

O. Muftić, T. Jurčević Lulić, B. Godan*

HARMONIJSKA RASPODJELA MASE DIJELOVA LJUDSKOG TIJELA

UDK 572.512.087
PRIMLJENO: 15.11.2010.
PRIHVAĆENO: 3.12.2010.

SAŽETAK: Znameniti crtež čovjeka u kružnici Leonarda da Vincija služi kao simbol u biomehanici i ergonomiji. U ovome radu su ljudske proporcije prilagođene drugačijoj kružnici, tj. Zederbauerovoj harmonijskoj kružnici nastaloj početkom 20. stoljeća. Iz Zederbauerove kružnice rezultira niz brojeva koje nazivamo harmonijskim brojevima. Harmonijski brojevi primijenjeni su u analizi prirode, umjetničkih djela i građevina kako bi se dokazala njihova harmonija. Osim toga, i zvukovi i boje se slažu u harmonijske cjeline čiji elementi imaju odgovarajuće valne dužine koje su upravo harmonijski brojevi.

Za čovjekovu stojeću visinu uzima se promjer Zederbauerove kružnice te se uključuje mreža kanona osam duljina glave. U mrežu se ucrtavaju karakteristične točke koje predstavljaju zglobove na ljudskom tijelu te omogućuju crtanje „žičanog modela“ ljudskog tijela. Nacrane duljine različitih dijelova ljudskog tijela su u vrlo dobroj korelaciji s ljudskim antropomjerama. Osim toga, u radu je utvrđeno da je raspodjela masa dijelova ljudskog tijela u vrlo dobrom skladu s harmonijskim brojevima. Ova metoda ima praktičnu primjenu kod modeliranja u biomehaničkim analizama ljudskog gibanja.

Ključne riječi: raspodjela mase ljudskog tijela, statičke i dinamičke antropomjere, harmonijska analiza, kanon osam duljina glave

UVOD

Propriocepcija je nesvjesna percepcija gibanja i orijentacije koja dolazi od podražaja unutar samog tijela. Često se opisuje i kao sposobnost poznavanja položaja dijelova tijela u prostoru. Kinestetička svjesnost predstavlja sposobnost otkrivanja gibanja u zglobu. Očito je da su i propriocepcija i kinestetika povezane s doživljajem sile koja se izvodi kao i u mehanici. Osnovno je da su osjetilne i mehaničke sile usporedive. Proučavanje osjetila gibanja i osjetila orijentacije

povećava osjetilnu osnovu svjesnosti udova te, osim toga, pitanje o iskustvu tijela. Suvremena neurofiziologija ne može dati odgovore jer je zaokupljena histologijom, biokemijom, elektrofiziologijom i elektronskim mikroskopiranjem.

Biomehanička teorija gibanja ljudi ili životinja uglavnom se temelji na eksperimentima, pri čemu se mjere brzine, ubrzanja i sile. Tako utvrđeni podaci primjenjuju se u različitim matematičkim ili izračunskim postupcima u mehanici. Ako pojedinac ponavlja određeni broj puta specifično gibanje pod gotovo sličnim uvjetima, uzorak gibanja će se promijeniti na određeni način. Djelomično ovo ponavljanje ima cilj naučiti optimalno gibanje za određenu specifičnu vrstu gibanja. Što se optimira u takvom procesu adaptacije? Na primjer, moguće je odrediti optimalno

*Dr. sc. Osman Muftić, prof. emeritus, prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić, izv. prof., (tanja.jurcevic@fsb.hr), Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, Bruno Godan, dr. med., Ustanova za zdravstvenu njegu Godan, Sermageova 16, 10000 Zagreb.

gibanje, pod kojim podrazumijevamo postizanje maksimalnih dostignuća, ako poznajemo mišićnu snagu, opsege gibanja u zglobovima, položaje središta masa, kinematičke antropomjere, mase i dinamičke momente tromosti za koje se može pretpostaviti da se mogu promijeniti nakon specifičnog treninga. Drugi primjeri optimizacijskog procesa su konstrukcija optimalnih umjetnih udova u potrazi za najekonomičnijim radnim gibanjem.

Da bi se prikazao problem na općenit način, u radu je simulirano ljudsko tijelo pomoću matematičkih i eksperimentalnih modela. Pri tome je prvi korak bio odrediti dijelove tijela kako bi se mogao definirati model. U nekim biomehaničkim analizama nije nužno uzeti u obzir sve zglobove i stupnjeve slobode gibanja. Ako postoje definirane jednadžbe ograničenja, tada neke od koordinata q_i nisu neovisne te se u tome slučaju smanjuje broj diferencijalnih jednadžbi. Ali, čak i kada je smanjen broj jednadžbi, one ostaju vrlo složene. Stoga će se u ovom radu analizirati samo jednostavni modeli koji omogućuju razumijevanje glavne ideje modeliranja.

Osnovna mjerenja potrebna kod opisivanja gibanja su mjerenja antropomjera. U tzv. biološkoj antropologiji (ili fiziološkoj antropologiji) uzima se u obzir samo statička antropometrija koja se odnosi na linearne mjere, poput udaljenosti između karakterističnih točaka na tijelu. Kutovi kod relativnog gibanja dijelova ljudskog tijela pripadaju kinematičkim antropomjerama. Pod „biomehaničkom antropometrijom“ ne smatraju se samo linearne mjere i kutovi u zglobovima, nego i mase dijelova tijela te njihova raspodjela u odnosu na odabrani koordinatni sustav, dinamički momenti tromosti s obzirom na središte mase dijela tijela te središte mase cijelog tijela. Vrlo je važno znati da kod određivanja antropomjera karakteristične točke na dijelovima tijela nemaju uvijek isti položaj. U dinamičkoj antropometriji karakteristične točke su središta trenutne rotacije dijelova tijela. Također, u biomehaničkoj antropometriji važno je poznavati promjene antropomjera kao funkcije vremena. U postojećoj dostupnoj literaturi postoji mnogo podataka o ljudskim antropomjerama, ali to su uglavnom statičke i kinematičke antropomjere.

Ovi podaci podijeljeni su po spolu i starosti te u 3 do 5 skupina prema statističkoj distribuciji.

Kod analize ljudskog gibanja ili gibanja pojedinih dijelova tijela kod kojih postoje značajna ubrzanja, osim sila i momenata nužno je poznavati položaje određenih točaka, njihove brzine i ubrzanja te položaje središta masa i dinamičke momente tromosti cijelog tijela.

Dinamičke antropomjere podijeljene su na vanjske i unutarnje. Vanjski dinamički momenti tromosti su dinamički momenti tromosti koji se određuju na temelju vanjskih granica dijelova tijela. S obzirom na unutarnju raspodjelu masa, za vrijeme relativnog gibanja dijelova tijela, u gibanje su uključene različite skupine mišića i koštane mase u odnosu na ono što se vidi izvana. Kod unutarnjih antropomjera, mase mišića ovise o relativnom gibanju i vremenu. Tipičan primjer je gibanje ruke kod osobe koja stoji. Ako se ruka slobodno njiše, tada jedna skupina mišića pripada volumenu ruke unutar vanjskih granica. Giba li se ruka prema gore, tada su u gibanje uključeni i prsni i leđni mišići zajedno s lopaticom. Stoga, radi se o gibanju sustava s promjenjivom masom. Prema dostupnoj literaturi, unutarnji dinamički momenti tromosti još nisu dovoljno istraženi.

METODE

Određivanje raspodjele mase ljudskog tijela i težišta tijela bilo je poznato prije nekoliko stoljeća. Prve metode uveo je Borelli (1608.-1697. g.), a kasnije Fischer i Braun (1889. g.). Mnogo točnije rezultate u određivanju raspodjele mase ljudskog tijela i pripadajućih težišta utvrdio je Dempster (1961. g.).

Da bi se odredila masa dijelova ljudskog tijela, u ovome radu je primijenjena metoda Donskog i Zaciorskog (1979. g.) prema kojoj se mase dijelova tijela računaju pomoću regresijske jednadžbe:

$$m_i = B_0 + B_1 M + B_2 h, \quad \text{kg}$$

gdje je m_i masa određenog dijela tijela u kg, M je ukupna masa tijela u kg, h je stojeća visina ispitanika u cm, a B_0 , B_1 , B_2 su regresijski koeficijenti koji se za određeni dio tijela uzimaju iz tablice.

Muftić (1984. g.) je razvio metodu harmonijske analize povezanu sa stojećom visinom čovjeka. Utvrđene su linearne veze između antropoloških proporcija pomoću kanona osam visina glave pridruženog tzv. harmonijskoj kružnici koju je izradio Zederbauer (1917. g.).

Koristeći tu ideju, nacrtana je mreža na slici 1. koja predstavlja granice konture čovjeka u stojećem položaju tijela. Nakon toga određene su karakteristične točke A, B, C, D,...M koje

predstavljaju zglobove ili krajnje točke konture. Koordinate točaka su određene kao funkcije ukupne visine čovjeka i njezine osmine, tj. duljine glave (HL).

REZULTATI

Rezultati harmonijske analize dani su kao funkcija stojeće visine $h = 2R$ na način prikazan u Tablici 2.

Tablica 1. Regresijski koeficijenti za mušku populaciju prema Donskom i Zaciorskom

Table 1. Regression factors for males after Donski i Zaciorski

Segment	B_0	B_1	B_2	R	S
Stopalo	-0,829	0,0077	0,0073	0,702	0,101
Potkoljenica	-1,592	0,031616	0,0121	0,872	0,219
Natkoljenica	-2,649	0,1436	0,0137	0,891	0,721
Šaka	-0,1165	0,0036	0,00175	0,516	0,036
Podlaktica	0,3185	0,01445	-0,00114	0,786	0,101
Nadlaktica	0,25	0,03012	-0,0027	0,837	0,178
Glava	1,296	0,0171	0,0143	0,591	0,322
Gornji dio trupa	8,2144	0,1862	-0,058	0,798	1,142
Srednji dio trupa	7,181	0,2234	-0,0663	0,828	1,238
Donji dio trupa	-7,498	0,0976	0,04896	0,743	1,02

R – koeficijent regresije, s - standardna devijacija

Tablica 2. Duljine dijelova ljudskog tijela kao funkcije visine (h)

Table 2. Lengths of human body segments as the function of human heights (h)

Duljina ruke = $(25/64) h$	Duljina nadlaktice = $(5/32) h$
Duljina podlaktice = $h/8$	Duljina šake = $(7/64) h$
Duljina noge = $(7/32) h$	Duljina natkoljenice = $(9/32) h$
Duljina potkoljenice = $(7/32) h$	Duljina stopala = $(1/8) h$

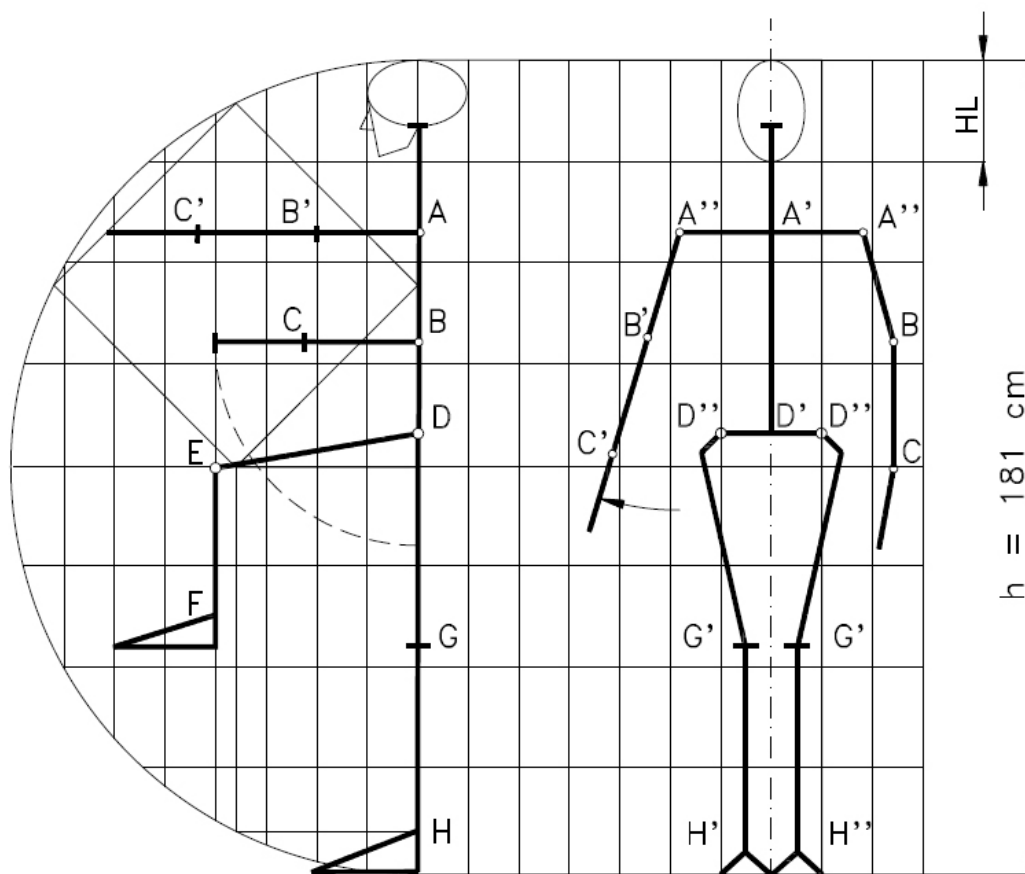
Uzimajući u obzir ove vrijednosti, sljedeći korak je crtanje linija koje povezuju karakteristične točke A, B, C ... itd. Na ovaj način nacrtan je pomoćni kostur čovjeka (žičani model) koji je prikazan na slici 1. Sve definirane duljine između točaka predstavljaju karakteristične linearne antropomjere prema Tablici 2.

Sljedeći je korak, na tako određen „kostur“, ucrtati konturu tijela čovjeka. Međutim, to često i nije potrebno jer je za biomehanički model dovoljno poznavanje žičanog modela. Ali, potrebno je imati na umu da:

- sve karakteristične točke (zglobovi) trebaju biti u položaju da su mogući pokreti udova,

- veličina mišićne mase, masnog tkiva i kože utječe na udaljenosti između dijelova tijela.

Pouzdanost ove metode može se provjeriti na ovaj način: za muškog ispitanika visine 181 cm i mase 86 kg izmjerene su karakteristične antropomjere. Dobivene vrijednosti antropomjera, prikazane u Tablici 3, mogu se usporediti s mjerama Kroemerovog ispitanika srednje vrijednosti visine 172 cm, pri čemu je u literaturi dano i područje varijacije za antropomjere muške populacije.



Slika 1. Ravni model kostura čovjeka napravljen pomoću definicije karakterističnih točaka A, B, ... H

Figure 1. The planar skeleton model devised using characteristic points A, B, ... H

Sljedeći se korak harmonijske analize odnosi na utvrđivanje raspodjela mase vanjski podijeljenih dijelova tijela, uspoređujući ih s ukupnom masom

tijela. Primjenom regresijske jednadžbe Donskog i Zaciorskog izračunate su srednje vrijednosti masa dijelova tijela koje su prikazane u Tablici 4.

Tablica 3. Kroemerove vrijednosti antropomjera (cm) za muškarce uspoređene s rezultatima utvrđenim uz pomoć slike 1

Table 3. Kroemer's anthropometrical values (cm) for males compared with results obtained from Figure 1

Br.	Dio tijela	Kroemer	Variation	Naši podaci
1.	Stojeća visina subjekta	172	160-184	181
2.	Razina očiju, stojeći položaj	161	150-172	169,5
3.	Visina ramena, stojeći položaj	142	131-153	150
4.	Vrh glave iznad sjedala	90	84-96	97,5
5.	Razina očiju iznad sjedala	79	73-85	86,5
6.	Visina ramena iznad sjedala	59	54-64	64
7.	Visina laktova, stojeći položaj	106	18-114	109
8.	Visina laktova iznad sjedala	24	20-28	27
9.	Ispružena ruka, dohvat	82	75-87	83
10.	Duljina podlaktice i šake	47	45-51	49
11.	Raspon ruku	175	159-191	180
12.	Debljina natkoljenice	59	54-64	63
13.	Visina koljena iznad stopala	55	51-59	53
14.	Visina ispod koljena do stopala	45	42-48	42
15.	Širina ramena	45	41-49	47
16.	Širina bedra	35	31-39	35
17.	Debljina potkoljenice	10	12-17	13
18.	Udaljenost od leđa do ispod koljena	50	46-54	51,5

Tablica 4. Mase dijelova tijela uspoređene s ukupnom masom tijela

Table 4. Body parts masses compared with overall body mass

Dio tijela	Relativna vrijednost mase %		Harmonijski brojevi za polumjer $R = 11$
Glava	6,94		$b = 6,95$
Gornji dio trupa	15,956	43,457	$4a + (r + d)/2 = 43,415$
Srednji dio trupa	16,327		
Donji dio trupa	11,174		
Nadlaktica	2,707	4,936	$a / 2 = 4,936$
Podlaktica	1,615		
Šaka	0,614		
Natkoljenica	14,165	19,866	$2a = 19,68$
Potkoljenica	4,33		
Stopalo	1,371		

Iz ove analize proizlazi da se raspodjela masa za normalno razvijenog odraslog muškarca, kao i za žene, s velikom točnošću podudara s harmonijskim brojevima. Gotovo da se može reći da su linearne duljine dijelova tijela te mase dijelova tijela harmonijske vrijednosti.

Razlike u spomenutim harmonijskim vrijednostima kao rezultat individualnih razlika koje ometaju na neki način harmoniju - ali ne uvijek i ne uvijek na isti način - su prema koeficijentima regresije (koji su u intervalu 0.561...0.8911) u području funkcionalne ovisnosti.

Druge vrste razlika proizlaze iz razlika u raspodjeli mase kod muškaraca i žena. Također, postoje očite razlike između djece i odraslih. Ali, unatoč tome, moguće je pokazati dobro slaganje s harmonijskim vrijednostima.

Pomoću takve metode je moguće, osim statičkih antropomjera, odrediti i dinamičke antropomjere, tj. središnje dinamičke momente tromosti dijelova tijela, kao i dinamičke momente tromosti cijeloga tijela. Metoda je utvrđena za mjerenje muških i ženskih ispitanika, a razlike su u modeliranju dijelova tijela. U oba slučaja ljudsko tijelo se modelira sa 16 geometrijskih tijela.

Mjerenje se sastoji od snimanja ispitanika na čije su tijelo postavljani markeri pomoću mjernog sustava ELITE. 3D koordinate označenih točaka su ulazni podaci za računanje statičkih i dinamičkih antropomjera pomoću programa napisanog u MATLAB-u.

Mjerenje je provedeno na 120 muških i 120 ženskih ispitanika hrvatske populacije koja je

Tablica 5. Položaj težišta izražen kao postotak duljine segmenta

Table 5. Gravity centers as percentages of segment length

Dio tijela	Udaljenost u %*	Dio tijela	Udaljenost u %*
Glava i vrat	50,02	natkoljenica	45,49
Gornji dio trupa	50,66	potkoljenica	40,49
Srednji dio trupa	45,02	stopalo	44,14
Donji dio trupa	59,59	natkoljenica	44,98
Šaka	36,91	potkoljenica	42,74

* Mjereno od gornje granice pojedinog dijela tijela.

Očito je da se mjerenjem mogu utvrditi antropomjere koje se razlikuju od antropomjera potrebnih za opisivanje gibanja. Pri tome su od posebne važnosti središta zglobova koja predstavljaju središta rotacije. Također, postoji još jedan razlog zbog kojeg treba razvijati nove metode, a to je veliko vrijeme za provođenje mjerenja.

Ovi razlozi su bili motiv za razvijanje automatizirane metode za utvrđivanje antropomjera.

vrlo slična srednjoeuropskoj. Utvrđeni rezultati statičkih i dinamičkih antropomjera su statistički analizirani i podijeljeni u pet percentilskih skupina. Također su utvrđene i funkcionalne ovisnosti središnjih dinamičkih momenata tromosti cijelog tijela s lokalnim središnjim momentima tromosti dijelova tijela. Prema definiciji, moment tromosti je definiran kao $J = \int \rho^2 dm$. Kod analize ljudskog gibanja, ova metoda omogućava izračunavanje ukupnog središta mase cijelog tijela te dinamičkih momenata tromosti za svaki položaj tijela.

RAZLIČITI MODELI LJUDSKOG TIJELA

Sljedeći korak sastoji se od različitih načina modeliranja dijelova ljudskog tijela pomoću krutih geometrijskih tijela. Na početku je upotrijebljen jednostavniji model. Glava s vratom i šake modelirani su elipsoidom, a podlaktica, nadlaktica, potkoljenica i natkoljenica modelirani su valjcima. Ovaj model prikazan je na slici 2. Trup i stopala modelirani su paralelepipedima ili dijelovima paralelepipeda. Jednadžbe za računanje središnjih dinamičkih momenata tromosti glase:

$$\text{Nadlaktica} \quad J_{s0} = m_a \left(\frac{r^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right)$$

$$\text{Šaka} \quad J_{ys0} = 0.2 \cdot m_p (b^2 + d^2)$$

$$\text{Dio trupa} \quad J_{ys0} = \frac{m}{12} (l_1^2 + l_3^2)$$

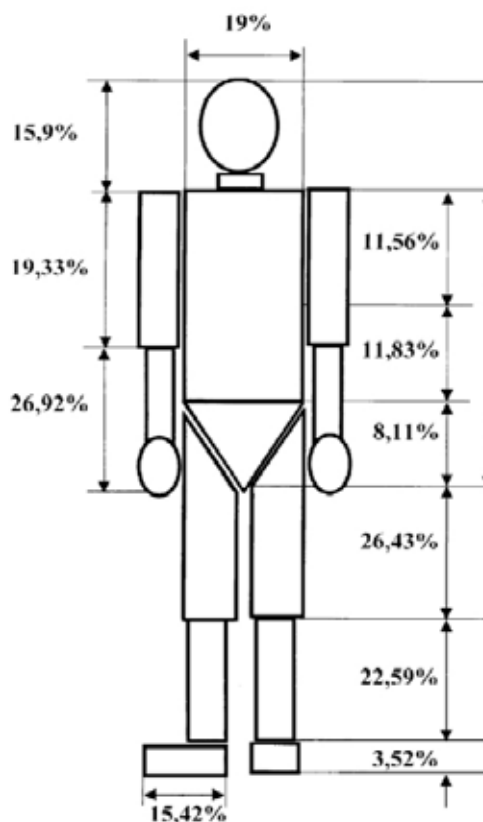
$$\text{Glava i vrat} \quad J_{ys0} = 0.2 \cdot m_p (b^2 + d^2)$$

$$\text{Natkoljenica} \quad J_{ys0} = m_n \left(\frac{r^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right)$$

$$\text{Potkoljenica} \quad J_{ys0} = m_p \left(\frac{r^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right)$$

$$\text{Stopalo} \quad J_{ys0} = \frac{m_s}{12} (l_1^2 + l_3^2)$$

Na slici se također vide približni oblici pomoću kojih su oblikovani dijelovi tijela. Dimenzije geometrijskih tijela ovise o visini i masi ispitanika.



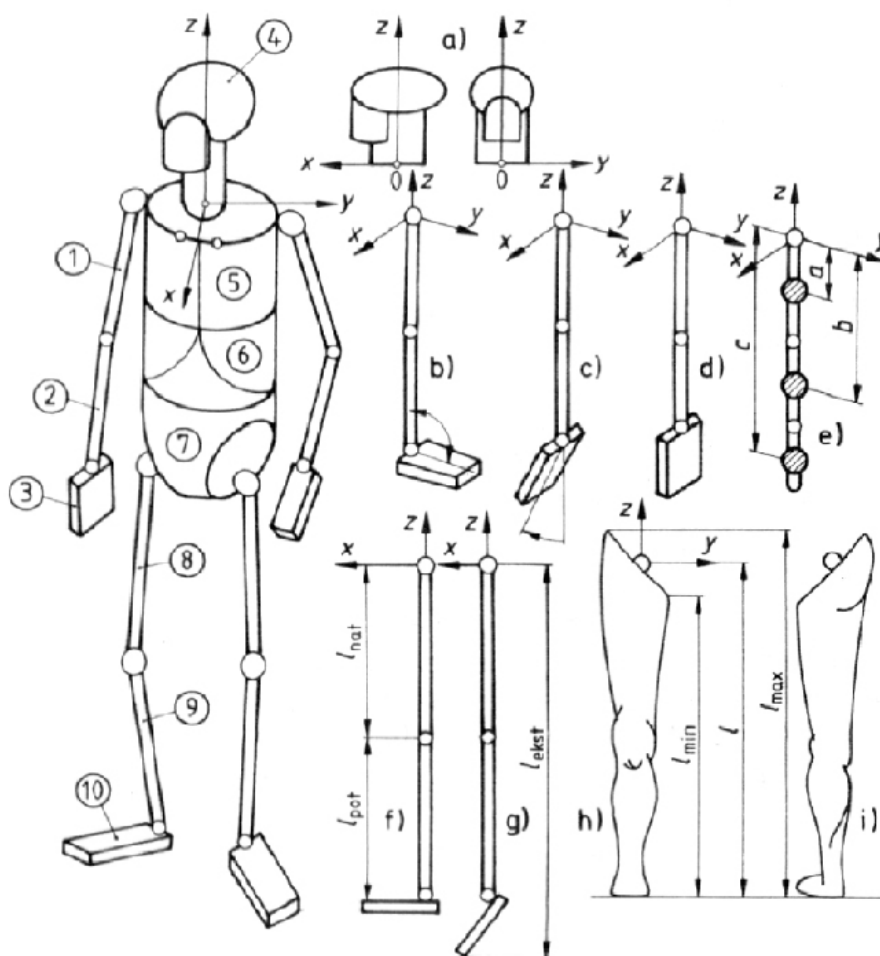
Slika 2. Model ljudskog tijela
Figure 2. Model of the human body

Drugi model ljudskog tijela malo se razlikuje od prethodnog modela. Glava i vrat su modelirani elipsoidnim valjkom kao što se vidi na slici 3. Natkoljenice i potkoljenice te nadlaktice i podlaktice oblikovane su valjcima. Gornji, srednji i donji dio trupa, također, su oblikovani pomoću valjaka. Dimenzije dijelova tijela ovise o ukupnoj masi i stojećoj visini ispitanika. Prva skupina antropomjera ovisi samo o visini ispitanika u skladu s kanonom osam visina glave. Druga skupina ovisi o dimenzijama i segmentalnoj masi te prosječnoj gustoći svakog dijela tijela. Prosječna gustoća ljudskog tijela iznosi oko 1.1 kg/dm^3 , a prosječna gustoća glave i udova može se pretpostaviti da iznosi 1.25 kg/dm^3 .

Slika 3a prikazuje moguće modele ljudske glave, a slika 3b, c, d, e prikazuje model ruke i njezinih dijelova. Model noge prikazan je na slici 3f, g, h, i, a model trupa pomoću valjaka.

Kod oblikovanja dijelova tijela, prvenstveno dijelova trupa i udova, u obzir su uzete razlike u raspodjeli mase kod žena u odnosu na muškarce.

Na kraju ove antropometrijske i harmonijske analize može se zaključiti da postoje mogućnosti primjene drugih kanona visine glave. Naime, ako se uspoređuje novorođenče s visinom odraslog muškarca, lako se vidi da se antropomjere



Slika 3. Model za računanje momenata tromosti dijelova ljudskog tijela

Figure 3. Model for calculating the moment of inertia for different parts of the human body

djeteta poklapaju s kanonom četiri visine glave. Tijekom odrastanja na čovjeka se mogu primijeniti kanoni od četiri visine glave do kanona osam visina glave.

ZAKLJUČAK

Primjenom predložene metode mogu se na temelju stojeće visine i mase tijela predvidjeti žičani modeli odraslih i djece. Kod određivanja modela djece nužno je poznavati i starost djeteta. Ovi žičani modeli predstavljaju temelje za proučavanje složenih dinamičkih modela gdje je nužno definirati karakteristične točke mišića.

LITERATURA

Berry, A.C.: Factors Affecting the Incidence of Non-metrical skeletal variants, *J. Anat.*, 120, 1975., 519-35.

Donskij, D.D. i Zacijorskij, V.M.: *Biomehanika*, Fizkultura i sport, Moskva, 1979.

Gilad, I., Nissan, M.: Sagittal Evaluation of Elementar Geometrical Dimensions of Human Vertebrae, *J. Anat.*, 143, 1985., 115-120

Kaleps, I., Clauser, C.E., Young, J.W., Chandler, R., Zehner, G.F. McConville, T.: Investigation into the Mass Distribution Properties of the Human Body and its Segments, *Ergonomics*, 27, 1984., 1225-1237

Muftić, O.: Harmonical Anthropometry as the Base for Applied Dynamic Anthropometry, *Zbornik Skupa o konstruiranju*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1984.

Muftić, O., Labar, J.: Modelling of the Head and Cervical Spine in Biomechanical Analysis, *Coll. Antropol.*, 14, 1990., 123-32

Muftić, O., Labar, J.: The Compact Formulation of Dynamic Anthropomeasures, *Strojarstvo*, 31, 1989., 207-14.

HARMONIC DISTRIBUTION OF THE SEGMENTAL MASSES OF THE HUMAN BODY

SUMMARY: Leonardo da Vinci's well-known drawing of a man fitting his body to a circle is used as a symbol in biomechanics as well as in ergonomics. In our investigation human body proportions were adapted to a different circle – the Zederbauer harmonic circle from the early 20th century. This circle generates a series of numbers called harmonic numbers. These numbers were applied in the analysis of different natural, artistic and architectural buildings to prove their harmony. Furthermore, sounds and colors also create harmonic systems composed of different harmonic wave lengths. In the Zederbauer circle we used the standing height of man as diameter, this height being equal to the sum of eight head lengths. After that we inserted, in a geometrical combination, characteristic points that represent the human joints, and thus we were able to form a wire model of the human body. The resulting lengths of different body segments showed strong correlation with human anthropomeasures. Moreover, we established that there was a rather good harmonic relationship between the segmental masses in the human body. This method is successfully used for modeling in the field of biomechanical analysis of the human movement.

Key words: *human mass distribution, static and dynamic anthropomeasures, harmonic analysis, head length canon*

Original scientific paper

Received: 2010-11-15

Accepted: 2010-12-03