

# Problemska nastava i dječje strategije u nižim razredima osnovne škole\*

MAJA CINDRIĆ<sup>1</sup>

*Svaki problem koji sam riješio postao je pravilo koje je poslužilo za rješavanje nekog drugog problema – R. Decartes*

*Suvremene potrebe života koje nameće rapidni gospodarski rast i razvoj u cijelome svijetu, pa i u Hrvatskoj, nameće nove ciljeve i potrebe obrazovanja. Novi zahtjevi ističu nove vrijednosti i kompetencije koje do nedavno nisu bile u fokusu, već su se karakterizirale kao kompetecije koje posjeduju samo pojedinci. Ipak, vještine fleksibilnog rješavanja problema i manipularanja novim informacijama, kao i logičko razmišljanje i povezivanje svih aspekata znanja, više nije karakteristika potrebna samo pojedinim osobama, već široj populaciji u svijetu brzih tehnoloških promjena i gospodarskog razvoja. Takav splet vrijednosti i kompetencija kod pojedinaca potrebno je razviti kroz obrazovni sustav. Matematika, kao nastavni predmet, upravo je svojom prirodom i sadržajima povoljna za postizanje takvih ciljeva. Ipak, tradicionalne metode poučavanja matematike fokusirane su na usvajanje proceduralnih znanja, koje samo kod pojedinaca mogu razviti navedene vještine. No, uvodenjem novih metoda rada kroz nastavu matematike, tradicionalna nastava može se oplemeniti te pružiti široj populaciji učenika razvoj potrebnih kompetencija. Rad donosi kratak pregled problemske nastave matematike, kao i primjere kroz koje je to moguće realizirati.*

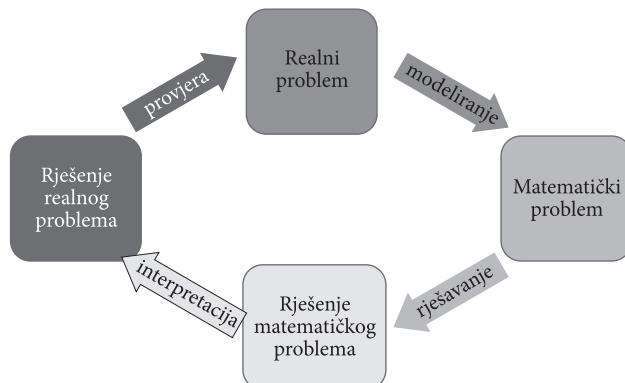
Rješavanje problema kompetencija je potrebna za snalaženje i uspješnost u svakodnevnim situacijama. Situacije iz svakodnevnog života, koje uključuju rješavanje problema i njihovo modeliranje, najčešće nemaju samo jedno rješenje i pritom ne uključuju samo jednostavne radnje ili propisane algoritme, već se radi o korištenju dinamičkog sklopa različitih strategija i znanja. U kojoj je mjeri moguće učenike premiti za takav oblik rada kroz temeljno školovanje? Svakako problemi iz života odrasle osobe nisu primjereni za dijete u dobi od šeste do desete godine, ali princip rješavanja problema, kao i sama vještina suočavanja s problemom, kompetencija je koju je moguće razviti kroz samo školovanje, uz ustrajan rad. Matematika je u tom

\*Predavanje održano na 6. kongresu nastavnika matematike RH, 2014. godine u Zagrebu

<sup>1</sup>Maja Cindrić, Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja Sveučilišta u Zadru

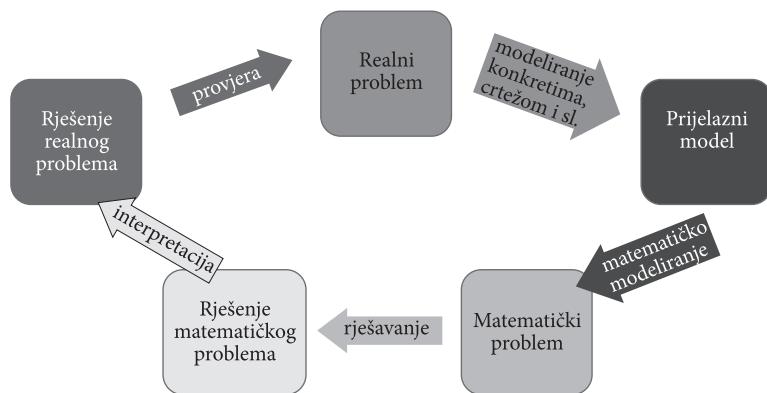
pogledu idelan alat. Matematički problemi dobar su „trening” za životne probleme, ali i kao alat za usvajanje matematičkih koncepata. Kvalitetno postavljen problem, kao i vođenje kroz sam problem, te komunikacija među učenicima o problemu stvara temelj matematičkog znanja, ali i povezuje učenikovu percepciju matematičkog problema s apstraktnim matematičkim konceptima.

Matematičko modeliranje podrazumijeva put od realne situacije, koja se oblikuje u matematički zadatku, čije rješenje daje rješenje realne situacije. Ovakav krug je zatvoren i prikazujemo ga shematski (slika 1.). Modeliranjem relan problem zapisujemo u matematičkom obliku, matematički problem rješavamo i njegovo rješenje interpretiramo u svjetlu realnog problema, što nam daje rješenje realnog problema. Usporedbom relanog rješenja i realnog problema provjeravamo ispravnost logičkog promišljanja na putu rješavanja. Ovako zapisan krug rješavanja problema uključuje matematičko modeliranje i primjenu matematičkog alata, uz prepostavku da je korištenje matematičkih znanja kod učenika ipak na određenoj razini. Ako se rješavanje problema i matematičko modeliranje uvodi u početnoj nastavi matematike, često se очekuje da učenici trebaju imati razvijene vještine računanja da bi mogli koristiti rješavanje problema, pa – vodeći se tom spoznajom – učitelji primjenjuju rješavanje problema kao završni oblik rada nakon poučavanja pojedinog računa i rijetko kao metodu uvođenja u nov sadržaj. Ipak, modeliranje problema u okviru matematičkog zadatka može rezultirati ne samo matematičkim modelom realne situacije, nego jednostavno i nekim oblikom prijelaznog modela. Time shemu sa slike 1. možemo proširiti dodavanjem još jednog čvorišta – prijelazni model (slika 2.).



Slika 1.

Učenik ima realnu problemsku situaciju u obliku zadatka zadanog riječima, slikom ili govorno, Modeliranje konkretnima, crtežom ili shemom započinje čim dijete odabire adekvatan način prikaza zadatka. Iz odabranog prikaza moguće je postaviti matematički model zadatka, ali i korištenjem različitih oblika matematičkog alata ponuditi rješenje realnog problema.



Slika 2.

Rješavanje problema možemo definirati kao pronalaženje odgovora na pitanje koje se javlja u zadatku, a za čije iznalaženje *nije* poznata **metoda ili procedura**. Put k traženju odgovora uvjek uključuje neki oblik modeliranja. Modelira li svaki učenik prikazanu situaciju na isti način? Svakako da ne, ali omogućava učenicima da u razgovoru vide različite oblike prikaza problema, te da napreduju od jednostavnijih do složenijih modela i matematičkog modela zadatka koji nam je i sam cilj nastave matematike. Rješavanje zadataka modeliranjem:

- potiče učenike na različite oblike razmišljanja, kao i razvoj metakognicije,
- potiče učenike na razvoj upornosti i znatiželje,
- kod učenika razvija pouzdanje u svladavanju novih i nepoznatih situacija,
- nije zasebni sadržaj u nastavi matematike, nego je integriran kroz sve sadržaje i kao takvog ga treba primjenjivati.

Rješavanje problema kao metodu rada na nastavi matematike razlikujemo prema dijelovima nastavnog sata u kojima je koristitimo: uvođenje u novi sadržaj ili pri ponavljanju i sistematizaciji. Pri uvođenju u nove sadržaje rješavanjem problema učenici otkrivaju nove sadržaje. Takav put k spoznaji u nastavnom procesu obično karakterizira nastavu kao suvremenu nastavu matematike, nasuprot tradicionalnim oblicima nastave matematike kod kojih slijed teče od demonstracije i uvježbavanja pojedinog postupka do problemskog zadatka (koji to najčešće i nije).

Tradicionalna nastava ↔ suvremena nastava

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uče računanje</li> <li>• Uče pravila</li> <li>• Uvježbavaju računanje i pravila</li> <li>• Primjenjuju računanje i pravila u problemskim zadacima</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Učenje računa</b></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><b>Rješavanje problemskih zadataka</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rješavaju problemske zadatke</li> <li>• Primjenjuju strategije</li> <li>• Uočavaju pravila</li> <li>• Konstruiraju znanja</li> <li>• Sistematisiraju znanja</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Rješavanje problemskih zadataka</b></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><b>Učenje računa</b></p>
--	--

Kako poučavati rješavanje problema?

- Izgrađivanjem novih matematičkih znanja rješavajući probleme.
- Rješavanjem problema u matematičkom kontekstu, kao i u svim ostalim kontekstima.
- Primjenom različitih, ali odgovarajućih strategija u rješavanju problema.
- Praćenjem i refleksijom na modeliranje situacije koja se javlja u problemu, ponuđenim od strane učenika.

### **Primjer 1.**

*Razred:* 1.

*Cilj:* Modeliranje situacije crtežom

*Potrebno matematičko znanje učenika:* Prebrojavanje skupova

NIKO I HASO BIRAJU EKIPE ZA . NIKO JE IZABRAO MARU I IVU, A HASO IVICU I DARU. IM JE DALA . DVA BILA SU GOLOVI. UTAKMICA JE BILA ZABAVNA. IPA, POBIJEDILA JE HASINA EKIPA.

ODGOVORI NA PITANJA:

- KOLIKO IGRA ?
- KOLIKO JE U NIKINOJ EKIPI?
- KOLIKO JE U HASINOJ EKIPI?

Ovakav zadatak moguće je ponuditi učenicima na samom početku rada u matematici. Djeca uvježbavaju čitanje slikopričom, ali moguće je djeci i pročitati priču. Cilj ovakvog zadatka je modeliranje situacije zapisane tekstom crtežom.

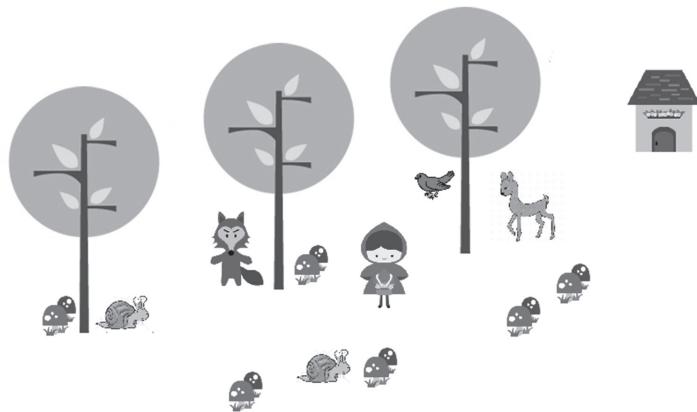
### **Primjer 2.**

*Razred:* 1.

*Cilj:* Razumijevanje situacijskog konteksta

*Potrebno matematičko znanje učenika:* Prebrojavanje skupova

## ISPRIČAJ PRIČU I ODGOVORI NA PITANJA



KOLIKO JE ŽIVOTINJA SRELA NA PUTU KROZ ŠUMU?

KOLIKO NOGU ZAJEDNO IMAJU SVE ŽIVOTINJE KOJE JE SRELA?

KOJU ŽIVOTINJU JE PRVU SRELA?

KOLIKO NA SLICI IMA GLJIVA?

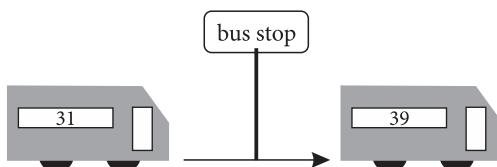
### Primjer 3.

*Razred:* 2.

*Cilj:* Redoslijed računskih radnji

*Potrebno matematičko znanje učenika:* Zbrajanje i oduzimanje brojeva do 100

U autobusu je 31 putnik. Na autobusnoj stanici neki su putnici ušli, a neki izašli. Nakon stanice u autobusu je bilo 39 putnika. Koliko je putnika moglo ući, a koliko izaći?



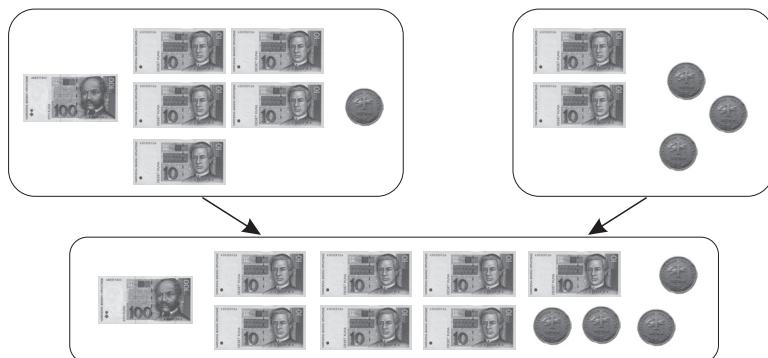
### Primjer 4.

*Razred:* 3.

*Cilj:* Zbrajanje i oduzimanje troznamenkastih brojeva konkretnim materijalom

*Potrebno matematičko znanje učenika:* Pojam troznamenkastih brojeva

Anica je u štednoj kasici imala 151 kunu. Prikupljanjem plastičnih boca uštedjela je još 23 kune. Koliko kuna sada ima Anica u štednoj kasici?



Račun koji iznosi 262 kune majka plaća jednom novčanicom od 100 kuna i jednom od 200 kuna. Koliko će joj novca ostati od kupovine?



Na kraju treba naglasiti da niti jedan zadatak nije problem za svakoga, kao što ima zadataka koji, ovisno o predznjanju učenika, mogu biti ili problemski ili sasvim proceduralni, kao što je zadatak u primjeru 4.

### Literatura:

1. Carpenter T.P., Ansell E., Franke M.L., Fennema E., Weisbeck L.(1993.). Models of problem solving: a study of kindergarten children's problem solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 428-441, doi: 10.2307/749152
2. Cindrić, M., Mišurac Z. I.(2012.) Prednosti diskusije i kognitivnog konflikta kao metode rada u suvremenoj nastavi matematike, *Journal of the Institute for Educational Research*, Vol.44, No.1, Beograd.
3. Freudenthal, H. (1973.) *Mathematics as an Educational Task*.Dordrecht : Reidel
4. Hart, K. M. (1981.). *Children's understanding of mathematics*. London: John Murray
5. Hiebert J., Lefevre P. (1986.).Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introduction analysis uJ. Hiebert (ur.) *Conceptual and procedural knowledge: The case study of mathematics*(1-27). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum