694	1	0,0200694	103,24
Temperatura				
Temperature	0,5552444	2	0,2776222	1428,09
$T_L$	0,5125333	1	0,5125333	2636,49
$T_Q$	0,0427111	1	0,0427111	219,71
VT interakcija				
VT interaction	0,3610888	4	0,0902722	464,36
$VT_{LxL}$	0,3160125	1	0,3160125	1625,58
$VT_{LxQ}$	0,0360375	1	0,0360375	185,38
$VT_{QxL}$	0,0057041	1	0,0057041	29,34
$VT_{QxQ}$	0,0033347	1	0,0033347	17,15
Analitička pogreška				
Analytical error	0,0017502	9	0,0001944	
Ukupno				
Total	6,1258278	17		

$$F_{0,05} (2/9) = 5,12$$

$$F_{0,05} (1/9) = 4,26$$

$$F_{0,05} (4/9) = 3,63$$

Obje linearne i kvadratne komponente trajanja i temperature skladištenja visoko su signifikantne, interakcije  $VT_L \times L$ ,  $VT_L \times Q$  su također visoko signifikantne, dok su  $VT_Q \times L$  i  $VT_Q \times Q$  znatno manje, ali također značajne.

Proširena analiza varijance prikazana je u tablici 6. Obje linearne i kvadratne komponente trajanja su statistički visoko signifikantne. Isto vrijedi i za temperaturu. Interakcije  $VT_L \times L$ ,  $VT_L \times Q$  visoko su signifikantne, a interakcije  $VT_Q \times L$  i  $VT_Q \times Q$  su signifikantne. Ako uzmemo da je  $X_1$  trajanje i  $X_2$  temperatura, tada tablica 6. izražava polinomsku aproksimaciju za vrijednost lakoze.

$$Y(P_i) = \alpha_0 + \alpha_1 P_1(X_1) + \alpha_{11} P_2(x_1) + \alpha_2 P_1(x_2) + \alpha_{12} P_1(x_1) P_1(x_2) + \alpha_{122} P_1(x_1) P_2(x_2) + \varepsilon \quad (1)$$

gdje je  $\alpha_1$  linearni koeficijent trajanja

$\alpha_{122}$  koeficijent za linearni dio trajanja i kvadratni dio temperature

$P_j(x_j)$  ortogonalni polinomi

Ti koeficijenti i polinomi su izračunani točno po jednadžbama, kao npr:

$$\alpha_{12} = \frac{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 Y_{ij} P_1(x_{ij}) P_1(x_{2j})}{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 /P_1(x_{ij}) P_1(x_{2j})/^2}$$

$$P_1(x_1) P_1(x_2) = \lambda_1 \left[ \frac{x_1 - \bar{x}}{d_1} \right] \lambda_1 \left[ \frac{x_2 - \bar{x}}{d_2} \right]$$

Računajući svaki član u jednadžbi (1) na sličan način, rezultat je sljedeći:

$$\alpha_0 = \frac{Y}{a \cdot b} = 8,127$$

Linearni dio prvog faktora (trajanje):

$$\alpha_1 = \frac{-7,89}{2 - 6} \cdot \lambda_1 \cdot \frac{x_1 - 4}{4} = \frac{-7,89}{2 \cdot 6 \cdot 4} (x_1 - 4) = -0,1644 \cdot (x_1 - 4)$$

$$\lambda_1 = 1$$

Kvadratni dio prvog faktora (trajanje):

$$\alpha_{11} = \frac{0,85}{2 \cdot 6 \cdot 3} \cdot \lambda_2 \cdot \left[ \frac{x_1 - 4}{4} \right]^2 = \frac{0,85 \cdot (x_1 - 4)^2}{2 \cdot 6 \cdot 4^2} = \frac{0,85}{192} \cdot (x_1 - 4)^2 = \\ = 0,00442708 \cdot (x_1 - 4)^2$$

$$\lambda_2 = 3$$

Linearni dio drugog faktora (temperature):

$$\alpha_2 = \frac{-2,48}{2 \cdot 6} \cdot \lambda_1 \cdot \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right] = \frac{-2,48}{2 \cdot 6 \cdot 10} \cdot (x_2 - 15) = -0,0206666 \cdot (x_2 - 15)$$

Kvadratni dio drugog faktora (temperature):

$$\alpha_{22} = \frac{1,24}{2 \cdot 6 \cdot 3} \cdot \lambda_2 \cdot \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right]^2 = \frac{1,24}{2 \cdot 6 \cdot 3} \cdot \lambda_2 \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right]^2 = \\ = 0,0010333 \cdot (x_2 - 15)^2$$

Interakcija  $VT_{L \times L}$  (linearni dio trajanja i linearni dio temperature):

$$\alpha_{12} = \frac{-1,59}{2 \cdot 4} \cdot \lambda_1 \cdot \left[ \frac{x_1 - 4}{4} \right] \cdot \lambda_1 \cdot \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right] = \frac{-1,59 (x_1 - 4) \cdot (x_2 - 15)}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10} \\ = -0,00496875 \cdot (x_1 - 4) \cdot (x_2 - 15)$$

Interakcija  $VT_{L \times Q}$ :

$$\alpha_{122} = \frac{0,93}{2 \cdot 12} \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_1 \cdot \left[ \frac{x_1 - 4}{4} \right] \cdot \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right]^2 = \frac{0,93 \cdot (x_1 - 4) \cdot (x_2 - 15)^2 \cdot 3}{2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 100} \\ = 0,000290625 \cdot (x_1 - 4) \cdot (x_2 - 15)^2$$

Interakcija  $VT_{Q \times L}$ :

$$\alpha_{112} = \frac{0,37}{2 \cdot 12} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \left[ \frac{x_1 - 4}{4} \right]^2 \cdot \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right] = \frac{0,37 \cdot (x_1 - 4)^2 \cdot (x_2 - 15) \cdot 3}{2 \cdot 12 \cdot 4^2 \cdot 10} \\ = 0,000289062 \cdot (x_1 - 4)^2 \cdot (x_2 - 15)$$

Interakcija  $VT_{Q \times Q}$ :

$$\alpha_{1122} = \frac{0,49}{2 \cdot 36} \cdot \lambda_2 \cdot 2 \cdot \left[ \frac{x_1 - 4}{4} \right]^2 \cdot \left[ \frac{x_2 - 15}{10} \right]^2 = \frac{0,49 \cdot (x_1 - 4)^2 \cdot (x_2 - 15)^2 \cdot 9}{2 \cdot 36 \cdot 4^2 \cdot 10^2} \\ = 0,00003828 \cdot (x_1 - 4)^2 \cdot (x_2 - 15)^2$$

Uvrštenjem izračunanih koeficijenata u opći oblik jednadžbe (1) jednadžba je sljedeća:

$$Y = 8,127 + (-0,1644) (x_1 - 4) + 0,00442708 (x_1 - 4)^2 + (-0,020666) (x_2 - 15) + 0,0010333 (x_2 - 15)^2 - 0,00496875 (x_1 - 4) (x_2 - 15) + 0,00029063 (x_1 - 4) (x_2 - 15)^2 + 0,000289062 (x_1 - 4)^2 (x_2 - 15) + 0,00003828 (x_1 - 4)^2 (x_2 - 15)^2$$

Na sljedeći način može se izračunati efikasnost jednadžbe:

$$\begin{aligned} \text{EFIKASNOST JEDNADŽBE} &= \frac{SS_V + SS_T + SS_{\text{INT}}}{SS_{\text{uk}}} \\ &= \frac{5,207744467 + 0,555244467 + 0,361088866}{6,1258278} = \\ &= 0,9997 \cdot 100 = 99,97 \% \end{aligned}$$

### Zaključci

Svrha ovog istraživanja bila je primjenom faktorskog plana ( $3^2$ ) proučiti utjecaj trajanja i temperature skladištenja na promjenu udjela lakoze u jogurtu.

Statističkom interpretacijom rezultata istraživanja određena je jednadžba polinomskog tipa koja predstavlja površine odgovora i može poslužiti za predviđanje utjecaja nekog drugog trajanja i temperature skladištenja na promjenu udjela lakoze unutar istraživanog razdoblja ili za pronaalaženje razina tih faktora (trajanja i temperature), za koje je utjecaj na promjenu udjela lakoze minimalan.

Efikasnost te jednadžbe je 99,97 %.

### EFFECT OF STORAGE DURATION AND TEMPERATURE ON LACTOSE CONTENT IN YOGURT – FACTORIAL DESIGN $3^2$

#### *Summary*

*Lactose content changed during storage depending on duration and temperature in depot. In this article factorial design  $3^2$  (two factors – duration and temperature: three levels) was used to establish equation where lactose content is dependent and duration and temperature are independent variables. This equation could be used to predict lactose content at intermediate levels of duration and temperature or to find the levels of factors minimizing changes in lactose content. The efficiency of calculated equation was 99,97%.*

*Additional index words: lactose content, factorial design  $3^2$ , duration of storage, temperature in depot.*

### **Literatura**

- KRŠEV, L.J., Mikrobične kulture u proizvodnji mlijecnih proizvoda, Udruženje mlijekarskih radnika RH, Zagreb, 1989.
- MANN, E. (1990) Dairy Industries International, 55, 44-45
- MONTGOMERY, D.C., Design and analysis of experiments, John Wiley and sons, New York, 1984.
- Official methods of analysis of the Association of official analytical chemists, 15<sup>th</sup> ed. Arlington, 1990.
- RAŠIĆ, J.L., KURMAN, J.A., In yogurt – scientific grounds, technology, manufacture and preparations, Technical Dairy Publishing House, Copenhagen, 1978.
- TAMIME, A.Y., ROBINSON, R.K., Yogurt – science and technology, Pergamon Press, Oxford, 1985.

**Adrese autora – Author's addresses:**

Mr. Nada Vahčić  
Mirjana Hruškar, dipl. ing.  
Prof. dr. Milana Ritz  
Doc. dr. Vera Vojnović  
Prehrambeno-biotehnološki  
fakultet, Zagreb

**Primljeno – Received:**

1.8.1994.