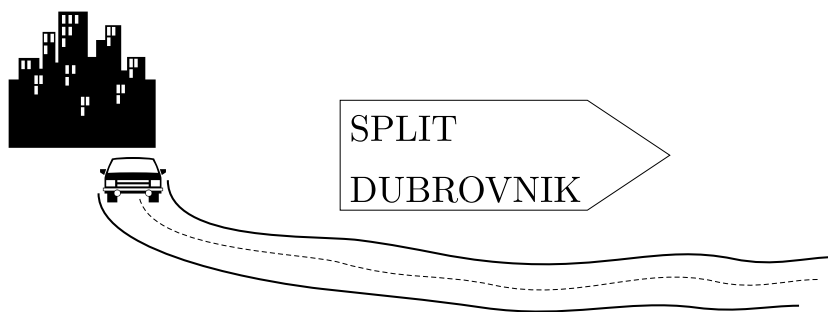


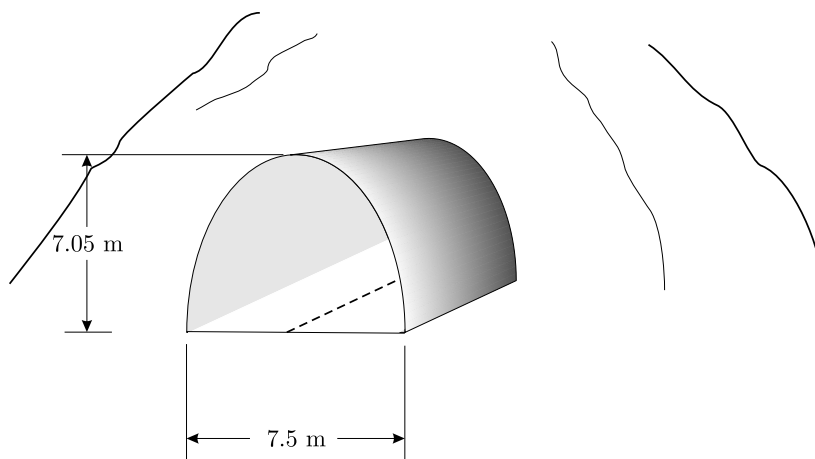
Problemi s tunelom

Filip Lavriv



Mjerenja na cesti

Ratko je šef gradilišta na autocesti **Split – Dubrovnik**. Upravo traje gradnja 1352 m dugog tunela, a on je odgovorna osoba za njegovu ispravnost. Nekoliko mjeseci prije kraja radova, kad je cijev tunela dobila svoj konačan oblik, Ratko je odlučio provjeriti je li ona građena prema uputama i planovima projektanata. Htio je započeti nekim jednostavnim provjerama. U projektnoj dokumentaciji pronašao je da oblik tunelske cijevi prati oblik jedne kvadratne funkcije, i to mu je za početak bilo dovoljno. Dobro je znao da je visina cijevi 7.05 m, a širina jedne trake ceste 3.25 m. Širina rubnika uz cestu, sa svake strane, je 0.5 m pa je zato cijela cijev široka 7.5 m.



Slika 1. Dimenzije tunela

Model kvadratne funkcije

Ratko je najprije trebao odrediti jednadžbu prema kojoj je cijev građena. U Kartezijevom koordinatnom sustavu odredio je da je vrh (tjeme) tunela položen na osi ordinata. Dakle, koordinate vrha su $(0, 7.05)$. Nije potrebno promatrati točke tunela ispod osi apscisa, ali

zato treba odrediti u kojim točkama tunel tu os siječe. To je bilo vrlo jednostavno za zaključiti – u točkama $(-3.75, 0)$ i $(3.75, 0)$. Jednadžba oblika cijevi tunela jest:

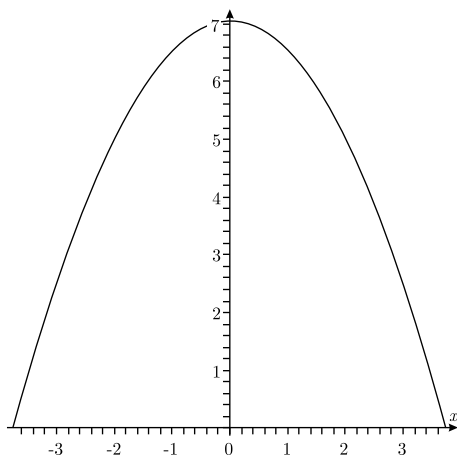
$$y = ax^2 + 7.05,$$

pri čemu je x horizontalna udaljenost od vrha tunela, y visina tunela, a a neki nepoznati negativan realni broj. Zna se da je za $x = 3.75$ ili $x = -3.75$ vrijednost y jednaka nuli. Dakle, a ćemo odrediti iz jednadžbe

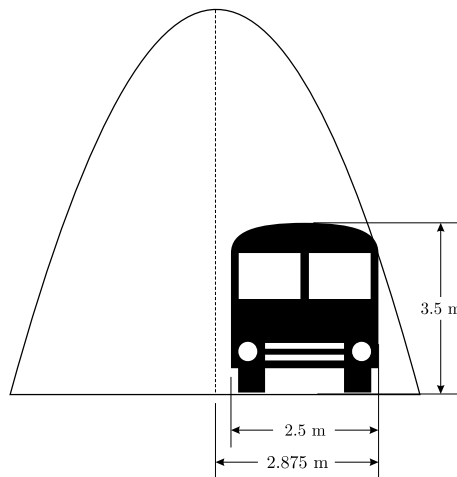
$$a \cdot 3.75^2 + 7.05 = 0.$$

Njezinim rješavanjem dobiva se da je a približno -0.5013 .

Ratko je najprije izmjerio ove osnovne dimenzije tunela i utvrdio **savršenu podudarnost**. Najprije je odlučio provjeriti bi li se prosječan čovjek mogao prošetati po rubniku te podudaraju li se ti rezultati s dobivenom jednadžbom. Izmjerio je visinu tunela iznad polovice oba rubnika, te dobio visinu od svega 0.909 m. Nije mogao vjerovati svojim očima no uvrštavanjem u jednadžbu za oblik cijevi tunela vrijednosti za x od 3.5 (ili -3.5) pokazale su se točnima. Time je samo zaključio da je rad projektanata bio površan, ali tu ništa nije mogao učiniti.



Slika 2. Graf funkcije
 $f(x) = -0.5013x^2 + 7.05$



Slika 3. Kamion u tunelu

Prohodnost tunela

Ne sluteći ništa dobro, odlučio je provjeriti može li se jedan kamion visine 3.5 m voziti tunelom. Promatrao je samo desnu traku, jer je to ipak traka kojom kamioni voze. Kao širinu kamiona koristio je 2.5 m. Budući da je tunel sve niži kako se ide desno od njegova središta, Ratko je promatrao samo njegovu desnu stranu. Ako se kamion položi na traku centrirano, onda je od rubova trake udaljen 0.375 m, odnosno desnom je stranom od desnog ruba cijevi udaljen 0.875 m.

Da ne bi doživio eventualne šokove pri mjerenju i mislio da su radnici negdje pogriješili, odlučio je najprije provjeriti rezultate u funkciji. Vrijednost za x u gledanoj točki je $3.75 - 0.875 = 2.875$. Uvrštavanjem te vrijednosti za x u funkciju dobiva se da je $f(2.875) = y = 2.906$. Ovo je doista začuđujuće, jer je i mjerenje isto to pokazalo, pa je Ratko odlučio dati ostavku na svoj položaj zbog toga što je uvidio da ima posla s luđacima.

Još dva mjerenja

Prije nego što se povuče, odlučio je zaraditi svoju plaću za taj mjesec pa je obavio još dva mjerenja.

Najprije je trebalo odrediti na kojoj najvećoj visini može biti postavljena signalna tabla širine 3 m te kolika je širina grede o koju je ovješena ako je duljina lanaca što ih povezuju 30 centimetara. Ratko je razmišljao – ako je tabla centralno položena, onda su njezini rubovi u točkama kojima je apscisa -1.5 , odnosno 1.5 . Za njih je, uvrštavanjem u funkciju, visina tunela jednaka 5.922 m pa je to visina na kojoj treba postaviti tablu. Greda je očito postavljena na visini od 6.222 m. Apscise točaka u kojima ona dodiruje cijev tunela rješenja su jednadžbe

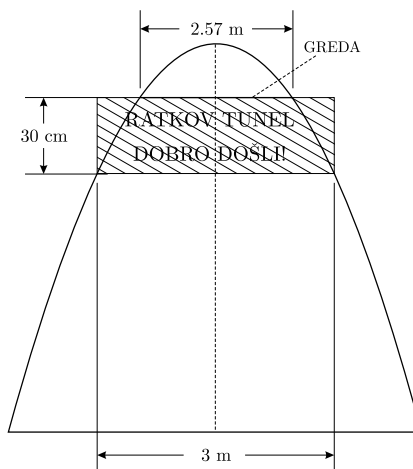
$$-0.5013x^2 + 7.05 = 6.222.$$

Proizlazi da su to točke s apscisama -1.285 i 1.285 . Širina je grede, Ratko je zaključio, 2.57 m.

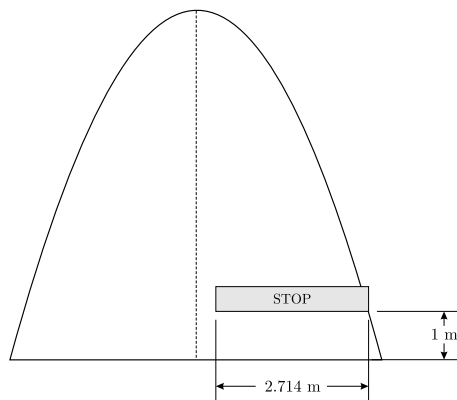
Još je trebalo odrediti kolika treba biti duljina sigurnosne rampe položene na 1 m visine ako ona spuštена prekriva $\frac{3}{4}$ jedne trake. Ratko je zaključio da najprije treba odrediti koliko je od ruba tunela horizontalno udaljena točka u kojoj rampa dodiruje cijev tunela. Apscisa te točke (ako opet gleda samo desnu traku) pozitivno je rješenje jednadžbe

$$-0.5013x^2 + 7.05 = 1,$$

odnosno 3.474 . Od ruba rubnika udaljena je $3.75 - 3.474 = 0.276$ m. Tome treba pridodati $\frac{3}{4}$ duljine jedne trake, tj. 2.438 m pa je dobivena duljina rampe jednaka 2.714 m. Nakon



Slika 4. Širina grede



Slika 5. Duljina rampe

ovoga, Ratko je predao mjerenja šefovima, a uz to i svoju ostavku. Šefovi su bili zadovoljni mjerenjima, no nikako nisu mogli zaključiti zašto im odlazi jedan od najboljih i najsavjesnijih radnika.

Napomena uredništva. Ovaj je prilog nastao tijekom nastave kao **projekt o kvadratnoj funkciji**.