

UDK 528.711.11:621.397.42:510.5:528.089.6  
Prethodno priopćenje / Preliminary note

# Algoritam za preciznu eliminaciju utjecaja distorzije objektiva digitalnih kamera

Mateo GAŠPAROVIĆ, Dubravko GAJSKI – Zagreb<sup>1</sup>

*SAŽETAK.* U ovom je radu izložen algoritam za preciznu eliminaciju utjecaja distorzije objektiva digitalnih kamera. Detaljno je objašnjena teorijska osnova te matematički model na kojem se temelji algoritam. S razvojem fotogrametrijskih alata unazad nekoliko godina došlo je do popularizacije fotogrametrije i njezinih produkata. Riječ je prije svega o algoritmima za automatsku korelaciju i produkciju oblaka gustih točaka koji su temelj za proizvodnju fotorealističnih 3D modela. Kao fotogrametrijski proizvod, fotorealistični 3D model danas je najzanimljiviji široj publici, kako u vizualizacijske tako i u mjerne svrhe. S obzirom na veliki broj različitih fotogrametrijskih alata postoji problem kvalitetnog modeliranja elemenata unutarnje orijentacije kamere. Mnogi softveri imaju kvalitetne i optimirane algoritme za automatsku korelaciju, no krajnji su rezultati često limitirani svojom točnošću zbog nedovoljno kvalitetnih matematičkih modela za modeliranje distorzije i ostalih geometrijskih pogrešaka prilikom nastanka snimke. Takav algoritam omogućuje da se kalibracijskim parametrima kamere, koji se temelje na primjerenim i visokopreciznim matematičkim modelima za modeliranje distorzije uz proveden postupak kalibracije, izvorna snimka transformira u idealiziranu snimku s koje je uklonjena većina geometrijskih pogrešaka kamere. Takva idealizirana snimka može biti korištena u najrazličitijim fotogrametrijskim alatima.

*Ključne riječi:* algoritam, distorzija objektiva, kalibracija kamera, fotogrametrija, idealizirana snimka.

## 1. Uvod

Danas smo svjedoci široke primjene digitalnih kamera, kako u mjerne tako i u nemjerne svrhe. Digitalne snimke, bilo da su snimljene profesionalnim mjernim kamerama, amaterskim kamerama (DSLR – engl. Digital single-lens reflex camera, kompaktnim fotoaparatom, akcijskim kamerama) ili kamerama na pametnim telefonima ili tabletima, opterećene su mnogim pogreškama. Izvor tih pogrešaka je nesavršenost izrade kamere, tj. optičkog sustava (leća, senzora itd.). Snimke

<sup>1</sup> dr. sc. Mateo Gašparović, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mgasparovic@geof.hr,

doc. dr. sc. Dubravko Gajski, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: dgajski@geof.hr.

snimljene superširokokutnim kamerama nerijetko zbog toga izgledaju nerealno, dok je naravno njihova upotrebljivost u mjerne svrhe u takvom stanju nemoguća. Budući da je poznat način nastajanja snimke taj proces može se opisati centralnom projekcijom sadržaja vanjskog prostora u prostor unutarnjeg snopa tj. projekcije na sam senzor. Takav postupak može se modelirati egzaktnim matematičkim izrazima te inverznim postupkom doći do stvarnog izgleda, odnosno idealizirane snimke. Kako bi se iz snimke opterećene različitim pogreškama mogla dobiti idealizirana „bespogrešna“ snimka, potrebno je definirati parametre unutarnje orijentacije kamere. U tu svrhu treba prije svega definirati matematički model za definiranje distorzijskih parametara. Takvih modela ima više, a među najznačajnijima su modeli autora Brown (1966), Torlegard (1967), Fryer i Brown (1986) te model TU Beč (Kager i dr. 2002, TU – njem. Technische Universität). Definiranjem modela pristupa se procesu kalibracije kamere tj. određivanja elemenata unutarnje orijentacije. Taj postupak može se provoditi na više načina: samokalibracijom, kalibracijom na zadatku, laboratorijskom kalibracijom itd. U suštini postupak podrazumijeva snimanje velikog broja poznatih, dobro definiranih prostornih točaka s više stajališta.

Budući da se na tržištu nalazi velik broj različitih fotogrametrijskih alata koji na različite načine modeliraju elemente distorzije, u većini slučajeva koristeći jednostavnije distorzijske modele, nerijetko u potpunosti zanemarujući tangencijalnu distorziju, potrebno je razviti način za kvalitetno uklanjanje distorzije s digitalnih snimaka. Takav postupak može biti predobrada digitalnih snimaka prije korištenja u daljnjoj obradi u fotogrametrijskim programima.

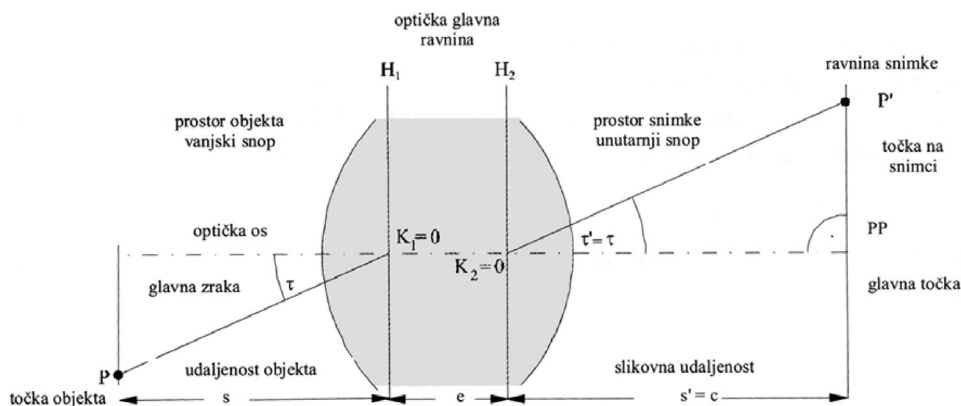
## 2. Što je idealizirana snimka?

Idealizirana snimka je snimka s koje je uklonjena većina geometrijskih (sustavnih) pogrešaka kamere kao što su: neokomitost osi, različito mjerilo po osima, radijalna i tangencijalna distorzija itd. Profesionalne mjerne kamere, robusne i kvalitetne izrade, imaju mali utjecaj takvih pogrešaka, ali je on i dalje prisutan te ga je stoga važno ukloniti. Na nemjernim kamerama (npr. Nikon D90 + SIGMA DGRF20/1.8 objektiv), koje se danas široko primjenjuju u mjerne svrhe, utjecaj radijalne distorzije može iznositi i do 80 px po svakoj od osi, što zapravo dovodi do pogreške od približno 110 px na slikovnoj matrici (Gajski i Gašparović 2015). Autori Gajski i Gašparović (2015) navode kako je za navedenu kameru i objektiv tangencijalna distorzija iznosila i do 2,5 px po svakoj osi, što zapravo dovodi do pogreške od približno 4 px na slikovnoj matrici. Iz prethodno spomenutih veličina jasno je kako je eliminacija utjecaja radijalne i tangencijalne distorzije nužna ako se planira digitalne snimke upotrebljavati u mjerne svrhe.

### 2.1. Realna i idealizirana geometrijska optika

Kako bi se preciznije objasnio pojam idealizirane snimke potrebno je detaljnije opisati razlike između realne i idealizirane geometrijske optike. Rezultat optičkog preslikavanja stvarnog svijeta u ravninu senzora može se aproksimirati centralnom projekcijom. U centralnoj projekciji točke predmeta preslikavaju se pomoću zraka koje prolaze kroz središte projekcije. Projekcijsko središte nalazi se na udaljenosti  $c$  od glavne točke snimke PP (slika 1). U idealiziranoj geometrijskoj optici

elementi objektivna prikazani su dvjema glavnim ravninama  $H_1$  i  $H_2$  (glavna ravnina unutarnjeg i vanjskog snopa), u kojima je mjerilo preslikavanja u smjeru okomitom na optičku os 1:1. Za optički sustav koji se sastoji od odnosa zrak-staklo-zrak, obje glavne točke (točke presjeka glavnih ravnina s optičkom osi) koincidiraju s čvornim točkama  $K_1$  i  $K_2$  (slika 1). Čvrne točke definirane su tako da glavne zrake prolaze kroz objektiv ne mijenjajući smjer, odnosno osni kut izlazne glavne zrake  $\tau'$  jednak je osnom kutu ulazne glavne zrake  $\tau$  (Kraus 2006).



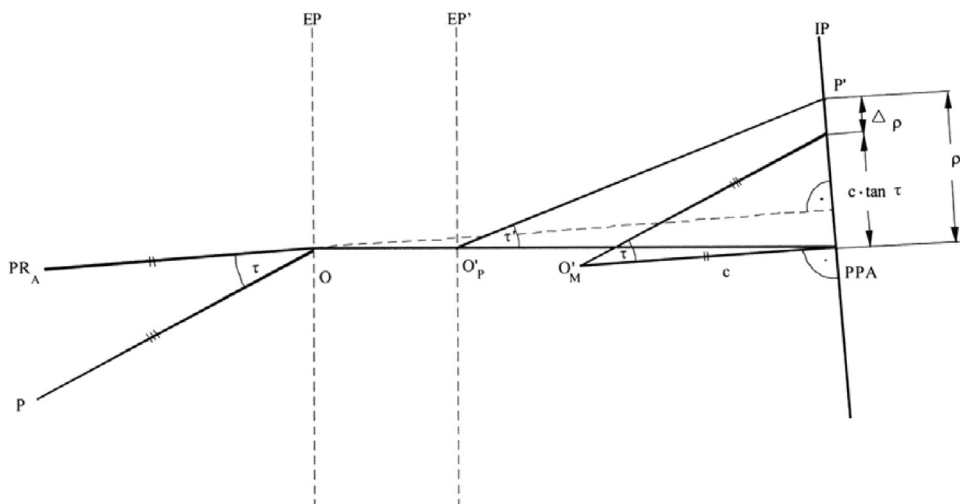
Slika 1. Idealizirana slika geometrijske optike (Kraus 2006).

Snop zraka između objekta i objektivna poznat je pod nazivom vanjski snop zraka, a snop zraka između objektivna i ravnine slike unutarnji snop zraka. Središte projekcije vanjskog snopa zraka nalazi se u ulaznoj pupili  $O$ , dok se središte projekcije unutarnjeg snopa nalazi u izlaznoj pupili  $O'$  (Donassy 1973).

U idealnom slučaju optička os trebala bi sadržavati središta zakrivljenosti svih leća koje se nalaze u objektivu. U stvarnosti, nakon sastavljanja objektivna te njege uporabe s odgovarajućom kamerom, dolazi do malih pogrešaka. Stoga referentna os u fotogrametriji nije optička os  $OA$  nego kalibrirana žarišna zraka  $PR_A$  (os snimanja) koja prolazi kroz projekcijsko središte ulazne pupile i okomita je na ravninu snimke. Produžetak te osi siječe ravninu snimke u točki pod nazivom glavna točka autokolimacije  $PPA$  ili glavna točka snimke (slika 2).

Na slici 2  $O'_M$  predstavlja matematičko središte preslikavanja,  $PR_A$  zraku glavne točke,  $PPA$  glavnu točku snimke,  $EP$  ulaznu pupilu,  $EP'$  izlaznu pupilu,  $O'_p$  fizičko projekcijsko središte,  $c$  konstantu kamere, a  $\rho$  radijalnu udaljenost od glavne točke. Objektivi kut  $\tau$  je kut što ga zatvara pojedina glavna zraka s osi snimanja, a vrh mu se nalazi u središtu ulazne pupile. Kako se ulazna pupila ne nalazi u glavnoj ravnini  $H$ , slijedi da kut  $\tau'$  nije jednak kutu  $\tau$ . Mehaničkim putem realizirana slikovna udaljenost  $s'_m$  razlikuje se za mali iznos od optički realizirane slikovne udaljenosti  $s'$ . Također treba naglasiti kako ravnina slike nije strogo okomita na optičku os objektivna.

Zbog navedenih razlika objektivi kut  $\tau'$  u prostoru slike ne odgovara objektivi kutu  $\tau$  u prostoru objekta. Zato se definira matematičko projekcijsko središte  $O'_M$



Slika 2. Definiranje matematičkoga projekcijskog središta sa strane snimke  $O'_M$  (Kraus 2006).

koje se nalazi na okomitoj udaljenosti  $c$  od glavne točke autokolimacije PPA i na taj način reproducira osni kut  $\tau$  što je moguće bolje. Preostale pogreške vode ka radijalnoj optičkoj distorziji  $\Delta\rho$ . Rezultat je sljedeći izraz koji opisuje unutarnju orijentaciju kamere (Kraus 2006):

$$\rho = c \tan \tau + \Delta\rho, \quad (1)$$

gdje su:

$\rho$  – radijalna udaljenost od glavne točke na snimci

$c$  – konstanta kamere

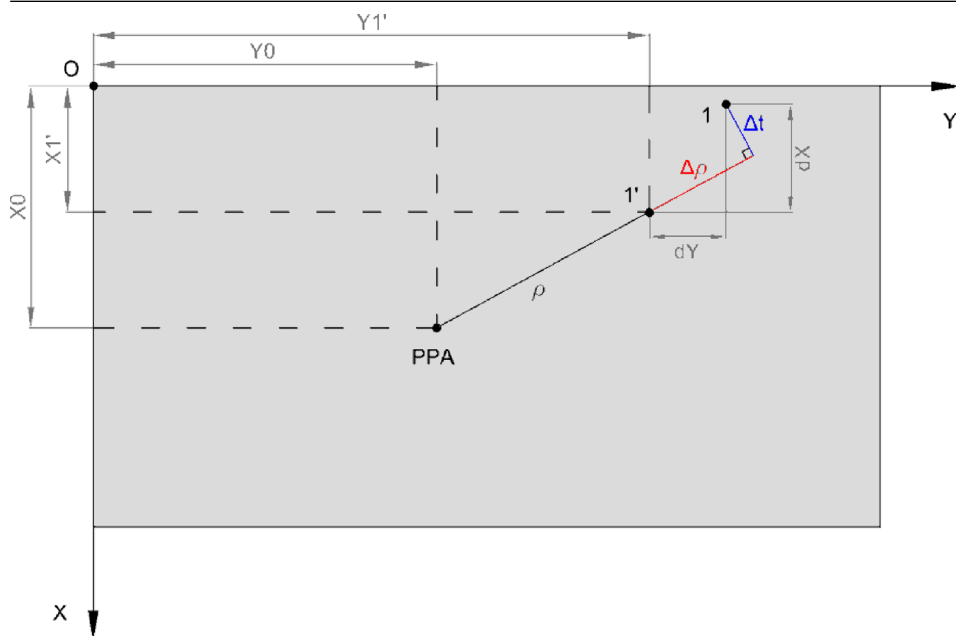
$\tau$  – osni kut

$\Delta\rho$  – radijalna optička distorzija.

Distorzija je sustavna pogreška objektivna koja uzrokuje geometrijski neispravno preslikavanje, koja ne utječe na oštrinu snimke već samo na geometrijska izobličenja snimke u odnosu na idealno centralno preslikavanje, a javlja se kao posljedica nesavršenosti izrade objektivna (McGlone 2013, Luhmann i dr. 2014). Distorzija se dijeli na radijalnu i tangencijalnu komponentu (slika 3).

Iz jednadžbe (1) vidi se da prilikom prolaska zrake svjetlosti kroz objektiv dolazi do određene promjene izlznoga osnog kuta  $\tau'$  u odnosu na ulazni osni kut  $\tau$ , što rezultira pomaknutim preslikavanjem točke na snimci. U nastavku je dan izraz (2) za dobivanje radijalne udaljenosti, ako imamo poznate slikovne koordinate te koordinate glavne točke:

$$\rho = \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2}. \quad (2)$$



Slika 3. Prikaz radijalne i tangencijalne distorzije na snimci (Gašparović 2015).

Opis slike:

- $\rho$  – radijalna udaljenost od glavne točke na snimci (vidi jednadžbu 2)  
 PPA – glavna točka autokolimacije  
 $1'$  – točka na snimci (s utjecajem distorzije)  
 $1$  – ispravna pozicija točke (uklonjen utjecaj distorzije)  
 $X_0, Y_0$  – koordinate glavne točke  
 $X_1', Y_1'$  – slikovne koordinate točke  $1'$   
 $\Delta\rho, \Delta t$  – radijalna i tangencijalna distorzija  
 $dX, dY$  – vrijednosti pomaka slikovnih koordinata zbog utjecaja distorzije.

### Radijalna distorzija

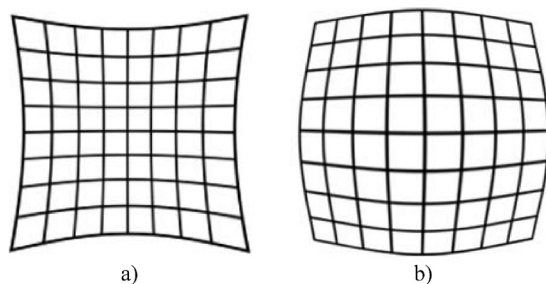
Radijalna distorzija  $\Delta\rho$  radijalni je pomak između stvarne i idealne pozicije točke na snimci u odnosu na glavnu točku snimke (slika 3). Jednadžba (3) je definicija radijalne distorzije:

$$\Delta\rho = \rho - c_0 \tan \tau, \quad (3)$$

gdje je varijabla  $c_0$  najvjerojatnija vrijednost konstante kamere  $c$ .

Kada je riječ o radijalnoj distorziji valja naglasiti da postoje dva oblika radijalne distorzije, a to su (slika 4):

- bačvasti oblik – kada se točke preslikaju bliže optičkoj osi
- jastučasti oblik – kada se točke preslikaju dalje od optičke osi.



Slika 4. Radijalna distorzija: a) jastučasti oblik i b) bačvasti oblik.

### Tangencijalna distorzija

Tangencijalna distorzija  $\Delta r$  pomak je u tangencijalnom smjeru između stvarne i idealne točke na snimci (slika 3). Vrijednost tangencijalne distorzije puno je manja u odnosu na vrijednost radijalne distorzije objektiva te se zbog toga često zanemaruje. Glavna je posljedica tangencijalne distorzije pomak glavne točke.

## 3. Test polje za istraživanje i kalibraciju kamere

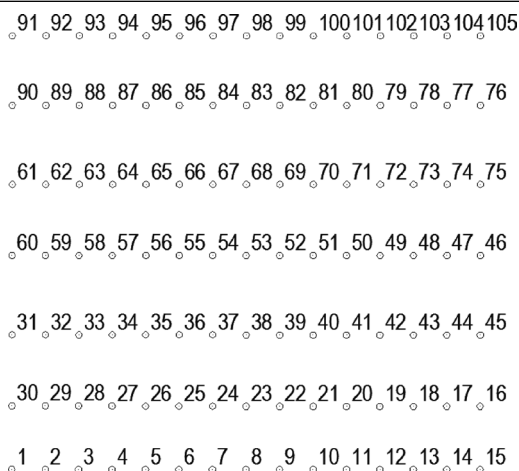
U ovom istraživanju testirane su dvije kamere: Nikon D90 (No. 6138236) i Nikon D800E (No. 6021274) s objektivom SIGMA DGRF20/1.8 (No. 2004569). U tablici 1 priložene su osnovne karakteristike pojedine kamere.

Tablica 1. Karakteristike digitalnih kamera korištenih u istraživanju (URL 1).

Digitalna kamera	Nikon D90	Nikon D800E
Tip senzora	CMOS	CMOS
Dimenzije senzora	23,6 x 15,8 mm	35,9 x 24,0 mm
Ukupan broj piksela	12,9 milijuna	36,8 milijuna
Maks. veličina snimke	4288 x 2848 px	7360 x 4912 px
Osjetljivost senzora	ISO 200–3200	ISO 100–6400

Kalibracija kamere provedena je na test polju od 105 pravilno raspoređenih točaka (slika 5). Koordinate test polja određene su metodom presjeka pravaca iz više stajališta mjerenih geodetskom mjernom stanicom Leica TCR705 u više girusa. Točnost određenih koordinata test polja iznosi  $\pm 0,1$  mm. Test polje snimljeno je kamerama s više stajališta tako da pokrivaju različite perspektive i mjerila snimanja.

Za kalibraciju kamere korišten je matematički model opisan i detaljno izložen u radu Gajski i Gašparović (2015). Za distorzijski model odabran je model Tehničkog sveučilišta u Beču (Kager i dr. 2002). Prema TU-standardu distorzijski članovi za modeliranje geometrijskih pogrešaka objektiva su sljedeći:



Slika 5. Test polje korišteno za kalibraciju.

- neokomitost osi
- mjerilo osi
- radijalna distorzija (polinom 3. stupnja)
- radijalna distorzija (polinom 5. stupnja)
- tangencijalna (asimetrična) distorzija
- radijalna distorzija (polinom 7. stupnja).

Provedenim postupkom samokalibracije s istovremenim određivanjem distorzije izračunati su sljedeći rezultati unutarnje orijentacije digitalnih kamera (tablica 2).

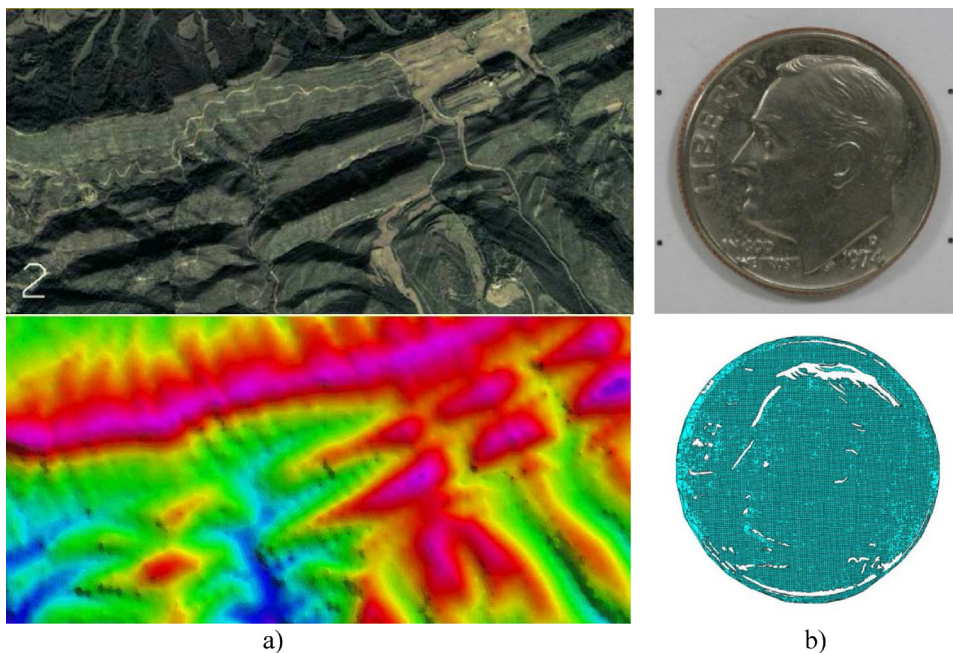
Tablica 2. Elementi unutarnje orijentacije digitalnih kamera korištenih u istraživanju.

Digitalna kamera	Nikon D90	Nikon D800E
Konstanta kamere	3666,51782 px	4083,85693 px
Koordinate glavne točke	2145,25171; 1432,16199 px	3693,27686; 2461,62842 px
Radius nulte distorzije	1900 px	3250 px
Distorzijski članovi prema TU-standardu		
$a_1$	0,7958184	-1,3880016
$a_2$	0,6092520	1,1662544
$a_3$	-52,0313148	-205,1191711
$a_4$	13,4129162	114,2871170
$a_5$	0,0297543	0,3008507
$a_6$	-0,1840692	-0,0419706
$a_{37}$	-0,8447471	-7,5389357

#### 4. Razvoj algoritma za preciznu eliminaciju utjecaja distorzije objektivna digitalnih kamera

Glavna zadaća razvoja algoritma za preciznu eliminaciju utjecaja distorzije objektivna digitalnih kamera bila je produkcija idealiziranih digitalnih snimaka koje se poslije upotrebljavaju u fotogrametrijskoj izmjeri. Danas je čest problem u fotogrametriji modeliranje elemenata unutarnje orijentacije kamere. S obzirom na veliku količinu fotogrametrijskih alata svaki od njih na svoj način modelira pogreške optičkog preslikavanja digitalne snimke. Kao što je već prije navedeno, često korišteni distorzijski modeli implementirani u fotogrametrijske programe nisu zadovoljavajući te ne garantiraju visokopreciznu eliminaciju pogrešaka sa snimaka. Budući da je snimka osnova za fotogrametrijsku izmjeru, samim time narušava se kvaliteta izmjere te rezultata postignutog njome, npr. fotorealističnog 3D modela i sl. Danas je u fotogrametriji kao metodi izmjere vrlo velik raspon tražene točnosti izmjere pa tako imamo zadatke od  $\pm 2,0$  m točnosti izmjere sa satelitskih snimaka (slika 6a, Kornus i dr. 2015) pa do nekoliko tisućinki milimetra ( $\pm 0,0085$  mm), gdje se kao izvornik upotrebljavaju makro-snimke sitnih objekata (slika 6b, Yanagi i Chikatsu 2010).

Razvijeni algoritam robusan je i primjenjiv na snimkama prikupljenim različitim kamerama i objektivima (od superširokokutnih pa do teleobjektiva). Algoritam ima zadaću transformirati svaki par slikovnih koordinata (svaki piksel) izvorne snimke na idealnu lokaciju po svojim koordinatama na idealiziranoj (ispravljenoj) snimci.



Slika 6. Izvorna snimka i rezultat fotogrametrijske izmjere: a) za potrebe izrade DTM (točnost  $\pm 2,0$  m, Kornus i dr. 2015), b) za potrebe izrade 3D modela malog objekta (točnost  $\pm 0,0085$  mm, Yanagi i Chikatsu 2010).



#### 4.1. Matematički model

Kako je već navedeno, distorzija se dijeli na dvije komponente: radijalnu i tangencijalnu. Matematički model za izračunavanje pomaka slikovnih koordinata zbog radijalne i tangencijalne distorzije dan je sljedećim formulama (Kager i dr. 2002):

$$\begin{aligned} X &= X' + dX(x, y) \\ Y &= Y' + dY(x, y). \end{aligned} \quad (4)$$

Varijable  $X$  i  $Y$  označavaju popravljene slikovne koordinate za utjecaj distorzije,  $X'$  i  $Y'$  početne slikovne koordinate, a  $dX$  i  $dY$  vrijednosti pomaka slikovnih koordinata zbog utjecaja distorzije. Iz izraza (4) može se zaključiti da su varijable  $dX_0$  i  $dY_0$  funkcije normiranih slikovnih koordinata  $x$  i  $y$ . Radi jednostavnijeg ispisa jednadžbi uvodimo sljedeći izraz:

$$\begin{aligned} X &= X' + \sum_{i \in \hat{l}} [a_i \cdot dX_i(x, y)] \\ Y &= Y' + \sum_{i \in \hat{l}} [a_i \cdot dY_i(x, y)], \end{aligned} \quad (5)$$

gdje je varijabla  $a_i$  koeficijent dobiven prema izrazima čije su formule dane u tablici 3.

Tablica 3. *Formule za izračunavanje koeficijenata  $a_i$  (Kager i dr. 2002).*

$i \in \hat{l}$	$dX_i(x, y)$	$dY_i(x, y)$	Geometrijsko značenje
1	0	$x$	neokomitost osi
2	0	$y$	mjerilo osi
3	$x \cdot (r^2 - 1)$	$y \cdot (r^2 - 1)$	radijalna distorzija, polinom 3. stupnja
4	$x \cdot (r^4 - 1)$	$y \cdot (r^4 - 1)$	radijalna distorzija, polinom 5. stupnja
5	$r^2 + 2 \cdot x^2$	$2 \cdot x \cdot y$	tangencijalna (asimetrična) distorzija
6	$2 \cdot x \cdot y$	$r^2 + 2 \cdot y^2$	tangencijalna (asimetrična) distorzija
37	$x \cdot (r^6 - 1)$	$y \cdot (r^6 - 1)$	radijalna distorzija, polinom 7. stupnja

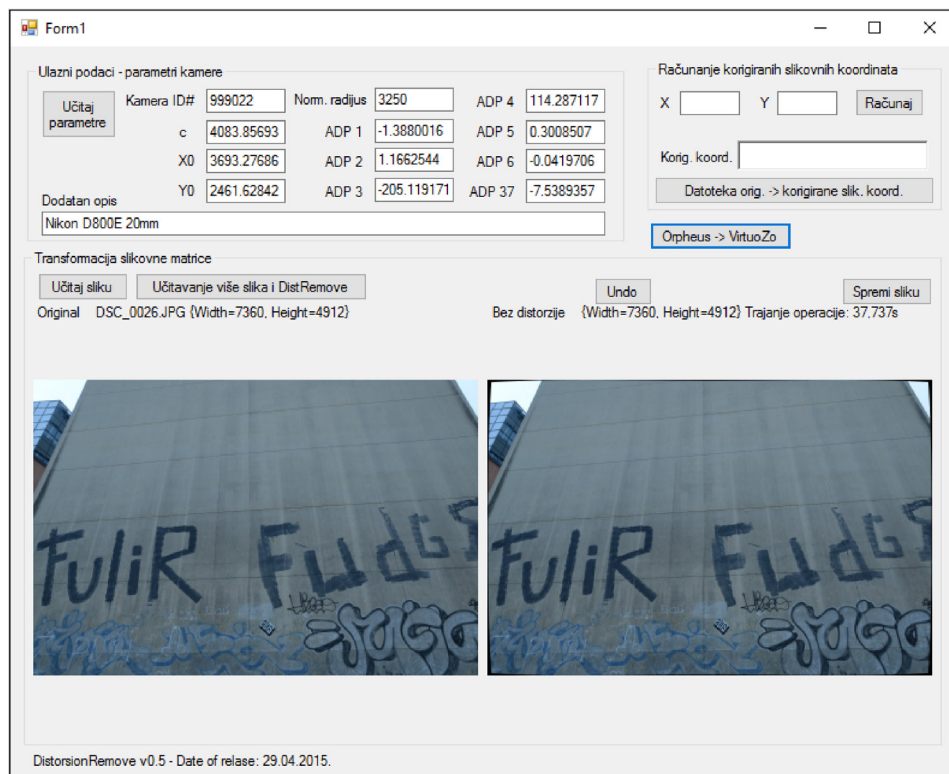
Za izračunavanje koeficijenata  $a_i$  prema izrazima iz tablice 3 potrebno je poznavati vrijednost  $r$ , odnosno normirane slikovne koordinate  $x$  i  $y$ , koje se računaju pomoću radijusa nulte distorzije  $\rho_0$ . U nastavku su dane formule za izračunavanje dodatnih parametara:

$$\begin{aligned} x &= (X' - X_0) / \rho_0 \\ y &= (Y' - Y_0) / \rho_0 \\ r^2 &= x^2 + y^2, \end{aligned} \quad (6)$$

gdje su  $X'$  i  $Y'$  početne slikovne koordinate, a  $X_0$  i  $Y_0$  slikovne koordinate glavne točke autokolimacije.

## 5. Testiranje i rezultati

Prethodno izloženi algoritam za preciznu eliminaciju utjecaja distorzije objektivu digitalnih kamera realiziran je u programskom jeziku Visual Basic (slika 7). Program radi na operativnom sustavu Microsoft Windows 7, 8 i 10. Točnost i robusnost programa testirane su na velikom broju snimaka snimljenih različitim kamerama i objektivima. Ulazni elementi u aplikaciju prije svega su kalibracijski elementi za kameru dobiveni postupkom kalibracije u programu Orpheus 3.2.1. Nakon učitavanja elemenata unutarnje orijentacije, snimke se idealiziraju pojedinačno ili njih više odjednom. Alat ima mogućnost učitavanja i spremanja u danas najčešće korištene tipove datoteka za razmjenu digitalnih slika (TIFF – Tagged Image File Format, JPEG – Joint Photographic Experts Group, PNG – Portable Network Graphics i BMP – Windows bitmap).



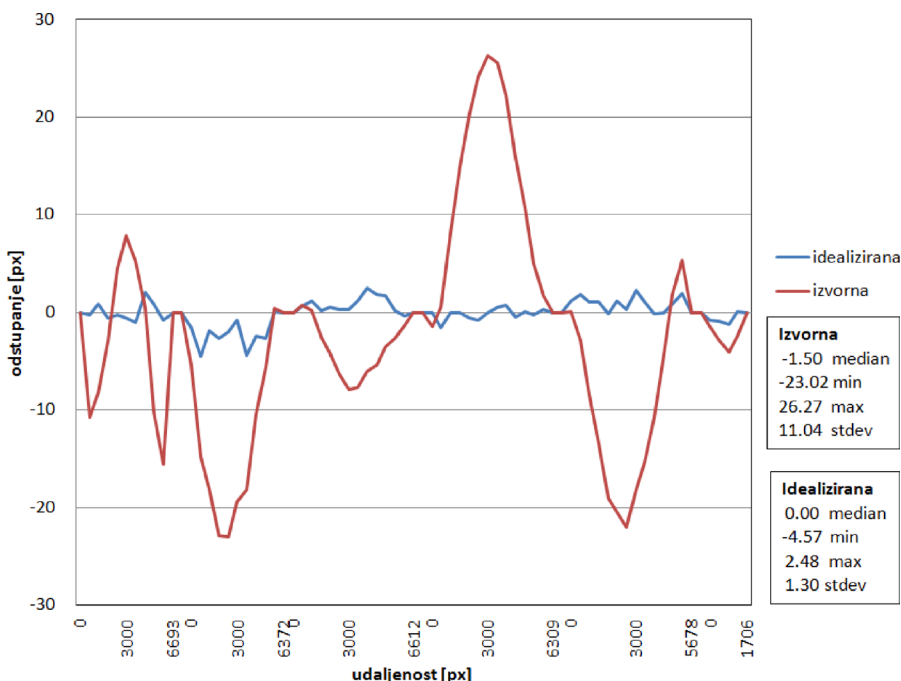
Slika 7. Program za preciznu eliminaciju utjecaja distorzije objektivu digitalnih kamera.

Program ima i modul za računanje idealiziranih koordinata za zadani par slikovnih koordinata. Također, programom se može automatski transformirati cijela datoteka parova slikovnih koordinata u datoteku s idealiziranim parovima slikovnih koordinata.

Na slici 7 možemo vidjeti završen proces idealizacije digitalne snimke DSC 0026 snimljene digitalnom kamerom Nikon D800E. Digitalna snimka DSC\_0026 ima dimenzije 7360 x 4712 px (ukupno 34 680 320 px), a proces transformacije trajao je 37,737 sekundi. Kako bi se testirao algoritam provedena je i transformacija snimke DSC 0038 digitalne kamere Nikon D90. Digitalna snimka DSC 0038 ima dimenzije 7360 x 4712 px (ukupno 34 680 320 px), a proces transformacije u ovom je slučaju trajao 12,251 sekundu.

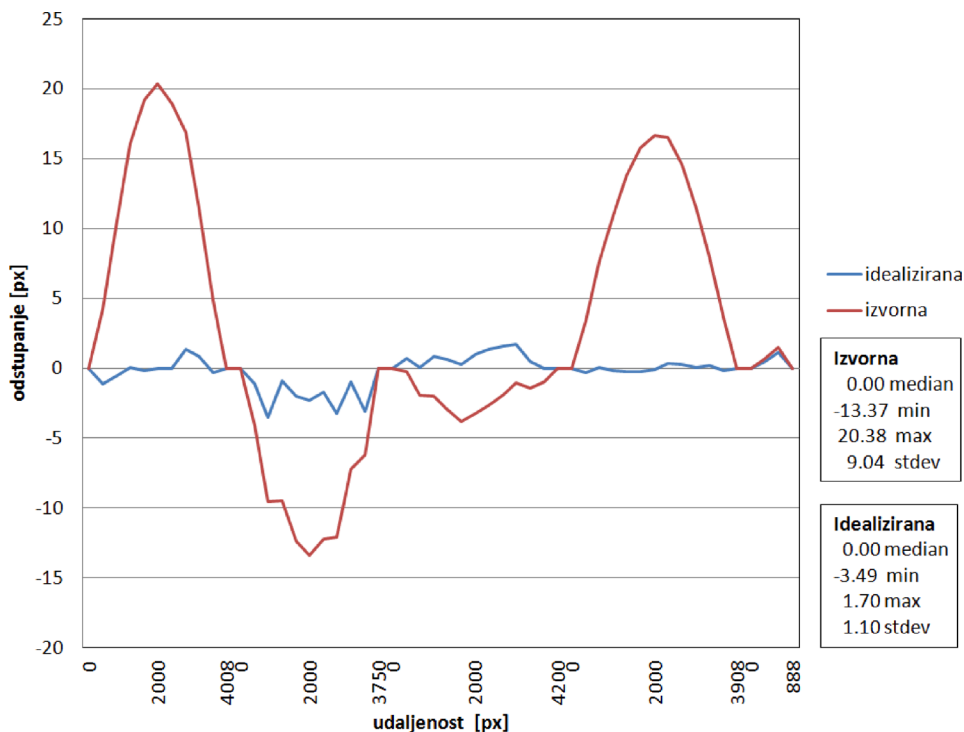
Kako smo prethodno naveli, testiranje preciznosti algoritma obavljeno je dvjema kamerama Katedre za fotogrametriju i daljinska istraživanja Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Kamere su kalibrirane te je temeljem izračunatih parametara unutarnje orijentacije provedena idealizacija snimaka.

Kako bismo testirali preciznost idealizacije snimaka ispitano je odstupanje točaka od pravaca. Test polje sastoji se od pravilnih horizontalnih i vertikalnih nizova orijentacijskih točaka. Preciznost provedenog postupka idealizacije testirana je ispitivanjem izvornih i korigiranih slikovnih koordinata, tj. računanjem udaljenosti tražene točke od pravca. Kao „treba“ veličina postavljen je pravac što ga definiraju prva i zadnja točka u nizu (npr. 1.-15., 16.-30., 31.-45. itd., slika 5). Odstupanja su izračunata u programu vlastite izrade, a proces se temelji na transformaciji slikovnih koordinata tako da os  $X$  predstavlja smjer pravca te os  $Y$  vrijednost odstupanja. U nastavku na slikama 8 i 9 prikazana su odstupanja slikovnih koordinata na izvornim i idealiziranim snimkama snimljenima kamerama D800E i D90.



Slika 8. Graf odstupanja slikovnih koordinata od pravih vrijednosti na izvornoj i idealiziranoj snimci snimljenoj digitalnom kamerom Nikon D800E.

Iz prikazanih objektivnih statističkih pokazatelja jasno je vidljivo kako idealizirana snimka ima 10 puta bolje standardno odstupanje, 10 odnosno 5 puta bolju maksimalnu, tj. minimalnu vrijednost. Također je vidljivo kako su odstupanja slučajna sa srednjom vrijednosti 0,00 px, dok je na izvornoj snimci jasno vidljiv sustavni utjecaj te srednja vrijednost iznosi  $-1,50$  px. Ako pak pogledamo grafove, vidljiv je ujednačeniji rasap odstupanja na idealiziranoj snimci.



Slika 9. Graf odstupanja slikovnih koordinata od pravih vrijednosti na izvornoj i idealiziranoj snimci snimljenoj digitalnom kamerom Nikon D90.

## 6. Zaključak

Iz prethodno izloženih i objašnjenih rezultata objektivnog testiranja algoritma jasno je vidljivo povećanje preciznosti idealizirane snimke u odnosu na izvornu snimku. Temeljem mjerenih odstupanja te provedenim statističkim analizama odstupanja vidljivo je kako idealizirane snimke imaju 10-ak puta bolje standardno odstupanje. Radi testiranja ponovljivosti znanstvenog istraživanja provedeno je istraživanje na snimkama prikupljenim različitim kamerama. Među ostalim treba istaknuti dobivene rezultate, tj. standardno odstupanje koje je na izvornim snimkama kamerom Nikon D90 iznosilo 9,04 px te Nikon D800E 11,04 px, a na idealiziranim snimkama kamerom Nikon D90 1,10 px i Nikon D800E 1,30 px.

Također, treba naglasiti kako i ostali objektivni statistički pokazatelji upućuju na povećanje preciznosti idealizirane snimke. Kako je najmanji slikovni element na digitalnoj snimci piksel, a mjerenja na izvornim snimkama za potrebe kalibracije i testiranja algoritma provedena su opažanjem operatera, zaključujemo kako točnost opažanja iznosi  $\pm 1\text{--}2$  px. S obzirom na vrijednost standardnog odstupanja od 1,10 px i 1,30 px na idealiziranoj snimci, što odgovara točnosti ulaznog podatka, možemo reći kako je preciznost algoritma za eliminiranje utjecaja distorzije objektivna digitalnih kamera vrlo visoka. Takav algoritam ima znatan doprinos poboljšanju kvalitete snimaka koje se planiraju upotrebljavati u mjerne svrhe u programskim alatima koji elemente unutarnje orijentacije modeliraju neadekvatnim i nedovoljno točnim matematičkim modelima za eliminiranje utjecaja distorzije objektivna digitalnih kamera.

## Literatura

- Brown, D. C. (1966): Decentering distortion of lenses, *Photogrammetric Engineering*, 32, 3, 444–462.
- Donassy, V. (1973): *Fotogrametrija II*, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Fryer, J. G., Brown, D. C. (1986): Lens distortion for close-range photogrammetry, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 52, 1, 51–58.
- Gajski, D., Gašparović, M. (2015): Ispitivanje utjecaja distorzije objektivna nemjernih digitalnih kamera na točnost fotogrametrijske izmjere, *Geodetski list*, 69 (92), 1, 27–40.
- Gašparović, M. (2015): Radiometrijsko izjednačenje tekstura fotorealističnih 3D modela, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Kager, H., Rottensteiner, F., Kerschner, M., Stadler, P. (2002): *ORPHEUS 3.2.1 User Manual*, Institute of Photogrammetry and Remote Sensing, Vienna University of Technology, Vienna.
- Kornus, W., Magariños, A., Pla, M., Soler, E., Perez, F. (2015): Photogrammetric processing using ZY-3 Satellite Imagery, *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 1, 109–113.
- Kraus, K. (2006): *Fotogrametrija 1. dio, Osnove i standardni procesi*, Synopsis, Zagreb.
- Luhmann, T., Robson, S., Kyle, S., Boehm, J. (2014): *Close-Range Photogrammetry and 3D Imaging*, De Gruyter, Berlin.
- McGlone, J. C. (2013): *Manual of Photogrammetry*, 6th edition, American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Bethesda.
- Torlegard, K. (1967): On determination of interior orientation of close-up cameras under operational conditions using three-dimensional test objects, *Skandia*, Stockholm.
- Yanagi, H., Chikatsu, H. (2010): 3D modelling of small objects using macrolens in digital very close range photogrammetry, *ISPRS Arch.*, 38, 617–622.

## Mrežne adrese

URL 1: Nikon Imaging, <http://imaging.nikon.com/>, (22. 12. 2015.).

# The Algorithm for the Precise Elimination of Lens Distortion Influence on Digital Cameras

*ABSTRACT.* In this paper the algorithm for precise elimination of the impact of lens distortion in digital camera will be shown. The paper explains in detail the theoretical basis and mathematical model on which the algorithm is based on. The development of photogrammetric tools in the past years increased interest in photogrammetry and its products. Those are primarily the algorithms for automatic correlation and producing thick clouds of points which are the basis for the production of photo-realistic 3D models. As photogrammetric product, photo-realistic 3D model is today the most interesting product to a wider audience, both in the visualization and the measurement purposes. Given the large number of photogrammetric tools there is a problem of quality of modelling elements of internal orientation of the camera. A lot of software has quality and optimized algorithms for automatic correlation but however the end results are often limited by their accuracy because of the insufficient quality of mathematical models for modelling of distortion and other geometric errors of the image. This algorithm allows that by the calibration parameters of the camera based on appropriate and highly precise mathematical models for modelling of distortion, conducted by the calibration process, the original footage is transformed into an idealized image from which most of the geometric errors of the camera are removed. Such idealized image can be used in a variety of photogrammetric tools.

*Keywords:* algorithm, lens distortion, camera calibration, photogrammetry, idealized image.

*Primljeno / Received:* 2016-01-20

*Prihvaćeno / Accepted:* 2016-02-25