

ČELIČNI PLOŠNI ELEMENTI OPTEREĆENI U SVOJOJ RAVNINI: FAKTORI IZBOČIVANJA

Mladen Bulić

Građevinski fakultet Rijeka Sveučilišta u Rijeci, doc.dr.sc.

Mehmed Čaušević

Građevinski fakultet Rijeka Sveučilišta u Rijeci, prof.dr.sc.

Sažetak: Cilj rada je pokazati kako su nastale vrijednosti faktora izbočivanja koje su dane kao gotove brojčane vrijednosti u postojećoj literaturi iz čeličnih konstrukcija i u europskim normama za čelične konstrukcije. U radu je obrađena stabilnost čeličnih plošnih elemenata opterećenih u svojoj ravnini na način kako se ovaj problem rješava u mehanici. Dana je opća teorija stabilnosti plošnih nosača te je izvedena jednadžba izbočivanja plošnog elementa. Objasnjen je pojam elastičnog kritičnog naprezanja izbočivanja ploče σ_{cr} te s njim u vezi i faktor izbočivanja ploče k_{σ} za proizvoljne rubne uvjete, raspodjelu naprezanja i odnos dužine i širine ploče. Uz to su prikazani dijagrami iz literature pomoću kojih se mogu odrediti približne vrijednosti faktora izbočivanja za razne rubne uvjete i različite odnose dužine i širine ploče. Na kraju je prikazan primjer izračuna faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja plošnog elementa, i to i analitički i primjenom specijaliziranog softverskog paketa EBPlate [11] koji je utemeljen na europskoj normi EN 1993-1-5 [3].

Ključne riječi: faktor izbočivanja, stabilnost plošnog elementa, jednadžba izbočivanja ploče, softverski paket EBPlate

Abstract: The aim of this paper is to present the way how the values of buckling factor are derived, which are provided as a ready-made numerical values in the existing literature on steel structures and European standards for steel structures. In this paper the stability of steel plate elements loaded in their plane is presented in the way how this problem is solved in mechanics. The general theory of stability of plates is given and the equation of buckling of plate elements is derived. The elastic critical buckling stress for plate σ_{cr} is explained as well as the plate buckling factor k_{σ} for arbitrary boundary conditions, arbitrary distribution of external loading on the plate and arbitrary relationship between length and width of the plate. In addition the values of buckling factor for various boundary conditions and arbitrary relationship between length and width of the plate are presented using the diagrams in the literature. Finally, an example of a plate element calculated analytically and computed using specialized software package EBPlate [11], which is based on the European standard EN 1993-1-5 [3], is presented.

Key words: buckling factor, stability of plated element, equation of plate buckling, software package EBPlate

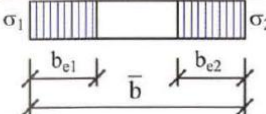
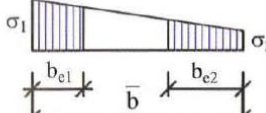
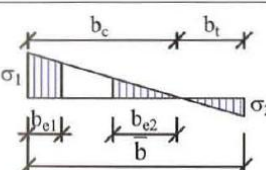
1 Plošni elementi u tlaku

1.1 Uvod

Poprečni presjeci konstrukcijskih elemenata, valjani ili zavareni, mogu se razmatrati kao da su sastavljeni iz plošnih elemenata od kojih su neki unutarnji (npr. hrptovi otvorenih poprečnih presjeka ili pojasnice sandučastih presjeka), a neki su vanjski (npr. pojasnice otvorenih poprečnih presjeka i krakovi kutnika). Budući da su plošni elementi poprečnih presjeka klase 4 relativno tanki u usporedbi s njihovom širinom, kada su tlačno naprezani u svojoj ravnini (kao rezultat uzdužne tlačne sile koja djeluje na cijeli poprečni presjek i/ili od savijanja) mogu se lokalno izbočiti, te se na taj način uzima njihova umanjena vrijednost poprečnog presjeka, tablica 1.1 [1], [6]. Lokalno izbočivanje plošnog elementa, bez obzira na njegov razmještaj u poprečnom presjeku, ograničava otpornost presjeka ili cijelog elementa na uzdužnu silu ili otpornost na savijanje, sprječavajući dosezanje tečenja presjeka. Izbjegavanje preuranjenog otkazivanja nastalog zbog učinaka lokalnog izbočivanja može se postići ograničavajući odnos širine i debljine pojedinog plošnog elementa poprečnog presjeka, te poprečnim i uzdužnim ukrućivanjem.

U nastavku ćemo pokazati kako su nastale vrijednosti faktora izbočivanja k_σ iz tablice 1.1, a numerički ćemo obraditi primjer u kojem je dobivena vrijednost $k_\sigma = 4,0$ iz tablice 1.1. Isti primjer će biti obrađen i analitički te primjenom specijaliziranog softverskog paketa EBPlate [11].

Tablica 1.1 – Određivanje k_σ za unutarnji element u tlaku

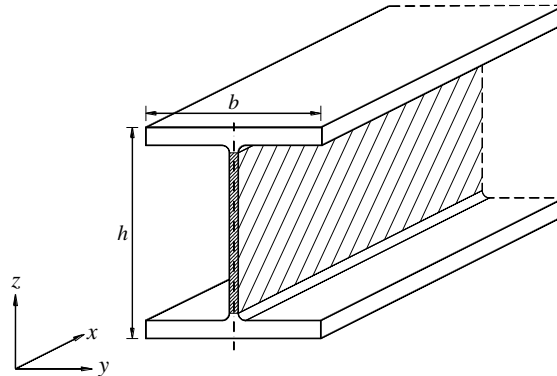
Raspodjela napona (tlak je pozitivan)			Efektivna širina b_{eff}			
			$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5 b_{eff}$			
			$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$			
			$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,4 b_{eff}$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Faktor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Potreba za poznavanjem teorije stabilnosti plošnih elemenata opterećenih u svojoj ravnini, osim za razumijevanje načina definiranja klase 4 poprečnog presjeka - redukcije površine poprečnog presjeka klase 4 (određivanje faktora izbočivanja k_σ), iskazuje se i u sljedećim slučajevima:

- kod bočno torzijskog izvijanja elemenata (EN 1993-1-1) [2]
- kod stabilnosti tlačno opterećenih čeličnih štapova sastavljenih od plošnih elemenata (hrptova i pojasnica) (EN 1993-1-1) [4], [8]
- u analizi stabilnosti visokih limenih nosača kod mostova (EN 1993-1-5) [3], [7]
- u analizi stabilnosti limenih nosača s ukrućenjima (EN 1993-1-5).

1.2 Opća teorija stabilnosti plošnih nosača

1.2.1 Naprezanje od savijanja



Slika 1.1 – Promatrani dio vitkog čeličnog elementa

Promatramo diferencijalno mali dio **hrpta** prikazan na slikama 1.2 i 1.3 za koji se (prema općoj teoriji savijanja ploča), iz uvjeta ravnoteže u pravcu okomitom na promatranu ravninu, može formirati diferencijalna jednačba progiba plošnog elementa [5]:

$$q \cdot dx \cdot dz - D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right) dx \cdot dz = 0 \quad (1)$$

$$q \cdot dx \cdot dz - D \cdot \Delta \Delta w \cdot dx \cdot dz = 0$$

$$Y_{(q)} - D \cdot \Delta \Delta w \cdot dx \cdot dz = 0$$

u kojoj je:

w – pomak okomito na ravninu $dx \cdot dz$

$Y_{(q)}$ – opterećenje okomito na ravninu $dx \cdot dz$, $Y_{(q)} = q \cdot dx \cdot dz$

D – krutost plošnog elementa na savijanje

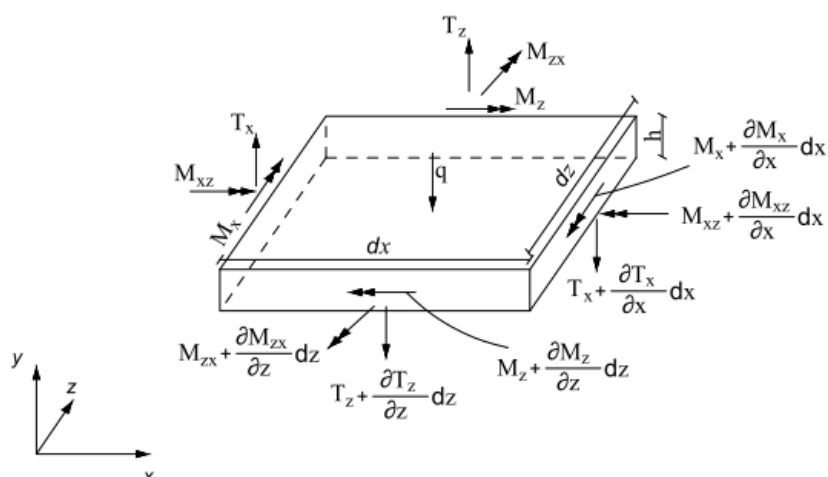
$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

gdje je

ν – Poissonov koeficijent

h – debljina plošnog elementa

E – modul elastičnosti.



Slika 1.2 – Diferencijalno mali dio hrpta

1.2.2 Naprezanje u ravnini

Na diferencijalno mali element djeluju samo one sile koje se nalaze u srednjoj ravnini elementa, a to su:

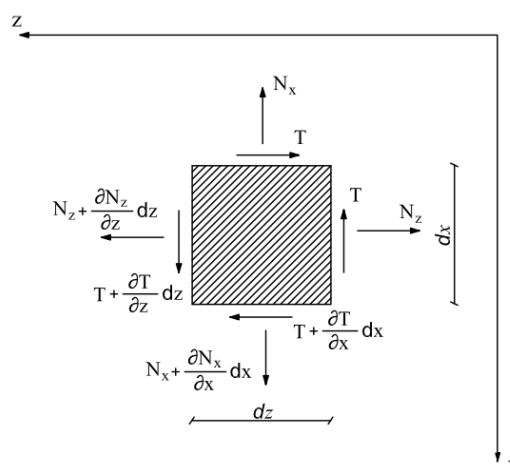
$$N_x, N_z, T_{xz} = T_{zx} = T$$

Ako promatramo srednju ravninu ploče (slika 1.3), poprečne sile dobivamo integracijom naprezanja po visini presjeka. Ako se pretpostavi da je $dx = dz = 1$, one imaju sljedeće vrijednosti:

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot dy = \sigma_x \cdot h$$

$$N_z = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z \cdot dy = \sigma_z \cdot h$$

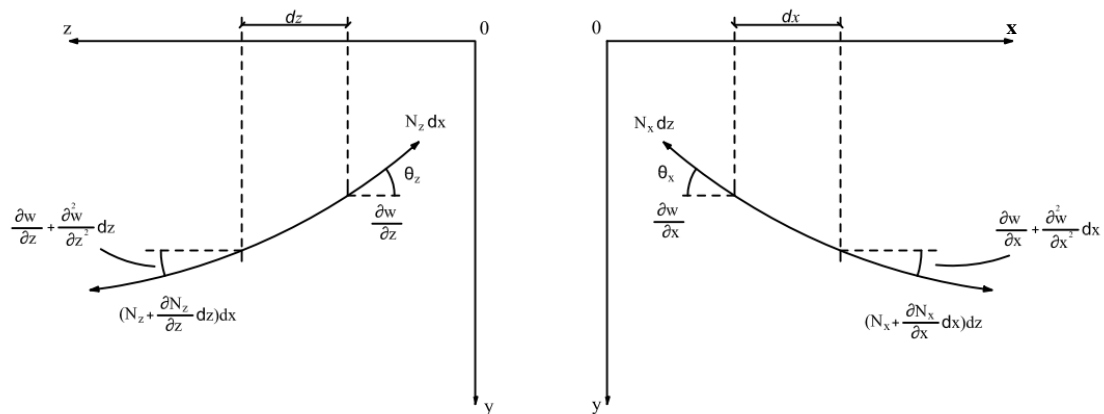
$$T_{xz} = T_{zx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} \cdot dy = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{zx} \cdot dy = \tau_{xz} \cdot h$$



Slika 1.3 – Srednja ravnina ploče

Utjecaj uzdužnih sila prikazan je na slici 1.4 gdje se, s obzirom da je θ_x mala veličina, može pretpostaviti:

$$\sin \theta_z \cong \operatorname{tg} \theta_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \sin \theta_x \cong \operatorname{tg} \theta_x = \frac{\partial w}{\partial x}$$



Slika 1.4 – Utjecaj uzdužnih sila

Tada je suma projekcija uzdužnih sila na y os:

$$\begin{aligned} \sum Y_{(N)} = & -N_x \frac{\partial w}{\partial x} \cdot dz + \left(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \right) dz \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) - \\ & - N_z \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dx + \left(N_z + \frac{\partial N_z}{\partial z} dz \right) dx \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} dz \right) \end{aligned}$$

odnosno nakon sređivanja:

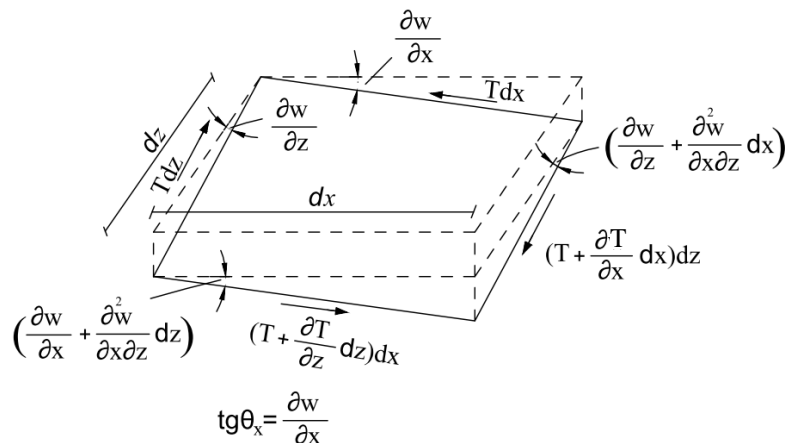
$$\sum Y_{(N)} = \left(\frac{\partial N_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial N_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) dx \cdot dz \quad (2)$$

Utjecaj poprečnih sila prikazan je na slici 1.5, prema kojoj možemo formirati relaciju:

$$\begin{aligned} \sum Y_{(T)} = & -T \frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx + \left(T + \frac{\partial T}{\partial z} dz \right) dx \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial z} dz \right) - \\ & - T \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dz + \left(T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) dz \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial z} dx \right) \end{aligned}$$

Nakon što se zanemare utjecaji malih veličina višeg reda, ona postaje:

$$\sum Y_{(T)} = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) dx \cdot dz \quad (3)$$



Slika 1.5 – Utjecaj poprečnih sila

Sada se može napisati uvjet ravnoteže svih sila koje djeluju na diferencijalno mali element (naprezanje na savijanje zbrojeno s naprezanjem u ravnini) u pravcu y osi (zbroj jednačbi 1, 2 i 3):

$$\begin{aligned} \sum Y &= \sum Y_{(q)} + \sum Y_{(N)} + \sum Y_{(T)} = \\ &= q \cdot dx \cdot dz - D \cdot \Delta \Delta w \cdot dx \cdot dz + \left(\frac{\partial N_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial N_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) dx dz + \\ &+ \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) dx dz = 0 \end{aligned}$$

Množeći ovaj uvjet s $1/dx dz$, dobivamo:

$$q - D \cdot \Delta \Delta w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{\partial N_z}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

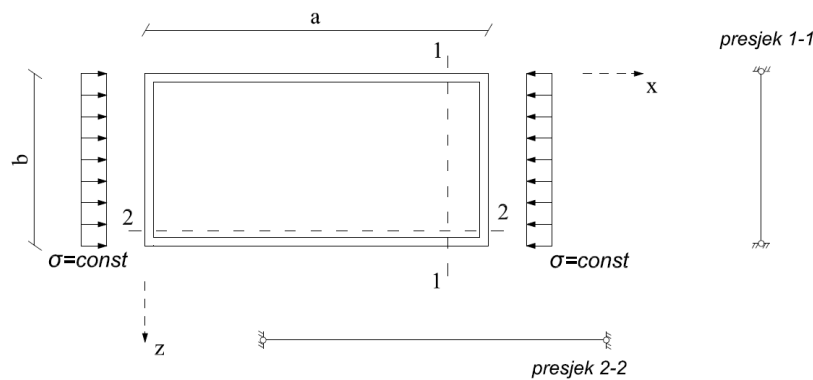
Članovi posljednje jednačbe $\left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{\partial w}{\partial x}$ i $\left(\frac{\partial N_z}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial z}$ su male veličine višeg reda koje se zanemaruju, a zanemaruje se i poprečno opterećenje q . Pritom treba imati u vidu i promjenu predznaka uzdužnih sila za slučaj kada su one tlačne. Na kraju se dobiva jednačba izbočivanja ploče u obliku:

$$-D \nabla^2 w + \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + N_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (4)$$

Rubni uvjeti za dva osnovna slučaja oslanjanja ploče će biti:

- za zglobno oslonjenu $w=0$ i $w''=0$
- za upetu ploču $w=0$ i $w'=0$

Dalje ćemo razmotriti najjednostavniji slučaj izbočivanja zglobno oslonjene pravokutne ploče koja predstavlja npr. hrbat I profila i na koju djeluje jednoosno, tlačno ravnomjerno raspoređeno opterećenje, prema shemi na slici 1.6.



Slika 1.6 – Zglobno oslonjena pravokutna ploča (npr. hrbat "I" profila) na koju djeluje jednoosno tlačno ravnomjerno raspoređeno opterećenje

Kako je $N_x = \sigma \cdot h$, $N_z = 0$ i $T = 0$ za slučaj tlačne uzdužne sile (slika 1.6) jednadžba (4) se svodi na:

$$D\nabla w + \sigma \cdot h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

Rješenje ove jednadžbe tražimo u obliku dvostrukog trigonometrijskog reda

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi z}{a} \cdot \sin \frac{n\pi x}{b}$$

čije su odgovarajuće derivacije:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} \cdot \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \cdot \sin \frac{m\pi z}{a} \cdot \sin \frac{n\pi x}{b} \\ \nabla w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] \cdot \sin \frac{m\pi z}{a} \cdot \sin \frac{n\pi x}{b} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Uvrštavanjem (6) u (5) dobivamo:

$$c_{mn} \left\{ \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2 - \frac{\sigma \cdot h}{D} \cdot \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{m}{a}\right)^2 \right\} = 0$$

Jednadžba stabilnosti će biti za $c_{mn} \neq 0$:

$$\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2 - \frac{\sigma_{cr} \cdot h}{D} \cdot \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{m}{a}\right)^2 = 0$$

Iz ovoga slijedi da je:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left[m \cdot \frac{b}{a} + \frac{n^2}{m} \cdot \frac{a}{b} \right]^2$$

Ako uvedemo oznake:

$$\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 D}{b^2 h}$$

onda je kritično naprezanje σ_{cr} izraženo preko Eulerovog naprezanja σ_E

$$\sigma_{cr} = \sigma_E \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{n^2}{m} \right)^2$$

Ako izraz kojim množimo σ_E označimo s k_{mn} , kritično naprezanje je

$$\sigma_{cr} = k_{mn} \cdot \sigma_E \quad (7)$$

$$k_{mn} = \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{n^2}{m} \right)^2$$

Minimalno kritično naprezanje dobiva se iz uvjeta minimuma vrijednosti k_{mn} , uzimajući da je $n=1$:

$$\frac{\partial k_{m1}}{\partial m} = 0$$

$$\frac{\partial k_{m1}}{\partial m} = 2 \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{1}{m} \right) \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha \frac{1}{m^2} \right) = 0$$

odakle je:

$$\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha \frac{1}{m^2} \right) = 0$$

te je:

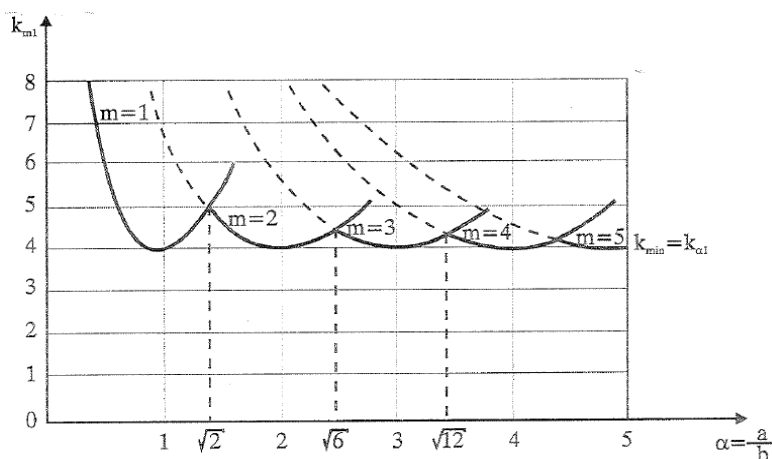
$$\alpha = m = 2,$$

$$k_{m1} = \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{1}{m} \right)^2 = 4$$

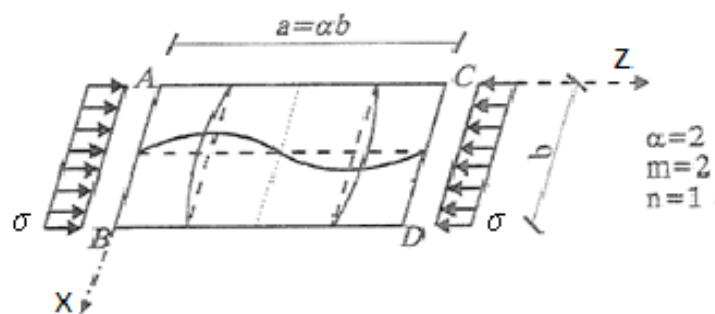
Znači da je u ovom slučaju ($n=1$):

$$\sigma_{cr} = k_{mn} \sigma_E = k_{\sigma} \sigma_E = 4 \sigma_E$$

Zavisnost k_{m1} i α može se prikazati za pojedine vrijednosti m pomoću krivulja na slici 1.7:

Slika 1.7 – Dijagram krivulja ovisnosti k_{m1} i α

Očigledno je da se najmanje kritično naprezanje dobiva kada je koeficijent α cijeli broj. Tako npr. za ploču s odnosom $\alpha = a/b = 2$ i jednoosno tlačno ravnomjerno opterećenje dobiva se oblik izbočavanja koji se sastoji od dva poluvala, slika 1.8:



Slika 1.8 – Oblik izbočavanja

1.3 Plošni elementi u tlaku prema EN 1993-1-1 i EN 1993-1-5

Iz teorije plošnih nosača prikazane u prethodnom poglavlju 1.2., pokazano je da se elastično kritično naprezanje izbočavanja ploče izračunava iz sljedećeg izraza:

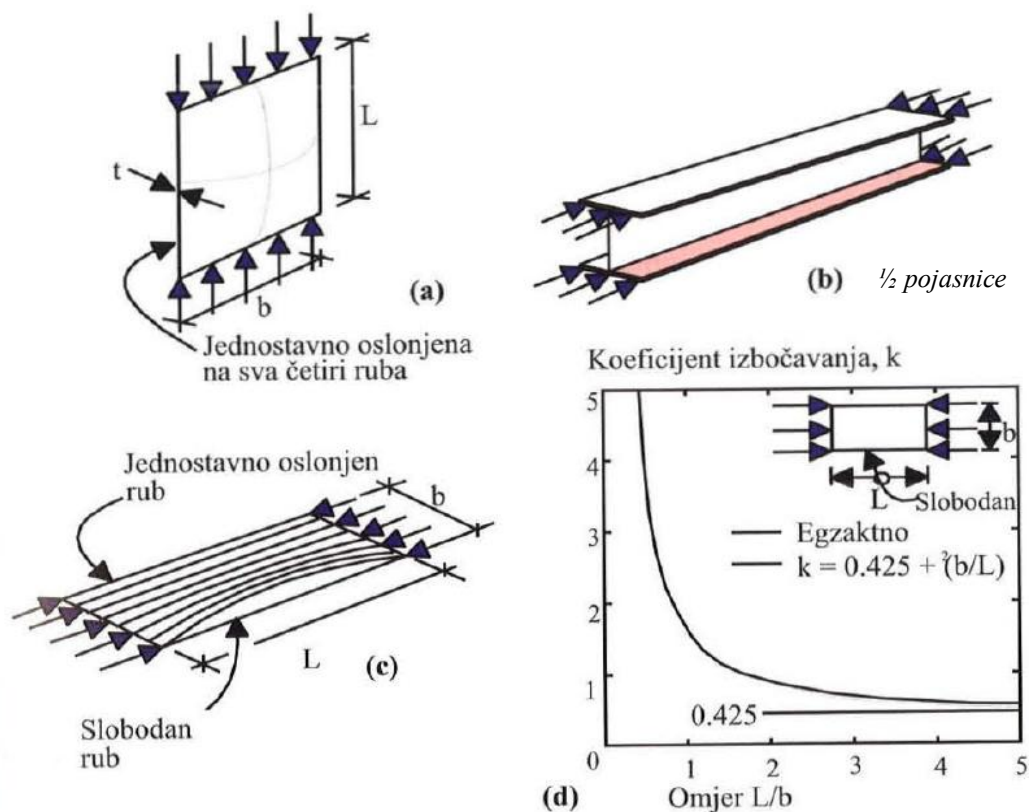
$$\sigma_{cr} = \frac{k_{\sigma} \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = k_{\sigma} \cdot \sigma_E \quad (8)$$

U ovom izrazu je:

- k_{σ} - faktor (koeficijent) izbočavanja ploče uveden u EN 1993-1-1 [2] koji uzima u obzir uvjete oslanjanja, raspodjelu naprezanja u poprečnom presjeku (zbog čega je u indeksu simbol σ) i odnos dužine i širine ploče, slike 1.8 i 1.9.a
- t - debljina čeličnog plošnog elementa (ranija oznaka h)
- σ_E - idealno naprezanje izbočavanja trake debljine t , širine b i duljine L
- ν - Poissonov koeficijent
- E - modul elastičnosti.

Otvoreni poprečni presjeci sastavljeni su od više plošnih elemenata koji su slobodni duž jednog uzdužnog ruba i u pravilu su vrlo dugački u odnosu na širinu, slika 1.9.b. Oblik izbočavanja takvog vanjskog elementa

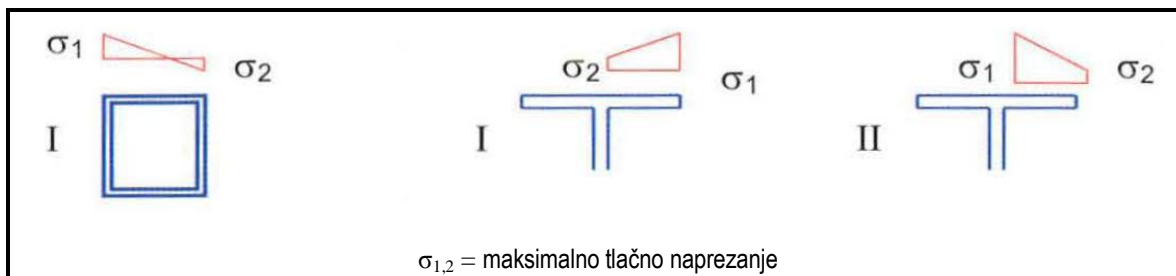
prikazan je na slici 1.9.c. Ovisnost odnosa dužine i širine elementa L/b i faktora izbočavanja k_σ za dugački tanki vanjski element slobodan po jednom rubu, prikazana je na slici 1.9.d iz koje se uočava da faktor izbočavanja k_σ teži graničnoj vrijednosti 0,425 s povećanjem odnosa L/b . Faktor izbočavanja k_σ zavisi od rubnih uvjeta i od odnosa dimenzija ploče.



Slika 1.9 – Ponašanje plošnih elemenata u tlaku

Vrijednosti faktora izbočavanja k_σ za nekoliko najčešćih oblika naprezanja na rubovima plošnih elemenata dane su u tablici 1.2. [1], i to za velike omjere L/b unutarnjih i vanjskih elemenata. Prvi korak kod određivanja faktora izbočavanja k_σ je razmatranje rubnih uvjeta elementa, tj. utvrđivanje radi li se o unutarnjem ili vanjskom elementu u tlaku. U drugom koraku uzima se u obzir raspodjela naprezanja po presjeku elementa preko omjera naprezanja u rubnim vlakancima $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$. Najuočajaniji slučajevi su s elementom u tlaku s jednolikom raspodjelom naprezanja ($\sigma_2 = \sigma_1$), kada je $\psi = 1$, i elementom izloženom savijanju s jednakim naprezanjima u rubnim vlakancima, ali suprotnih predznaka $\sigma_2 = -\sigma_1$, kada je $\psi = -1$.

Tablica 1.2 – Vrijednosti faktora izbočivanja k_σ za nekoliko oblika raspodjele naprezanja na rubovima plošnih elemenata



$\sigma_{1,2}$ = maksimalno tlačno naprezanje

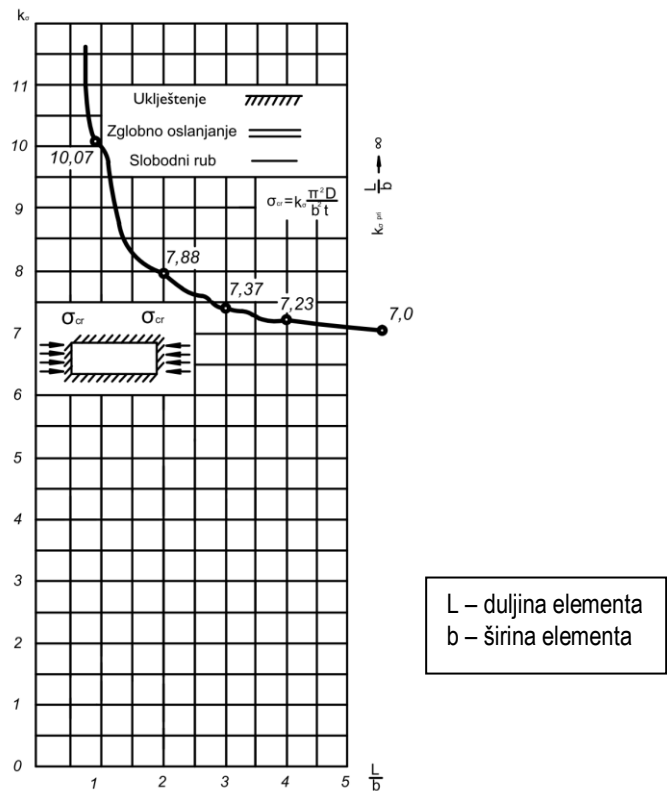
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Unutarnji element	$k_\sigma = 4,0$	$k_\sigma = 8,2/(1,05+\psi)$	$k_\sigma = 7,81$	$k_\sigma = 7,81+6,29\psi+9,78\psi^2$	$k_\sigma = 23,9$
Vanjski element	$k_\sigma = 0,43^*$	$k_\sigma = 0,57-0,21\psi+0,07\psi^2$	$k_\sigma = 0,57$	$k_\sigma = 0,57-0,21\psi+0,07\psi^2$	$k_\sigma = 0,85$
Vanjski element	$k_\sigma = 0,43^*$	$k_\sigma = 0,578/(\psi+0,34)$	$k_\sigma = 1,70$	$k_\sigma = 1,7-5\psi+17,1\psi^2$	$k_\sigma = 23,8$

*približno dobiveno i na slikama 1.9d i 1.16

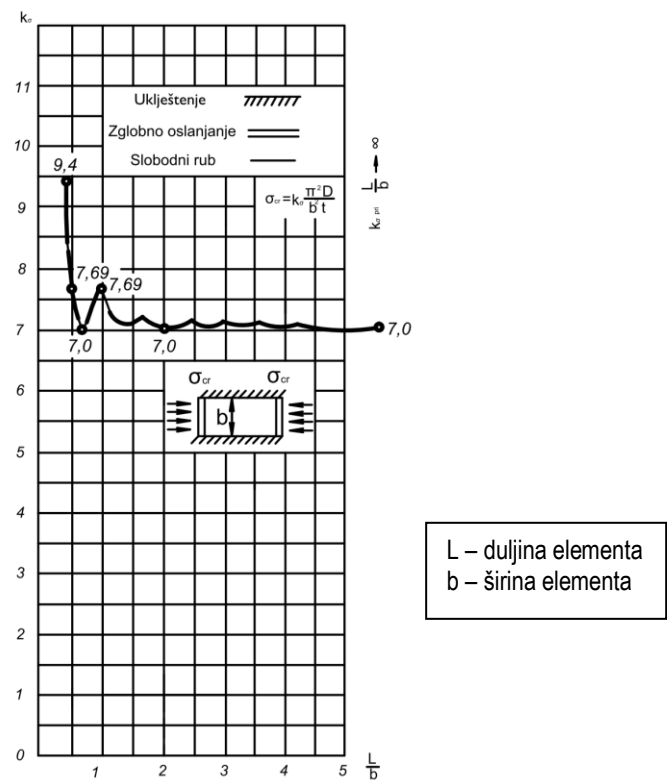
Pokazano je da je za rubne uvjete i opterećenje kao na slici 1.6 najprije analitički dobivena vrijednost faktora izbočivanja $k_\sigma = 4,0$, a ista je vrijednost za unutarnji element poprečnog presjeka i $\psi = \sigma_2 / \sigma_1 = 1$ dana u Tablici 1.2 i prikazana na slici 1.14.

Na slikama 1.10-1.17 prikazani su dijagrami preuzeti iz literature [9] pomoću kojih se mogu odrediti približne vrijednosti faktora izbočivanja k_σ za razne rubne uvjete i različite odnose L/b . Može se uočiti da dijagram na slici 1.9.d odgovara dijagramu na slici 1.16.

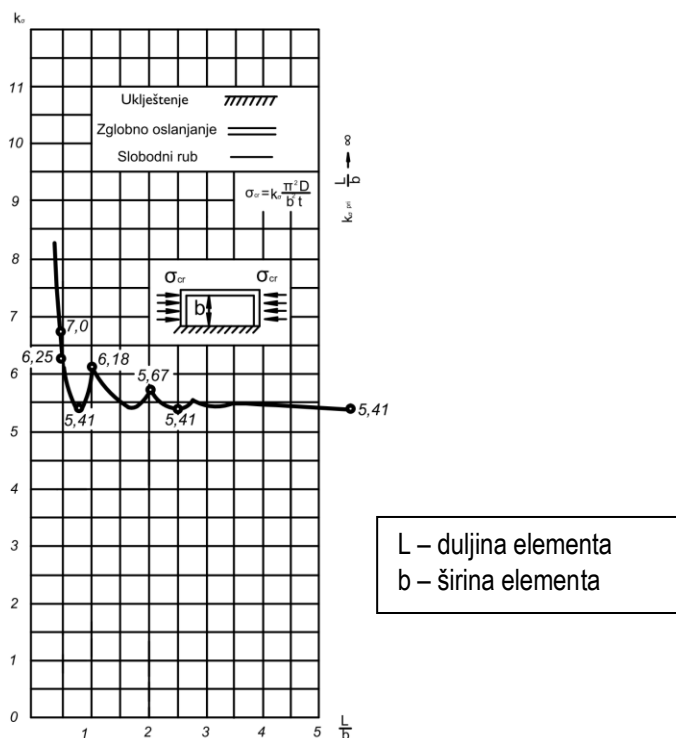
Svi dijagrami na slikama 1.10-1.17 dani su samo za slučaj $\sigma = const.$, te su dobiveni primjenom prethodno iznesene teorije tankih ploča.



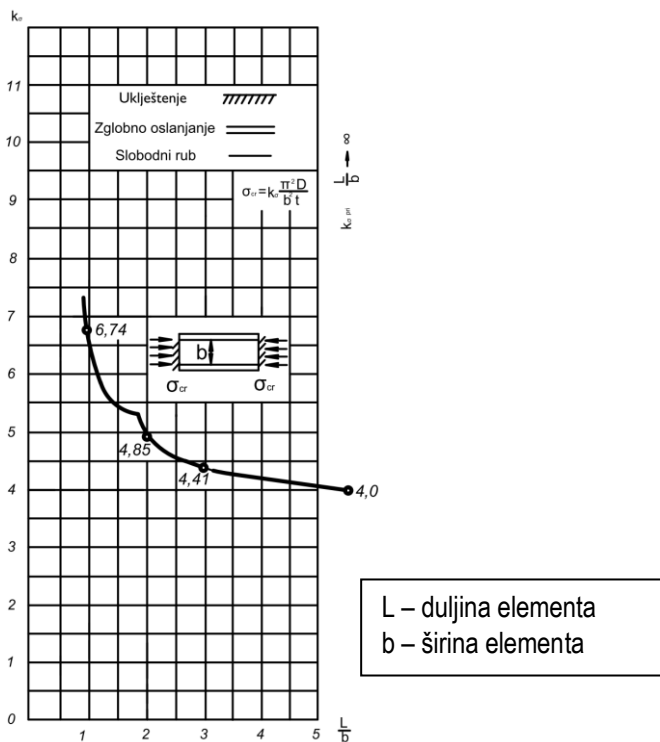
Slika 1.10 – Vrijednosti faktora k_{σ} za tlačno opterećen plošni nosač upet na svim krajevima



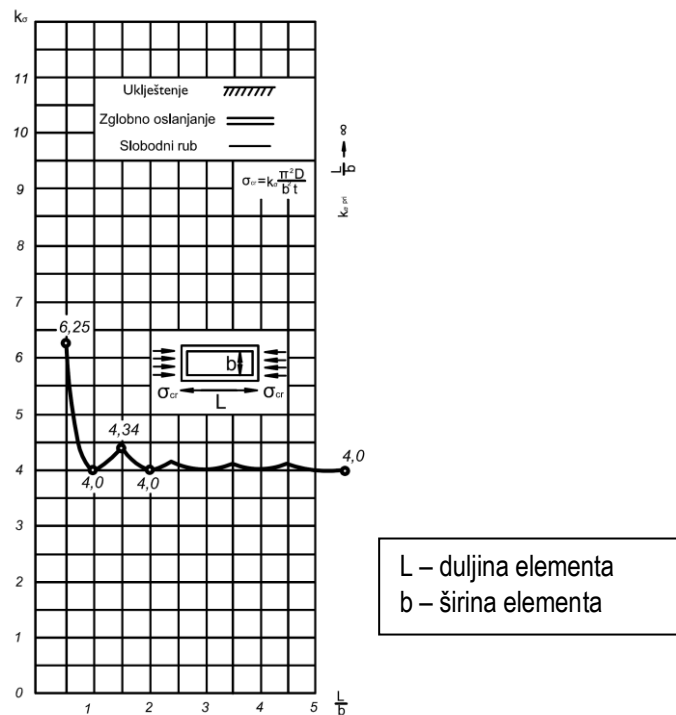
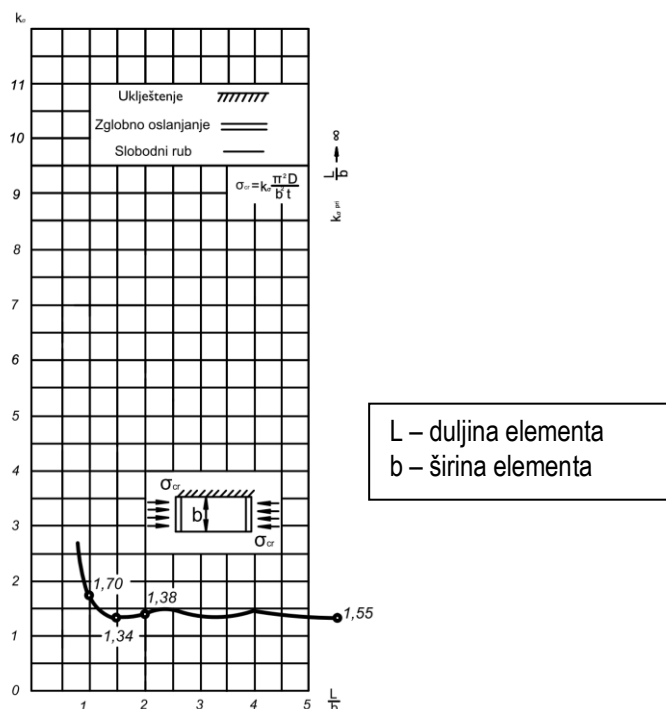
Slika 1.11 – Vrijednosti faktora k_{σ} za tlačno opterećen plošni nosač s dvije strane upet, a s dvije slobodno oslonjen

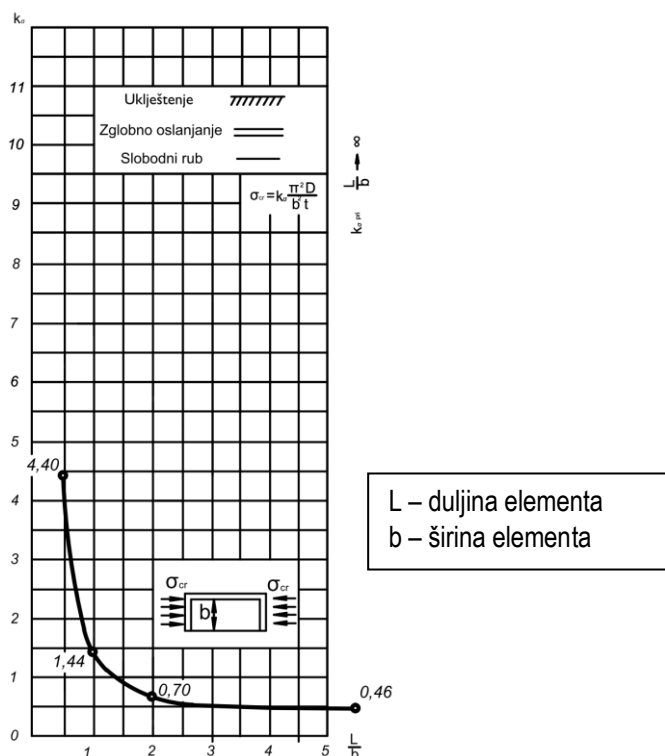


Slika 1.12 – Vrijednosti faktora k_{σ} za tlačno opterećen plošni nosač s jedne strane upet, a s tri strane zglobno oslonjen

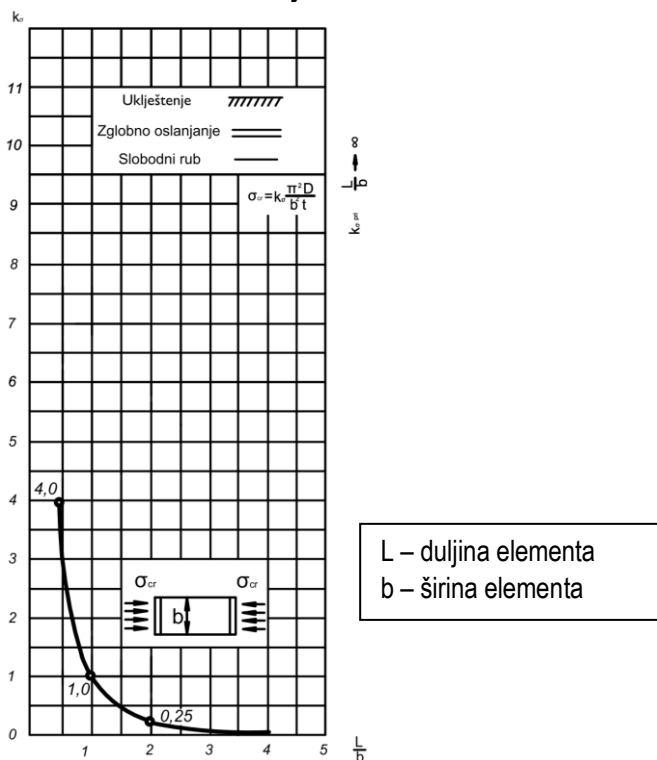


Slika 1.13 – Vrijednosti faktora k_{σ} za tlačno opterećen plošni nosač s dvije strane upet, a s dvije strane zglobno oslonjen

Slika 1.14 – Vrijednosti faktora k_σ za tlačno opterećen plošni nosač sa svih strana zglobno oslonjenSlika 1.15 – Vrijednosti faktora k_σ za tlačno opterećen plošni nosač s dvije strane zglobno oslonjen, s jedne upet i s jedne strane slobodno oslonjen



Slika 1.16 – Vrijednosti faktora k_{σ} za tlačno opterećen plošni nosač s tri strane zglobno oslonjen i s jedne strane slobodno oslonjen



Slika 1.17 – Vrijednosti faktora k_{σ} za tlačno opterećen plošni nosač s dvije strane zglobno oslonjen i s dvije strane slobodno oslonjen

2 Proračun plošnih nosača opterećenih u svojoj ravnini primjenom specijaliziranog softverskog paketa EBPlate Version 2.01

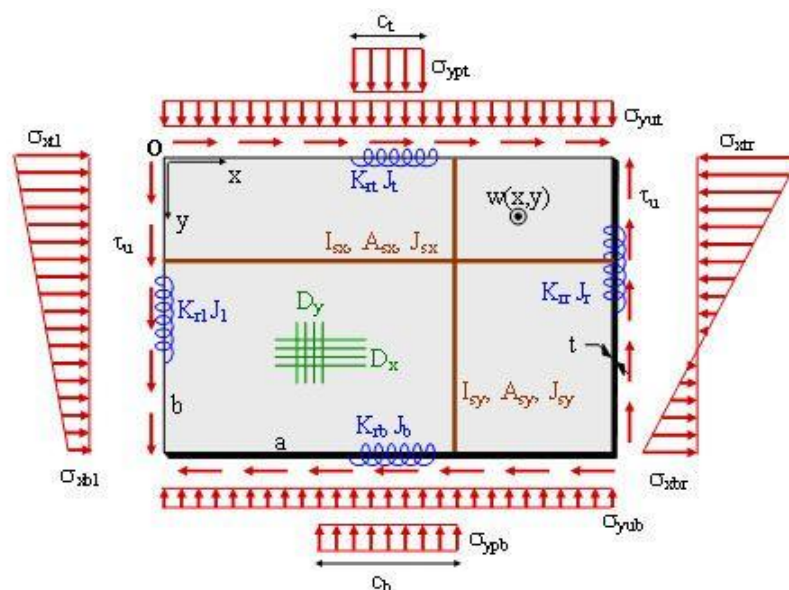
Europski centar za normizaciju CEN prepoznao je važnost normizacije proračuna i dimenzioniranja tlačno opterećenih plošnih nosača te je uvedena posebna norma EN 1993-1-5 s nazivom PLATED STRUCTURAL ELEMENTS, za čiju primjenu su izrađeni posebni komentari i riješeni primjeri [10]. Budući da je primjena ove norme relativno zahtjevnija, sačinjen je softver s nazivom **EBPlate** [11] za njenu lakšu uporabu koji se temelji na teoriji tankih ploča iznesenoj u prethodnom poglavlju. Softver određuje faktore izbočivanja i kritična naprezanja u vezi s elastičnim izbočivanjem plošnih nosača različitim rubnim uvjeta, opterećenih u svojoj ravnini.

a) Karakteristike programa **EBPlate**:

- program proračunava ploče nepromjenljive debljine (slika 2.1), izotropnih ili anizotropnih karakteristika.

b) Što su ulazni parametri programa **EBPlate**:

- najprije treba zadati rubne uvjete ploče, a tri su moguća slučaja: zglobno oslonjen, upet rub ili elastično pridržanje definirano prema krutosti na savijanje i torzijskoj krutosti,
- zatim definirati ojačanja uzdužno i poprečno, s istim i različitim karakteristikama (ortotropne ploče),
- provesti poseban tretman ojačanja sa zatvorenim poprečnim presjekom (npr. trapezni poprečni presjek),
- generirati raspodjelu naprezanja na način da se direktno definira naprezanje u elementu plošnog nosača,
- moguće je unijeti podatke raspodjele naprezanja iz nekog drugog softvera.

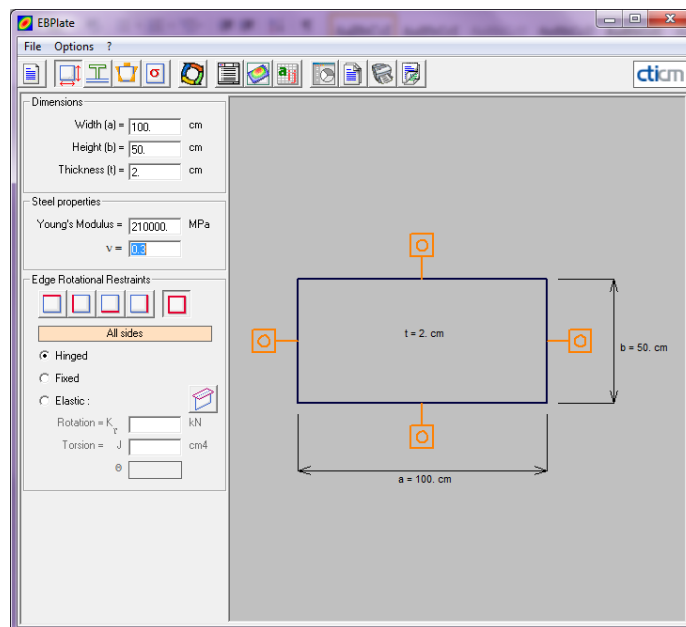


Slika 2.1 – Općeniti prikaz ulaznih podataka u programu EBPlate

c) Što se programom **EBPlate** dobiva kao rezultat:

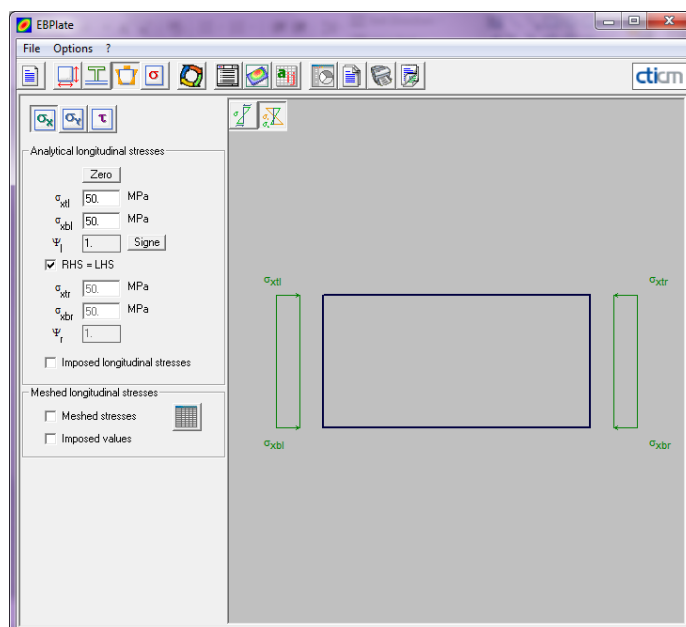
- program izračunava minimalni kritični faktor ϕ_{cr} kojim se uvećavaju vanjska naprezanja na ploču da bi se postiglo njeno elastično izbočivanje. Programom se nalaze svi oblici izbočivanja kojima su pridružene vrijednosti kritičnog faktora.
- trodimenzionalan prikaz oblika izbočenog modela,
- ispis liste rezultata dobivenih izračunom,
- eksportiranje matematičkih funkcija, izdvojena upotreba iz drugog programa itd.

U nastavku je dan primjer izračuna faktora izbočivanja plošnog čeličnog elementa na slici 2.2 primjenom specijaliziranog softverskog paketa **EBPlate**. Najprije se zadaju dimenzije elementa, svojstva čelika i uvjeti oslanjanja. Element je slobodno oslonjen na sve četiri strane bez poprečnih i uzdužnih ukrućenja, kao na slici 1.6.



Slika 2.2 – Definiranje rubnih uvjeta

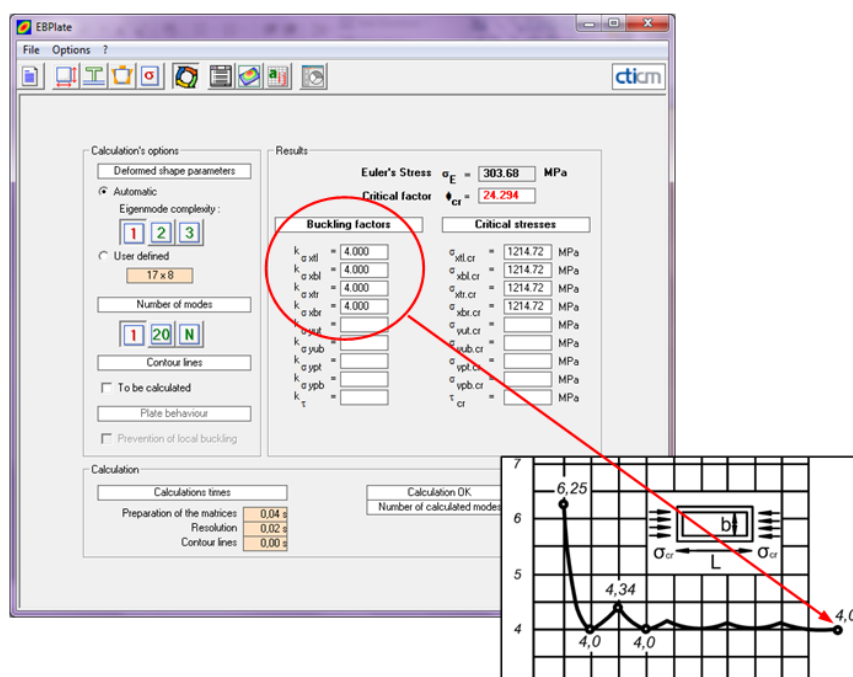
Kako bi se rezultat izračuna mogao usporediti s analitičkim rješenjem danim u poglavlju 1.2, na pravokutnu ploču je također primijenjeno jednoosno tlačno ravnomjerno raspoređeno opterećenje (slika 2.3).



Slika 2.3 – Opterećenje na plošni element

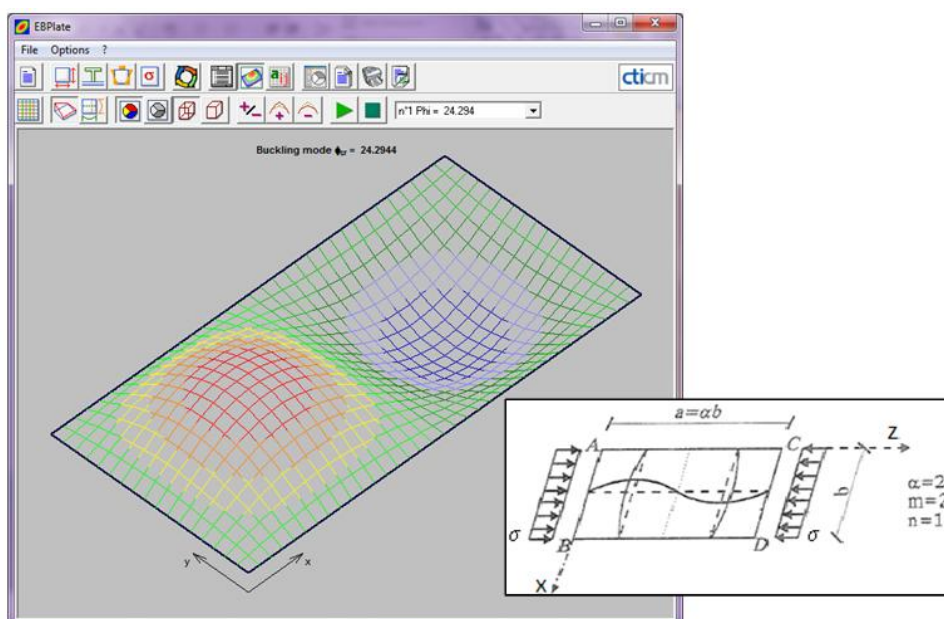
Kritično naprezanje dano ovim softverom računato je pomoću teorije linearnog elastičnog izbočivanja idealiziranih plošnih nosača tako da nema ograničavanja naprezanja kao kod realnih elemenata. Ove vrijednosti

su općenito korištene za određivanje neodređenih parametara, kao na primjer reducirane vitkosti iz EN 1993-1-5: 2006 čija je vrijednost potrebna za izračun otpornosti poprečnog presjeka.



Slika 2.4 – Rezultati izračuna primjenom softvera

Dobiveni su faktori izbočivanja i kritična naprežanja. Vrijednost faktora izbočivanja u ovom primjeru ima vrijednost $k_{\sigma} = 4,0$ (slika 2.4), znači istu vrijednost onoj koja je dobivena analitičkim rješenjem istog primjera, slika 1.6 ili primjenom gotovih dijagrama iz literature, slika 1.14.



Slika 2.5 – Oblik izbočivanja dobiven primjenom softvera



Izračunom je dobiven trodimenzionalan prikaz oblika izbočenog modela plošnog elementa. Kako je na slici 2.5 pokazano izbočeni oblik ima dva vala u uzdužnom smjeru ($m=2$) i jedan val u poprečnom smjeru ($n=1$), te se rezultat podudara s analitičkim rješenjem, slika 1.6.

3 Zaključak

Za sve važne pojmove koji proizlaze iz teorije elastičnosti i teorije plastičnosti, a koji su uvedeni u konstrukcijske euronorme, trebalo bi posebnim objašnjenjima pokazati kako su ti pojmovi izvorno nastali. Jedno takvo objašnjenje kojim se pokazuje način na koji se dobije vrijednost kritičnog momenta bočno torzijskog izvijanja štapa dan je u [6]. U ovom radu je primjenom opće teorije tankih plošnih nosača pokazano kako su nastale vrijednosti faktora izbočivanja. Primjenom dobivene jednadžbe izbočivanja ploče na najjednostavnijem slučaju izbočivanja zglobno oslonjene pravokutne ploče na koju djeluje jednoosno tlačno ravnomjerno raspoređeno opterećenje analitički je dobiven faktor izbočivanja $k_{\sigma} = 4,0$. Ista vrijednost faktora izbočivanja k_{σ} može se dobiti iz dijagrama preuzetih iz literature [9]. Primjenom specijaliziranog softverskog paketa proveden je izračun plošnog elementa s istim uvjetima oslanjanja i istim opterećenjem te su dobiveni rezultati koji odgovaraju analitičkom rješenju. Prednost primjene softvera **EBPlate** je u činjenici da se njime mogu dobiti vrijednosti faktora izbočivanja za proizvoljne rubne uvjete i opterećenje, bez ili s ukрутama na plošnom nosaču, pri čemu tako dobivene vrijednosti odgovaraju onima iz Tablice 1.1. te ispunjavaju uvjete dane u Europskim normama [3].

Literatura

- [1] Androić, B., Dujmović, D., Džeba, I.: *Čelične konstrukcije 1*, IA projektiranje, Zagreb, 2009.
- [2] Eurocode 3 – *Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*, EN 1993-1-1:2005 E, CEN – European Committee for Standardization, 2005.
- [3] Eurocode 3 – *Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements*, EN 1993-1-5:2006 E, CEN – European Committee for Standardization, 2006.
- [4] Čaušević, M.: *Statika i stabilnost konstrukcija*, Školska knjiga, Zagreb, 2003.
- [5] Kisin, S.: *Stabilnost metalnih konstrukcija*, Građevinska knjiga, Beograd, 2001.
- [6] Markulak, D.: *Proračun čeličnih konstrukcija prema EN 1993-1-1*, Građevinski fakultet Sveučilišta Josip Juraj Strossmayer u Osijeku, Osijek, 2008.
- [7] Markulak, D.: *Posebna poglavlja čeličnih konstrukcija*, Građevinski fakultet Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Osijek, 2010.
- [8] Timoshenko, S., Gere, J.: *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, 1961.
- [9] Umanski, A.: *Konstrukterski priručnik (izabrana poglavlja)*, Građevinska knjiga, Beograd, 1980.
- [10] Johansson, B., Maquoi, R., Sedlacek, G., Müller, C., Beg, D.: *Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 „Plated Structural Elements“*, CEN – European Committee for Standardization, 2007.
- [11] Kompiutorski softver: EBPlate Version 2.01, 2007. (www.cticm.com)