*Ante Puljić**

UDK 658.14:65.01.011
Izvorni znanstveni rad

SVEOBUHVATNI PRISTUP MAKSIMALIZACIJI PROFITA U KRATKOM ROKU

Autor se u ovome članku bavi sveobuhvatnim pristupom maksimizaciji profita u kratkom roku u uvjetima savršene konkurencije. Radi toga direktnu funkciju neto profita jednom izražava kao funkciju rada, a drugi put kao funkciju proizvedenih količina. Odnos između savršenog tržišta rada i savršenog tržišta proizvoda izražava realna nadnica kao odnos jediničnog troška rada i prihoda po jedinici proizvoda, a tehnologiju opisuje granični proizvod rada. Autor je analizu, nakon izvođenja indirektne funkcije profita, upotpunio i komparativnom statikom koja daje očekivane rezultate.

Uvod

Ovaj se članak bavi ravnotežom poduzeća u kratkom roku u uvjetima savršene konkurencije. Poduzeće je u ravnoteži kada ostvaruje maksimalan profit. Direktna se funkcija profita obično izražava ili kao funkcija proizvedenih količina ili kao funkcija rada. U oba se slučaja ravnoteža određuje ili takozvanim pristupom ukupan prihod-ukupan trošak ili graničnim pristupom. Prema pristupu ukupni prihod-ukupni trošak, profit je u prvom slučaju maksimalan, kada se proizvodi ona količina proizvoda za koji je razlika između ukupnog prihoda i ukupnog troška najveća, a u drugome, kada je zaposlena ona količina rada za koju je razlika između ukupnog prihoda i ukupnog troška maksimalna. Prema graničnom je pristupu profit u prvom slučaju maksimalan pri onoj količini proizvodnje za koju je granični prihod ili tržišna cijena proizvoda jednaka graničnome trošku, a u drugom, pri onom broju radnika za koji je tržišna cijena rada ili nadnica jednaka tržišnoj vrijednosti graničnog proizvoda. Između četiri navedena pristupa, koji daju jednak maksimalan profit, graničnim se pristupom koji polazi od direktne funkcije profita kao funkcije

---

* A. Puljić, izvanredni profesor Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Članak primljen u uredništvu: 13. 07. 2001.

proizvedenih količina koristi za izvođenje kratkoročne funkcije ponude proizvoda, a granični pristup koji polazi od direktne funkcije profita kao funkcije rada za izvođenje kratkoročne funkcije potražnje poduzeća za radom. Pristup ukupan prihod-ukupan trošak, kao manje važan, uglavnom se zaobilazi i sporadično ilustrira. Pokušaja da se sva četiri pristupa povežu u sveobuhvatnu i organski povezanu cjelinu, u kojoj se jasno očituje i važnost tehnoloških ograničenja za maksimizaciju profita, nema. Taj ću pokušaj izvesti u ovome članku, i nadam se, otkloniti dosadašnji očiti nedostatak u analizi maksimizacije profita.

Neto profit kao funkcija rada

Savršenu konkurenciju na tržištu proizvoda karakterizira veliki broj savršeno informiranih proizvođača i veliki broj savršeno informiranih kupaca koji pojedinačno ne mogu utjecati na tržišnu cijenu homogenog proizvoda. Zbog toga je potražnja za proizvodom pojedinačnog poduzeća savršeno elastična. Obično se pretpostavlja da tehnologiju proizvodnje opisuje dvofaktorska, strogo rastuća i strogo kvazikonkavna proizvodna funkcija, koja izražava pozitivne granične proizvode i, poslije neke točke, djelovanje zakona opadajućih graničnih prinosa. Kada je rok kratak, pretpostavlja se da je rad, L, varijabilan faktor i da fiksna količina kapitala iznosi $\bar{K}$ jedinica. U kratkom je roku fiksan i broj poduzeća, jer nema ulaska na tržište ni izlaska sa tržišta. Cijenu rada, nadnicu, određuje savršeno tržište radne snage. Stoga je ponuda rada pojedinačnom poduzeću savršeno elastična. Ukratko, proizvođaču je, koji proizvodi proizvod x, zadana cijena proizvoda, p, cijena rada, w, i tehnologija koju opisuje proizvodna funkcija

$$x = f(L) \tag{1}$$

sa svojstvima:

$$\frac{dx}{dL} = f_L > 0 \quad \text{i} \quad \frac{d^2x}{dL^2} = f_{LL} < 0 \tag{2}$$

U takvim uvjetima proizvođač mora zaposliti optimalan broj radnika, L*, koji će proizvesti optimalnu količinu proizvoda x*, pri kojoj će se ostvariti maksimalan profit, π^*. Njegova je funkcija neto profita

$$\pi = pf(L)-wL \tag{3}$$

Ukupan je prihod

$$R = pf(L) \tag{4}$$

i ukupan varijabilni trošak

$$c = wL. \tag{5}$$

Iz (4) proizlazi da je granični prihod rada ili vrijednost graničnog proizvoda

$$\frac{dR}{dL} = pf_L \tag{6}$$

a iz (5) da je granični trošak rada jednak nominalnoj nadnici

$$\frac{dc}{dL} = w$$

Uvjet je provoga reda za maksimum profita

$$pf_L - w = 0. \tag{8}$$

Iz (8) proizilazi da je inverzna funkcija potražnje za radom

$$w = pf_L. \tag{9}$$

Ona nam pokazuje da će poduzeće, uz pretpostavku da je ispunjen uvjet drugoga reda za lokalni maksimum profita, maksimizirati profit pri onom broju zaposlenih pri kojem je nominalna nadnica jednaka tržišnoj vrijednosti graničnog proizvoda, odnosno kada je granični trošak rada jednak graničnom prihodu rada. Inverzna je funkcija potražnje za radom, funkcija graničnog prihoda rada.

Inverznu funkcija potražnje za radom možemo izraziti i u obliku jednakosti između realne nadnice i graničnog proizvoda

$$\frac{w}{p} = f_L \tag{10}$$

Na lijevoj je strani jednakosti (10) uvjet koji tržišta u obliku odnosa troška i prihoda nameću opisanoj tehnologiji na desnoj strani. Dva tržišta, savršeno konkurentno tržište rada i savršeno konkurentno tržište proizvoda, proizvođaču određuju jedinični trošak rada izražen nominalnom nadnicom w i jedinični prihod izražen cijenom proizvoda p. Proizvođaču preostaje da u okviru zadane tehnologije pronađe optimalan broj radnika L*, pri kojem će veličina graničnog proizvoda $f_L(L^*)$ biti jednaka realnoj nadnici, (w/p). Posve je, dakle, očito da potražnja za radom u ravnoteži ovisi o odnosu troška i prihoda i o tehnološkim uvjetima. Broj se zaposlenih povećava, kada se, uz zadanu tehnologiju, realna nadnica smanjuje. Kada je zadana realna nadnica, (w/p), zaposlenost je veća što je silina djelovanja zakona opadajućih graničnih prinosa slabija.

Konačno, iz uvjeta prvoga reda za maksimum profita proizlazi i inverzna funkcija ponude proizvoda

$$p = \frac{w}{f_L}. \tag{11}$$

Iz (11) zaključujemo da će poduzeće, ako je ispunjen uvjet drugoga reda za lokalni maksimu, ostvariti maksimalan profit pri onom broju zaposlenih pri kojem je cijena proizvoda ili granični prihod jednaka graničnom trošku rada po jedinici graničnog proizvoda. Ili još jednostavnije, da će poduzeće ostvariti maksimalni profit pri onoj količini proizvodnje pri kojoj je granični prihod jednak graničnome trošku.

Odnos između dva oblika ravnoteže

Da bismo prethodnu tvrdnju sasvim razumjeli, napišimo direktnu funkciju profita u obliku razlike između ukupnog prihoda i ukupnog varijabilnot troška, izražavajući ukupan trošak kao funkciju ukupne količine proizvodnje, wL=c(x),

$$\pi = px-c(x). \tag{12}$$

Sada je uvjet prvoga reda za maksimum profita

$$p-\frac{dc}{dx}=0 \tag{13}$$

Iz ovog uvjeta proizlazi da je inverzna funkcija ponude

$$p=\frac{dc}{dx}. \tag{14}$$

Jednakost (14) izravno pokazuje da se ravnoteža poduzeća ostvaruje pri onoj količini proizvodnje pri kojoj je granični prihod ili cijena proizvoda jednak graničnome trošku: na mjestu gdje krivulja potražnje za proizvodom poduzeća siječe krivulju ponude poduzeća. Nakon usporedbe (11) i (14) lako zaključujemo da je

$$\frac{w}{f_L}=\frac{dc}{dx} \tag{15}$$

i s tim u skladu lako shvaćamo tumačenje jednakosti (11) kao jednakosti između graničnog prihoda i graničnnoga troška. Rezultat (14) možemo izreći i ovim riječima: ravnoteža poduzeća ostvaruje se pri onoj količini proizvodnje, pri kojoj je nagib krivulje ukupnog prihoda jednak nagibu krivulje ukupnoga troška.

Polazeći od direktne funkcije profita (3), nalazimo da je uvjet drugog reda za lokalni maksimum

$$pf_{LL}<0 \tag{16}$$

a polazeći od direktne funkcije profita (12), da je taj uvjet

$$\frac{d^2c}{dx^2}>0. \tag{17}$$

Nejednakost (16) pokazuje nam da će se maksimalan profit poduzeća ostvariti pri onom broju zaposlenih pri kojem djeluje zakon opadajućih graničnih prinosa, odnosno da će poduzeće ostvariti maksimalni profit tamo gdje je proizvodna funkcija lokalno konkavna. Nejednakost (17), sasvim u skladu s prethodnim zaključkom, kaže da će poduzeće maksimizirati profit tamo gdje granični trošak raste, odnosno tamo gdje je funkcija ukupnoga troška lokalno konveksna. Budući da su cijene konstantne, u području djelovanja zakona opadajućih prinosa granični trošak raste, jer je za dodatnu jedinicu proizvodnje potrebno sve više rada.

Uvjeti nenegativnosti i područje ravnoteže

Da bi profit bio maksimalan, zahtijeva se da $f_{LL}<0$ za L* ili da $d^2c/dx^2>0$ za x*. No, ti lokalni uvjeti ne isključuju negativan neto profit pri kojem poduzeće ne bi poslovalo. Stoga je uvjetima drugoga reda za lokalni maksimum potrebno dodati još i uvjet nenegativnosti neto profita u obliku

$$px^* - wL^* \geq 0 \tag{18}$$

kada se neto profit promatra kao funkcija rada ili u obliku

$$px^* - c(x^*) \geq 0 \tag{19}$$

kada se neto profit promatra kao funkcija količine proizvoda. Kada vrijedi jednakost, ukupan prihod poduzeća upravo pokriva ukupan varijabilni trošak. Zato nejednakost znači da ukupan prihod poduzeća pokriva ukupan varijabilni trošak i to barem dio fiksnog troška prije pokrića ukupnog troška ili da poduzeće, nakon pokrića, ostvaruje ekonomski profit.

Iz (18) slijedi nejednakost

$$p \geq \frac{wL^*}{x^*} \tag{20}$$

a iz (19) nejednakost

$$p \geq \frac{c(x^*)}{x^*}. \tag{21}$$

Obje nam nejednakosti pokazuju da će poduzeće poslovati samo onda kada je tržišna cijena proizvoda jednaka ili veća od prosječnog varijabilnog troška. Nejednakost (20) može se napisati i u obliku

$$\frac{x^*}{L^*} \geq \frac{w}{p} \tag{22}$$

koji nakon primjene (9) postaje

$$\frac{x^*}{L^*} \geq f_L(L^*) \tag{23}$$

Iz (23) je očito da se ravnoteža poduzeća s nenegativnim neto profitom mora ostvariti u području u kojem je prosječan proizvod jednak ili veći od graničnog proizvoda, odnosno u području u kojem je elastičnost proizvodnje s obzirom na rad, $E_x{*}L{*}$, nenegativna i manja od jedinice ili jednaka njoj

$$0 \leq E_{x^*,L^*} = \frac{L^*}{x^*} f_L\left(L^*\right) \leq 1. \tag{24}$$

Dobro je poznato da prosječan proizvod ima maksimum, kada je

$$\frac{x}{L} = f_L. \tag{25}$$

Uz to, kada bi rad bio besplatan, bilo bi neopravdano proizvoditi iza točke u kojoj je $f_L=0$, odnosno tamo gdje je $f_L<0$. Sada je jasno da se ravnoteža poduzeća, koje ostvaruje ukupan prihod jednak ili veći od ukupnog varijabilnoga troška, nalazi između maksimuma prosječnog proizvoda i maksimuma ukupnog proizvoda, odnosno točke u kojoj je granični proizvod rada jednak nuli. To je poznato područje drugoga stadija proizvodnje.

Odnosi proizvodnosti, troškova i prihoda

Taj rezultat lako možemo dovesti u vezu s kretanjem prosječnog i graničnog troška u području uspostavljanja ravnoteže poduzeća s nenegativnim neto profitom. Prosječan je varijabilni trošak

$$\frac{c}{x} = \frac{wL}{x} = \frac{w}{x/L}. \tag{26}$$

Na osnovi (26) možemo zaključiti da je prosječan trošak minimalan, kada je prosječan proizvod maksimalan i da prosječan trošak raste kada se prosječan proizvod smanjuje. Dalje iz (15) vidi se da je granični trošak minimalan, kada je granični proizvod rada maksimalan i da granični trošak raste, kada se granični proizvod rada smanjuje. Kada recipročne vrijednosti lijeve i desne strane jednakosti (25) pomnožimo sa w dobijemo jednakost

$$\frac{wL}{x} = \frac{w}{f_L} \tag{27}$$

koja nam govori da je prosječan varijabilni trošak jednak graničnom trošku u minimumu prosječnog varijabilnog troška ili, drugačije, onda kada je prosječan proizvod rada jednak graničnom proizvodu rada. Iz svega zaključujemo da je inverzna funkcija ponude proizvoda nekog poduzeća s nenegativnim neto profitom funkcija graničnog troška od minimuma prosječnog varijabilnog troška pa dalje.

Kada lijevu i desnu stranu jednakosti (25) pomnožimo sa p, dobivamo jednakost između maksimalnog prosječnog prihoda i graničnog prihoda rada

$$\frac{px}{L} = pf_L . \tag{28}$$

U području u kojem je prosječan proizvod rada veći od graničnog proizvoda, prosječan je prihod po jedinici rada veći od graničnog prihoda rada. Granični je prihod rada jednak nuli, kada je granični proizvod rada jednak nuli. To znači da je inverzna funkcija potražnje za radom funkcija koja ide od maksimuma prosječnog prihoda do točke u kojoj je granični prihod rada jednak nuli. U krajnjoj se točki radi o onoj razini zaposlenosti pri kojoj je granični proizvod rada jednak nuli, odnosno o onoj razini zaposlenosti pri kojoj je ukupan proizvod maksimalan.

Sada konačno možemo zaključiti da je ravnoteža poduzeća, koje ostvaruje maksimalan nenegativni neto profit, između maksimuma prosječnog proizvoda rada, odnosno maksimuma prosječnog prihoda rada, ili minimuma prosječnog varijabilnog troška i točke u kojoj je granični prihod rada jednak nuli, na području na kojem granični trošak raste, i to počevši od minimuma prosječnog varijabilnog troška dalje.

Ravnotežne vrijednosti potražnje, ponude i profita

Iz (8) nije teško izvesti funkciju potražnje za radom

$$L = L^* (W, p) \tag{29}$$

koja nam pokazuje koliki je optimalan broj radnika za svkau zadanu cijenu rada w i za svaku zadanu cijenu proizvoda p. Optimalna količina rada ovisi o nadnici ili o trošku po jedinici rada i o cijeni proizvoda ili o prihodu po jedinici proizvoda. Nakon uvrštavanja optimalne količine rada u funkciju proizvodnje dobivamo kratkoročnu funkciju ponude poduzeća

$$x^*(w,p) = f[L^*(w,p)] \tag{30}$$

koja pokazuje da i optimalna količina ponude poduzeća ovisi o cijeni rada ili o trošku po jedinici rada i o cijeni proizvoda ili o prihodu po jedinici proizvoda.

Uvrštavanje (29) i (30) u direktnu funkciju neto profita daje indirektnu funkciju neto profita

$$\pi^*(w,p) = pf[L^*(w,p)]-wL^*(w,p). \tag{31}$$

Indirektna funkcija neto profita pokazuje koliko iznosi maksimalan neto profit poduzeća uz zadane cijene w i p i uz zadanu tehnologiju opisanu proizvodnom funkcijom x=f(L).

Iz indirektne funkcije profita saznajemo kako se ukupan prihod

$$px^* = \pi^*+wL^* \tag{32}$$

dijeli na neto profit π^* i na masu nominalnih nadnica wL^*. Raspodjelu možemo izraziti i u jedinicama proizvoda ako (32) podjelimo s p. U tom je slučaju

$$x^* = \frac{\pi^*}{p} + \frac{w}{p}L^*. \tag{33}$$

Optimalna se količina proizvodnje x* dijeli na realni neto profit (π^*/p) izražen u jedinicama proizvoda i na masu nadnica $(w/p)L^*$ izraženu u jedinicama proizvoda.

Ovdje je dobra prigoda da uvedemo pojam izoprofitne crte, Ako u funkciju neto profita uvrstimo neki proizvoljan iznos neto profita $\bar{\pi}$, dobit ćemo izoprofitnu crtu koju možemo izraziti u obliku

$$x = \frac{\bar{\pi}}{p} + \frac{w}{p}L. \tag{34}$$

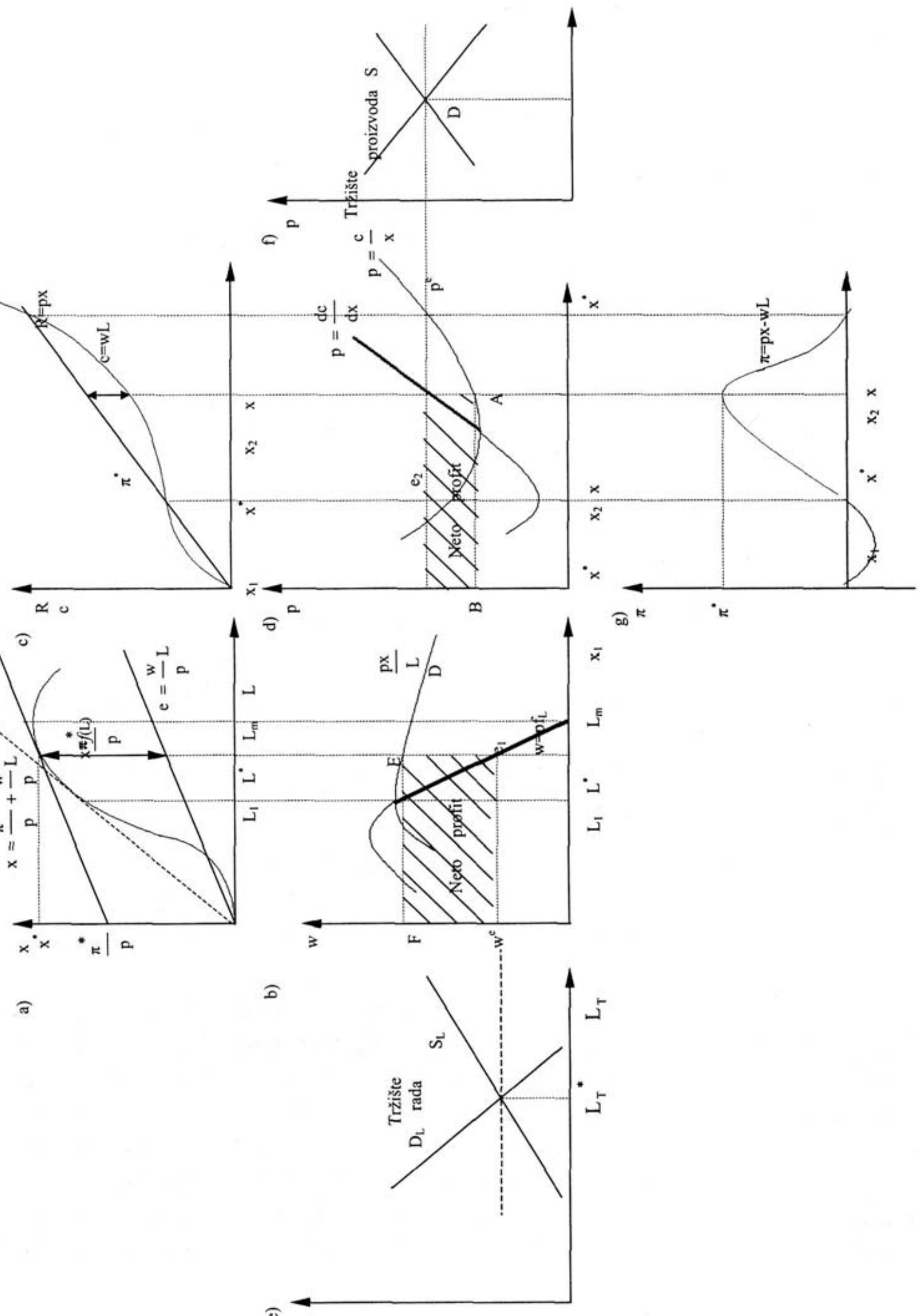
To je pravac koji predočuje sve kombinacije rada L i proizvoda x koje daju neto profit $\bar{\pi}$. Njegov nagib određuje realna nadnica. Drugim riječima, njegov nagib određuju uvjeti na tržištu rada i uvjeti na tržištu proizvoda. Ako proizvoljno zadamo π^*, onda će (L^*, x^*) biti jedina moguća kombinacija koja daje π^*. Paralelnim pomicanjem bilo koje izoprofitne crte do točke u kojoj ona dodiruje proizvodnu funkciju i u okolini koje je ta funkcija konkavna nalazimo optimalnu kombinaciju (L^*, x^*) koja poduzeću donosi maksimalni neto profit π^*.

Grafički prikaz odnosa

Grafički prikaz procesa (Slika 1.) određivanja one količine rada koja poduzeću daje maksimalan profit zasniva se na rezultatima algebarske analize. Budući da je tehnologija poznata, prvo možemo nacrtati proizvodnu funkciju. Nju prikazuje na slici 1. grafikon (a). Iz proizvodne funkcije potom izvodimo funkciju prosječnog proizvoda i funkciju graničnog proizvoda. Funkcija prosječnog proizvoda ima maksimum za onaj broj radnika za koji zraka iz ishodišta dodiruje proizvodnu funkciju. U našem je slučaju taj broj radnika L_1. Tu započinje druga etapa proizvodnje i završava brojem radnika L_m pri kojem proizvodna funkcija ima

Slika 1.

DVA NAČINA PRIKAZIVANJA RAVNOTEŽE I PET NAČINA PRIKAZIVANJA PROFITA



maksimum. Funkcija graničnog proizvoda ima maksimum za onaj broj radnika za koji proizvodna funkcija ima točku infleksije. Množenje funkcije prosječnog proizvoda sa p daje funkciju prosječnog prihoda, a množenje funkcije graničnog proizvoda sa p daje funkciju graničnog prihoda ili vrijednost graničnog proizvoda. Funkcije prosječnog prihoda rada i inverzna funkcija potražnje za radom prikazane su na slici 1. grafikonom (b).

Sada prelazimo na crtanje funkcije ukupnih troškova, i to tako da količinu proizvodnje za zadani broj radnika L nanosimo na apscisu, u odgovarajuće ukupne varijabilne troškove (wL) na ordinatu. Krivulju ukupnog varijabilnog troška prikazuje na slici 1. grafikon (c). Odgovarajuće se krivulje prosječnog varijabilnog troška i graničnog troška izvode iz krivulje ukupnog varijabilnog troška. One se lako mogu dobiti i ako se recipročne vrijednosti prosječnog i graničnog proizvoda množe nadnicom w. Njih prikazuje grafikon (d).

Konačno dolaze na red dva tržišta: tržište radne snage na slici 1. (e) i tržište proizvoda na slici 1. (f). Ona simultano određuje ravnotežne cijene w^w i p^e. Sjecište tržišne krivulje ponude rada i tržišne krivulje potražnje za radom određuje ravnotežnu nadnicu w^e koja je istovremeno i beskonačno elastična krivulja ponude rada poduzeću. Ponuda rada poduzeću dana krivuljom w^e siječe inverznu funkciju potražnje poduzeća za radom u točki ravnoteže e_1. To je točka ravnoteže prema graničnom pristupu u slučaju kada je direktna funkcija profita funkcija rada. Odgovarajući je neto profit prikazan površinom $w^e e_1 EF$. Prifot po jedinici rada u ravnoteži iznosi e_1E. To je razlika između prosječnog i graničnog prihoda rada.

Ravnotežna količina rada L^* koja proizlazi iz e_1 daje optimalnu količinu proizvodnje x^*. Optimalna se količina proizvodnje x^*, koja je istovremeno i realan ukupni prihod, dijeli na realne nadnice $(w^e/p^e)L^*$ i na realni neto profit π^*/p. Dvostrana strelica na grafikonu (a) prikazuje realni neto profit kao najveću razliku između realnog ukupnog prihoda (proizvodnje) i ukupnih realnih varijabilnih troškova rada koji su prikazani krivuljom $c'=(w/p)L$. To je maksimalni profit utvrđen u skladu s pristupom ukupan prihod-ukupan trošak, kada je direktna funkcija profita funkcija rada. Odgovarajuća je raspodjela proizvodnje označena i na ordinati. Odsječak izoprofitne crte π^*/p prikazuje realni neto profit, a $(x^*-\pi^*/p)$ prikazuje masu realnih nadnica $(w/p)L^*$.

Druga strana medalje polazi od sjecišta tržišne krivulje ponude proizvoda i tržišne krivulje potražnje za proizvodom. To sjecište određuje ravnotežnu cijenu proizvoda p^e koja je istovremeno beskonačno elastična krivulja potražnje za proizvodom poduzeća. Krivulja potražnje za proizvodom poduzeća siječe krivulju graničnih troškova poduzeća u točki ravnoteže e_2. To je točka ravnoteže prema graničnom pristupu u slučaju kada je direktna funkcija profita funkcija proizvedenih količina. Iz te točke direktno slijedi optimalna količina proizvodnje x^*, za koju je razlika između ravnotežne cijene p^e i prosječnog varijabilnog troška Ae_2 i maksimalni neto profit π^*=ABDe_2. Jedinični neto profit Ae_2 i maksimalni neto profit π^* prikazani su na grafikonu (d). Maksimalan neto profit π^*, kao najveća razlika između ukupnog prihoda $p^e x^*$ i ukupnih varijabilnih troškova $c(x^*)$, prikazan je dvostranom strelicom na slici 1. (c). To je grafički prikaz maksimalnog profita π^* prema pristupu ukupan prihod-ukupan trošak, kada je direktna funkcija profita funkcija proizvedenih količina. Optimalna količina proizvodnje x^* daje maksimalan profit π^*, a poduzeće pokriva ukupan varijabilni trošak, proizvodeći x_1 ili x_2. Neto profit za te količine proizvodnje jednak je nuli: $p^e x_1 - c(x_1) = p^e x_2 - c(x_2) = 0$. Funkciju profita prikazuje na slici 1. grafikon (g).

Valja imati na umu da pri traženju ravnoteže e_1 moramo poznavati i cijenu proizvoda p^e, jer je to točka u kojoj vrijedi jednakost

$$w^e = p^e f_L(L^*). \tag{35}$$

Isto tako, pri traženju ravnoteže e_2 moramo poznavati cijenu rada, jer je e_2 točka u kojoj vrijedi

$$p^e = \frac{w^e}{f_L}. \tag{36}$$

U obje se ravnoteže moraju uzimati u obzir ravnotežne cijene w^e i p^e, jer se uvijek pri računanju profita moraju uzeti i troškovi prihodi.

Konačno, na slici je jasno određena i tehnološka uvjetovanost nenegativnog profita. Da bi poduzeće proizvodilo, odnos nadnice i cijene proizvoda mora biti manji ili jednak prosječnom proizvodu. Ili, još preciznije, područje u kojem se nalazi ravnoteža poduzeća jest područje u kojem je prosječan proizvod veći ili jednak nenegativnom graničnom proizvodu. To je područje druge etape proizvodnje na slici 1. (a).

Komparativno statička analiza

Indirektna je funkcija profita neopadajuća funkcija cijene proizvoda, p, i nerastuća funkcija nadnice, w. Ona je linearno homogena i konveksna u cijenama (w,p)[1]. Komparativno statičku analizu možemo započeti pitanjem: Kako promjene cijena utječu na maksimalni profit π^*? Nedvosmislene nam odgovore na to pitanje daje upotreba teorema ovojnice, prema kojem je derivacija indirektne funkcije cilja po parametru jednaka derivaciji direktne funkcije cilja po parametru za ravnotežne vrijednosti varijabli izbora. Stoga možemo pisati

---

[1] Dokaz za navedena svojstva čitatelj može naći kod Geoffrey A. Jehle i Philip J. Reny (1998.), str. 239. i 240. i u Hal R. Varian (1992.), str. 41. i 42.

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial w} = -L^*(w,p)$$

i

$$\frac{\partial \pi^*}{\partial \pi} = x^*(w,p) = f\left[L^*(w,p)\right].$$

Prvi nam nalaz pokazuje da će se maksimalni profit poduzeća smanjiti za iznos koji je jednak broju zaposlenih u ravnoteži, kada se nadnica poveća za jednu jedinicu i kada se ostali uvjeti ne mijenjaju, a drugi nam nalaz govori da će povećanje maksimalnog profita biti jednako količini ponude u ravnoteži, kada se cijena proizvoda poveća za jednu jedinicu i kada se ostali uvjeti ne mijenjaju. Sada možemo iskoristiti činjenicu da je indirektna funkcija profita konveksna u (w,p). Saznanje da je ona konveksna u (w,p), istovremeno je i saznanje da je matrica njezinih drugih derivacija

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \pi^*}{\partial w^2} & \frac{\partial^2 \pi^*}{\partial w \partial p} \\ \frac{\partial^2 \pi^*}{\partial p \partial w} & \frac{\partial^2 \pi^*}{\partial p^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{\partial L^*}{\partial w} & -\frac{\partial L^*}{\partial p} \\ \frac{\partial x^*}{\partial w} & \frac{\partial x^*}{\partial p} \end{vmatrix}$$

pozitivno semidefinitna. Pozitivna semidefinitnost znači da su vrijednosti svih glavnih minora nenegativne. Stoga možemo pisati

$$\frac{\partial L^*}{\partial w} \leq 0$$

i

$$\frac{\partial x^*}{\partial p} \geq 0.$$

Rezultati imaju očekivani predznak i smisleno tumačenje. Ravnotežna se potražnja za radom može smanjiti ili ostati nepromijenjena kada nadnica raste, a drugi se uvjeti ne mijenjaju. Druga nam nejednakost daje do znanja da se ravnotežna ponuda proizvoda može povećati ili ostati nepromijenjena kada cijena proizvoda raste, a drugi se uvjeti ne mijenjaju.

Konačno, u analizi možemo iskoristiti i Youngov teorem, pema kojem redoslijed deriviranja ne utječe na konačni rezultat deriviranja. Teorem stoga omogućuje jednakost

$$\frac{\partial x^*}{\partial w} = \frac{\partial L^*}{\partial p}$$

koja pokazuje da je utjecaj promjene nadnice na ravnotežnu ponudu proizvoda po predznaku različit, ali po jakosti jednak utjecaju promjene cijene proizvoda na ravnotežnu potražnju za radom.

Zaključak

Rad stvara proizvod. Taj proces opisuje proizvodna funkcija x=*f*(L). Ona je predočena slikom 1. (a). Rad se iz proizvodne funkcije eksplicitno izražava kao funkcija zadanih količina proizvodnje. Eksplicitno izražene količine rada množimo tržišnom cijenom rada da bismo dobili funkciju ukupnih varijabilnih troškova wL=c(x), koja je prikazana na slici 1. (c). Na taj se način uspostavlja veza između tehnologije opisane proizvodnom funkcijom, tržišta rada prikazanog dijagramom (e) i ukupnih varijabilnih troškova.

Proizvedene količine množimo tržišnom cijenom proizvoda da bismo dobili funkciju ukupnog prihoda, koja se nalazi na slici 1. (c). Iz proizvodne funkcije, koja je istovremeno i funkcija ukupnog realnog prihoda, izvodimo funkcije prosječnog i graničnog proizvoda rada. Umnošci tih funkcija s tržišnom cijenom proizvoda jesu tržišne vrijednosti prosječnog i graničnog proizvoda rada ili, jednostavno, funkcije prosječnog i graničnog prihoda rada. Te su posljednje funkcije prikazane slikom 1. (b). Na taj se način uspostavlja veza između tehnologije, opisane prosječnim i graničnim proizvodom rada, i tržišta proizvoda, koje je prikazan dijagramom (f). Funkcije prosječnih varijabilnih i graničnih troškova mogu se izvesti iz funkcije ukupnih varijabilnih troškova ili množeći recipročne vrijednosti funkcije prosječnog i graničnog proizvoda tržišnom cijenom rada. Tako se uspostavljaju odnosi između tehnologije, opisane prosječnim i graničnim proizvodom, tržišta rada i prosječnih i graničnih troškova.

Preostalo je da u jednu organsku cjelinu povežemo tržište rada i tržište proizvoda s tehnologijom i sa troškovima proizvodnje. To postižemo maksimizacijom profita, koja mora uzeti u obzir i cijenu rada kao trošak i cijenu proizvoda kao prihod. Kada se neto profit promatra kao funkcija rada, uvjet prvoga reda za maksimizaciju profita može poprimiti oblik

$$\frac{w}{p} = f_L \qquad (10)$$

koji povezuje odnos između tržišta rada i tržišta proizvoda izražen realnom nadnicom s tehnologijom izraženom graničnim proizvodom rada. Kada neto profit promatramo kao funkciju količine proizvodnje, uvjet je provoga reda za maksimizaciju profita

$$p = \frac{dc}{dx} \qquad (14)$$

ili

$$p = \frac{w}{f_L} \tag{11}$$

za koji vrijedi tumačenje kao i za jednakost (10).

Jedinstvena povezanost tehnologije i tržišta izražena ravnotežnim uvjetima daje jedinstvenu mogućnost za grafički prikaz maksimalnog neto profita na četiri različita načina prikazana na slici 1. (a), (b), (c) i (d). U uvjetima savršene konkurencije sama tehnologija, bez obzira na to kakve su cijene, određuje područje nenegativnog profita između maksimuma prosječnog i maksimuma ukupnog proizvoda. Lijevo je od maksimuma prosječnog proizvoda $E_{xL}>1$, a to znači da bi u tom području, uz zadane cijene, ukupan prihod rastao brže od ukupnoga troška. Poslije točke u kojoj je fL=0, ukupan se prihod smanjuje, a ukupan trošak raste. Komparativna statika upotpunjuje analizu ponašanja proizvođača u uvjetima savršene konkurencije. Ona daje očekivane rezultate i ukazuje na veliku analitičku moć teorema ovojnice.

LITERATURA:

1. *Cornes, Richard: "Duality and Modern Economics,"* Cambridge, Cambridge University Press, 1992.
2. *Jehle, G.A., Reny, P.J.: "Advanced Microeconomic Theory,"* Reding, Mass, Addison--Wesley Publishing Company, Inc., 1998.
3. *Layard, Richard, Walters, A.: "Microeconomic Theory",* New York, McGraw-Hill, 1988.
4. *Silberberg, Eugene: "The Structure of Economics: A.Mathematical Analysis"*, New York, McGraw-Hill, 1990.
5. *Varian, Hal: "Microeconomic Analysis"*, New York, Norton, 1992.

ALL - ENCOMPASSING APPROACH TO SHORT-RUM PROFIT MAXIMIZATION

Summary

In this paper an all-encompassing approach to the short-run profit maximisation in conditions of perfect competition is taken. For that reason, a direct net profit function is taken both as a function of labour, and as a function of output produced. The first order condition for profit maximisation, derived from the direct net profit function as function of labour, shows directly relation between the two markets and technology: w/p = fL. Relation between the perfect labour market and the perfect output market is expressed by real wage

as a relation of unit labour cost and revenue per unit of output, while technology is described by the marginal product of labour. In order to calculate the total variable cost as a function of given quantities of output, explicitly expressed labour from production function is multiplied by wage determined on the perfect labour market. The first order condition for a profit maximisation is derived from the direct net profit function as a function of given quantities of output p = dc/dx. After being expressed in p = dC/dL*dL/dC form, this condition is simply reduced to the already mentioned relation between market and technology: w/p = fL. These two ways of expressing connection between market and technology enable us to show, in a unique and organically connected way, the following: production function, inverse labour demand function, the value of average product, alternative ways of expressing the inverse supply function, alternative ways of expressing the total revenue function, total and average cost functions, profit function, four ways to express the maximum net profit. They also make possible to show: distribution of optimal production on the real net profit and real wage fund, distribution of total revenue on the nominal net profit and nominal wage fund, and, finally, the two equilibrium points connected with the perfect labour market and the perfect output market. The above analyses, after the indirect function of net profit is derived, is enriched with comparative statics, resulting in expected results.