RASPRAVE 24, Zagreb 1989, str. 47 – 49

UDK: 556.38
Originalni znanstveni rad

POSLJEDICE SNIŽENJA RAZINE VODE U AKUMULACIJI NA RAZINU PODZEMNE VODE

Consequences of the lowering of water level on the freatic water level

EUGEN ČAVLEK
Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu
Primljeno 15. ožujka 1988, u konačnom obliku 3. studenog 1989.

Sažetak: Članak obrađuje poslijedice sniženja razine vode u akumulaciji kroz duže vremensko razdoblje, s obzirom na razinu podzemne vode. Protok i dotok iz zaobalja određeni su modelom za jednosmjerno nestacionarno gibanje podzemne vode.

Ključne riječi: Boussinesqova jednadžba, izdašnost, linearizacija jednadžbe

Abstract: Presented are the consequences of the lowering of water level in an accumulation during an extended period of time, related to the level of freatic water. The flow and the inflow from the aquifer are determined by a model for unidirectional, unsteady movement of freatic water.

Key words: Boussinesq equation, flow rate, linearization of equation

Izgradnja akumulacija predstavlja izvjesnu promjenu prirodnog stanja okoliša. Na takvom području nastaju novi uvjeti, sa izmijenjenim i novim hidrološko-hidrauličkim činiocima od kojih neki predstavljaju izvjesna poboljšanja, kao što je npr. zadržavanje velikih voda.

Međutim poremećaj, naizgled neprimjetan, dešava se s podzemnim vodnim režimom.

Niža razina vode u akumulaciji kroz duže vremensko razdoblje, imat će za posljedicu pražnjenje vodnih zaliha u njenom zaobalju. Ta činjenica dolazi naročito do izražaja, ako se radi o zaobalju s visokom poroznošću, odnosno o aluvijalnom području. »Gubici« ili »dobici« podzemnih voda ili akumulacije kao rezultat spomenutih promjena vodnih razina mogu biti znatni, te predstavljaju zamjetne količine u određivanju raspoloživih voda.

U prikazanom modelu radi se o jednosmjernom gibanju podzemne vode prema akumulaciji s nižom razinom. Razmatra se nestacionarno stanje jednodimenzionalnog gibanja (sl. 1).

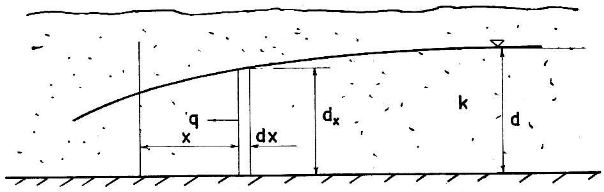
Veličina d predočuje visinu zasićenja iznad nepropusnog sloja. Jediničan protok q može se izraziti jednadžbom

$$q = k\, d_x \frac{\partial d_x}{\partial x}, \tag{1}$$

a punjenje elementarne površine $d_x dx$ kroz vrijeme t

$$\frac{\partial q}{\partial x} dt = k \frac{\partial}{\partial x}\left(d_x \frac{\partial d_x}{\partial x}\right) dxdt, \tag{2}$$

čija posljedica je sniženje razine vode, odnosno smanjenje zapremine podzemne vode



Sl. 1. Nestacionarno jednodimenzionalno gibanje

Fig. 1. Unstady one-dimensional flow of water

$$V = \varepsilon \frac{\partial d_x}{\partial t} dxdt, \tag{3}$$

tako da je

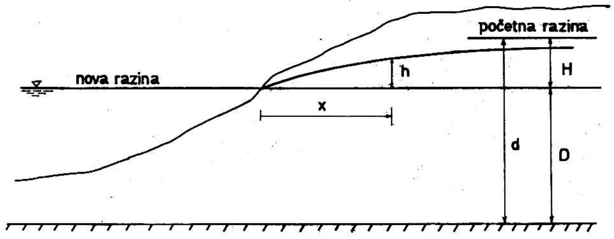
$$k \frac{\partial}{\partial x}\left(d_x \frac{\partial d_x}{\partial x}\right) = \varepsilon \frac{\partial d_x}{\partial t}. \tag{4}$$

Dobiveni izraz je rezultat postupka kojeg je predložio Boussinesq (1904), a predstavlja diferencijalnu jednadžbu nestacionarnog toka, nelinearnog oblika.

Jednadžba (4) može se pojednostaviti linearizacijom tako da se ukupna visina zasićenja d podijeli na visinu D i na relativno mali preostali dio visine H. (Sl. 2.)

Jednadžba (4) glasi:

$$k \frac{\partial}{\partial x}\left[(D + H)\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\right] = \varepsilon \frac{\partial H}{\partial t}.$$



Sl. 2. Linearizacija jednadžbe

Fig. 2. Linearisation of the consideret equation

S obzirom da je H << D može se zanemariti. Linearizirana jednadžba dobiva oblik

$$kD\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \varepsilon\frac{\partial H}{\partial t}. \qquad (5)$$

Izraz

$$a = \frac{kD}{\varepsilon} \qquad (6)$$

predočuje koeficijent nivoprovodnosti, pa se konačno dobiva

$$a\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial H}{\partial t}. \qquad (7)$$

Treba naglasiti da u ovom slučaju nije uzet u obzir intenzitet hranjenja podzemnih voda odozgo.

Za razmatrani model vrijede slijedeći granični uvjeti

$h = H$ za $x > 0$, kada je $t = 0$

$h = 0$ za $x = 0$, kada je $t > 0$

Uz ove uvjete može se riješiti jednadžba (7), primjenom saznanja iz teorije prenosa topline (poluograničena šipka) u obliku

$$h = HF\,(x, t)$$

$$F\,(x, t) = 1 - \Phi\,(u) = I\,(u) \qquad (8)$$

I (u) je integral vjerojatnoće

$$I\,(u) = \frac{2}{\pi^{0,5}}\int_0^u e^{-u^2}du, \qquad (9)$$

gdje je

$$u = \frac{x}{2(at)^{0,5}} \text{ – Boltzmanova varijabla} \qquad (10)$$

Derivacija izraza (9)

$$dI = \frac{2e^{-u^2}}{\pi^{0,5}}du$$

ili

$$\frac{dI}{du} = \frac{2e^{-u^2}}{\pi^{0,5}}. \qquad (11)$$

Grafički prikaz izraza (9) i (11) dat je na sl. 3.

Prema tome jednadžba (8) glasi

$$h = H\frac{2}{\pi^{0,5}}\int_0^u e^{-u^2}du. \qquad (12)$$

Jedinični protok podzemne vode u $x = 0$ je

$$q = kD\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0}, \qquad (13)$$

gdje je

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}$$

Uvrštenje izraza (11), odnosno (10) u gornju jednadžbu daje

$$\frac{\partial h}{\partial x} = H\frac{\partial I}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} = H\frac{2}{\pi^{0,5}}\frac{e^{-u^2}}{2(at)^{0,5}}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = H\frac{e - \frac{x^2}{4at}}{(\pi at)^{0,5}} \qquad (14)$$

odnosno, s obzirom na izraz (13),

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{H}{(\pi at)^{0,5}}$$

pa je

$$q = kD\frac{H}{(\pi at)^{0,5}} \quad [m^2 s^{-1}], \qquad (15)$$

a protok na dužinu L

$$Q = \frac{kDHL}{(\pi at)^{0,5}} \quad [m^3 s^{-1}]. \qquad (16)$$

Dotok kroz određeno vrijeme je

$$q_o = \frac{kDH}{(\pi a)^{0,5}}\int_0^t \frac{1}{t^{0,5}}dt.$$

Iz izraza (6)

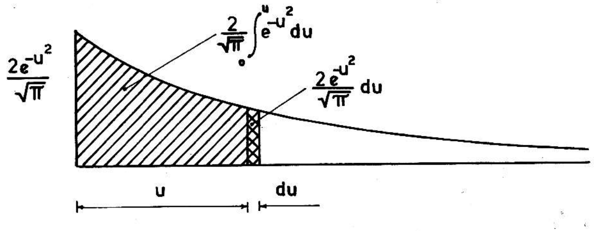
$$k = \frac{a\varepsilon}{D}$$

slijedi

$$q_o = \frac{2a\,\varepsilon\,H}{(\pi a)^{0,5}}t^{0,5} = 2\,\varepsilon\,H\left(\frac{at}{\pi}\right)^{0,5}$$

$$q_o = \varepsilon\,H\left(\frac{4at}{\pi}\right)^{0,5} \quad [m^2] \qquad (17)$$

te ukupne zapremnine dotoka na dužini L



Sl. 3. Grafički prikaz izraza (9) i (11)

Fig. 3. Graphicalk presentation of the expressions (9) and (11)

$$V = \varepsilon H L \left(\frac{4at}{\pi}\right)^{0,5} = 1,128 \, \varepsilon H L \, (at)^{0,5} \, [m^3]. \quad (18)$$

Značenje oznaka:

a – koeficijent nivoprovodnosti [m^2/dan]
k – koeficijent filtracije [m/dan]
t – vrijeme [dani]
ε – efektivna poroznost

Primjer:

Nakon dužeg razdoblja snižena je razina vode u akumulaciji za H = 0,5 m.

Treba odrediti protok iz zaobalja na kraju pojedinih vremenskih razmaka te ukupni dotok u akumulaciju za iste razmake.

Vremenski razmaci:

P = 1 tjedan, P = 1 mjesec, P = 1 godina, P = 2 godine
Visina satudacije nakon sniženja: D = 6,0 m
Koeficijent filtracije: k = 20 m/dan
Efektivna poroznost: ε = 0,25
Opseg obale akumulacije: L = 5 km

Riješenje:

Jednadžba (6): $a = \frac{20 \cdot 0,5}{0,25} = 40$ [m^2/dan]

Jednadžba (16): $Q = \frac{20 \cdot 6 \cdot 0,5 \cdot 5000}{(3,14 \cdot 40 \cdot t)^{0,5}} = \frac{26761,86}{t^{0,5}}$

Jednadžba (18): $V = 1,128 \cdot 0,25 \cdot 5000 \cdot (40\, t)^{0,5} =$

$= 4460,31\, t^{0,5}$

t	Q [$m^3 s^{-1}$]	V [m^3]
7 dana	0,117	11801
1 mjesec	0,057	24430
1 godina	0,016	85214
2 godina	0,011	120511

ZAKLJUČAK

Pojednostavljene Boussinesqove jednadžbe linearizacijom određene su jednadžbe za izdašnost (16) i zapreminu dotoka (18) koji gravitira nižoj razini vode u akumulaciji iz zaobalja.

U priloženom primjeru prikazani su rezultati izdašnosti i ukupnog dotoka u akumulaciju za razna vremenska razdoblja.

LITERATURA

Bočever – Germanov – Osnovji gidrogeologičskih rasčetov, Moskva 1969.
Boreli – Određivanje karakteristika vodonosnih slojeva probnim crpenjem u nestacionarnom režimu, 1968.
Bronštejn – Matematički priručnik, Zagreb 1964.
MCWhorter – Sunada – Ground – Water hydrology and hydraulics, Fort Collins, Colorado, 1977.
Meinzer – Hydrology, 1949.
Rous – Tehnička hidraulika, Beograd 1969.
Lebedev – Teoretski osnovi za proučavanje režima i bilansa podzemnih voda, Seminar Bilans podzemnih voda, Beograd 1967.
Grupa autora – Drainage principles and applications, Wol. II, Wageningen, 1973.

SUMMARY

By simplification of the Baussinesq equation by linearization, the flow rate equation (16) and the inflow volume equation (18) have been determined, which refer to the gravitational flow from the aquifer towards the lower level in the accumulation. The example presented illustrates the computational results of the flow rate and the total inflow into the accumulation during various time intervals.