

DODATNA ISTRAŽIVANJA U LOKALNOJ PROGNOZI MINIMALNE TEMPERATURE STATISTIČKOM METODOM

Further Study of Local Minimum Temperature Forecasting by the Statistical Method

MIHOVIL KISEGI

Republički hidrometeorološki zavod SR Hrvatske, Zagreb
Primljeno 4. ožujka 1985., u konačnom obliku 14. svibnja 1985.

Sažetak: Statistička metoda za prognozu minimalne temperature u mjesecu siječnju za Zagreb, određena mnogostrukom linearnom regresijom, uz korištenje pet prediktora, upotrebljena je u istraživanju mogućnosti njene primjene u lokalnoj prognozi. Ocijenjena je primjenjivost jednadžbe u preostala dva zimska mjeseca, prosincu i veljači, zatim na drugim lokalitetima, a u tu svrhu odabrana su mjesta Osijek, Gospić i Rijeka, dok je u zimskoj sezoni 1984/85. korištena objektivno, s ciljem da se usporedi sa subjektivnom prognozom. Upotrebom istih prediktora određena je jednadžba za prognozu minimalne temperature u mjesecu travnju za Zagreb. Ocjena jednadžbe učinjena je na podacima za travanj 1982.

Ključne riječi: Minimalna temperatura; Zagreb; Statistička prognoza temperature; Mnogostruka linearna regresija.

Abstract: The statistical method for minimum temperature forecasting in the month of January for Zagreb, based on multiple linear regression with five predictors, is used in the study of its possible application for local forecasting. The validity of applying the equation to other winter months (December and February) is examined, as well as applying it to other localities. (Osijek, Gospić and Rijeka). The method is used objectively during the winter season 1984/85, and the results are compared with subjective temperature forecasting. The same predictors are used to determine the equation for the minimum temperature forecasting in the month of April for Zagreb. A test of validity of the equation is made based on the data for April 1982.

Key words: Minimum temperature; Zagreb; Statistical temperature forecasting; Multiple linear regression.

1. UVOD

Metode objektivne prognoze meteoroloških elemenata možemo podijeliti u dvije kategorije – dinamičke i statističke. Relativno novo područje stohastičko-dinamičkog predviđanja, a započeli su ga svojim radovima Epstein (1969) i Fleming (1971), zahtijeva korištenje jačih elektroničkih računala, tako da se operativna primjena može očekivati u skoroj budućnosti. U ovom radu korištena je statistička metoda, koju su prvi put upotrijebili Klein i ostali (1959), općenito nazvana „PERFECT PROGNOSTIC METHOD“ („metoda savršene prognoze“). Kod ove metode traži se jedan istovremeni statistički odnos između varijable koju želimo procijeniti – prediktanda i niza izabranih varijabli – prediktora, koje mogu biti prognozirane dinamičkim modelom ili modelima. Obje varijable, prediktand i prediktor, opažene su veličine uzete iz jednog određenog uzorka, koji nikako nije slučajna. Dobivene statističke veze primjenjuju se zatim na izlazne vri-

jednosti prediktora iz numeričkog modela, i dobiva se prognoza prediktanda za isti prognostički termin, što ne mora uvijek biti, jer među njima može postojati korak u vremenu od 24 sata pa i više. Ovo je jedna kombinacija dinamičkih i statističkih metoda. Na ovaj način, koristeći metodu mnogostruke linearne regresije, Belamarić i Kisegi (1983) izveli su jednadžbu za prognozu minimalne temperature u mjesecu siječnju za Zagreb.

U ovom radu razmotrene su mogućnosti primjene ove jednadžbe i na preostala dva zimska mjeseca, prosinac i veljaču. Istražene su mogućnosti primjene jednadžbe na širem području, a u tu svrhu su odabrana mjesta Osijek, Gospić i Rijeka. U toku zimske sezone 1984/85, po prvi put, jednadžba za prognozu minimalne temperature primijenjena je u praksi istovremeno sa subjektivnom prognozom. Izvedena je i jednadžba za prognozu minimalne temperature u Zagrebu za mjesec travanj, kao središnji proljetni mjesec. Primjena jednadžbe provedena je na podacima koji se nisu nalazili u nizu iz kojeg je jednadžba izvedena, a ocjena je rađena analizom reziduala.

2. MOGUĆNOSTI PRIMJENE JEDNADŽBE ZA PROGNOZU MINIMALNE TEMPERATURE

2.1. Sezonska primjena

U radu Belamarić i Kisegi (1983) je pokazano da jednadžba regresije za prognozu minimalne temperature, izvedena iz petogodišnjeg niza podataka, daje zadovoljavajuće rezultate. Povećanjem niza podataka na deset godina dobiveni su stabilniji regresijski koeficijenti, a time i bolji rezultati u prognozi. Međutim, određivanje jednadžbi regresije za svaki mjesec bio bi ogroman posao. Prognozičke jednadžbe za sva četiri godišnja doba za 228 stanica, koristeći screening regresiju, izveli su po prvi put Bochieri i Glahn (1972) te Glahn i Lowry (1972). Za prognozu minimalne temperature koristili su deset prediktora, a jedan od njih odražavao je sezonski normalni hod temperature. Budući da mi ne raspoložemo s adekvatnim oblikom arhiviranja podataka (prizemnih i visinskih), došlo se na ideju da se jednadžba određena za središnji mjesec godišnjeg doba koristi za cijelu sezonu.

Jednadžba regresije (1), određena iz desetogodišnjeg niza, razdoblje 1972/81, za prognozu minimalne temperature u mjesecu siječnju za Zagreb:

$$\begin{aligned} TN = & 0,09693 (RT85) + 0,04441 (RV85) + \\ & + 0,83226 (VJPR) + 0,02341 (RVDR) + \\ & + 0,37823 (TNDR) - 134,41 \end{aligned} \quad (1)$$

korištena je u istraživanju mogućnosti njene primjene u toku cijelog zimskog razdoblja. Jednadžba je izvedena uz korištenje pet prediktora, koji su birani tako da daju najveću redukciju varijance prediktanda a međusobno su nezavisni, a to su: (RT85) – relativna topografija 850/1000 mbara i (RV85) – relativna vlaga na 850 mbara, određeni iz radiosondažnih mjerenja Zagreba u 00 GMT, (VJPR) – prizemni srednji dnevni vjetar u m/sek, (RVDR) – prizemna relativna vlaga u 12 GMT, dakle podatak iz prethodnog dana, i (TNDR) – minimalna temperatura izmjerena prethodnog dana, i to klimatološki minimum. Time je uračunata perzistencija.

Provjera uspješnosti jednadžbe provedena je pomoću analize reziduala (Draper i Smith, 1966). Reziduali (e_i) su diferencije vrijednosti zavisne varijable (prediktanda), dobivene pomoću jednadžbe regresije (TN_i) i stvarnih (opaženih) vrijednosti (Y_i):

$$e_i = TN_i - Y_i \quad i = 1, \dots, n,$$

gdje je i redni broj podataka. Reziduali su dakle iznos koji regresija nije uspjela objasniti. U tabeli 1. prikazana je ocjena jednadžbe regresije (1) primijenjene na podatke za prosinac 1981. te siječanj i veljaču 1982, analizom reziduala.

Računat je srednjak (\bar{e}_i), standardna devijacija (σ_e), standardna greška procjene (SGP) i redukcija varijance (RV).

$$SGP = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (TN_i - Y_i)^2 \right]^{1/2};$$

$$RV = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (TN_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

U 5. i 6. stupcu navedena su najveća pozitivna i negativna odstupanja prognozirane od stvarne minimalne temperature, s datumom za koji su dobivene. U 7. stupcu naveden je broj dana u kojima je odstupanje bilo u granicama $\pm 2,5^\circ\text{C}$, dok je u posljednjem stupcu navedena standardna devijacija prediktanda (stvarne minimalne temperature). Iz tabele 1. se vidi da je u sva tri mjeseca jednadžba regresije u prosjeku davala nešto nižu vrijednost minimalne temperature, osobito u veljači, kada je srednjak reziduala bio $-1,33$. Standardna devijacija reziduala i standardna greška procjene bili su u prosincu i veljači manji nego u siječnju, za koji je jednadžba regresije izvedena, što u potpunosti dokazuje da se ona s jednakom točnošću može primijeniti na cijelu zimsku sezonu. Broj dana u kojima je greška procijenjenje minimalne temperature bila u granicama $\pm 2,5^\circ\text{C}$, što je manje od standardne devijacije prediktanda, bio je u prosincu 26 dana, što je 84% od ukupnog broja dana, u veljači 22 dana (79%), dok je u siječnju bio 23 dana (74%). U siječnju je ocjena napravljena samo za 30 dana, jer 9. siječanj, kada nije bilo radiosondaže u 00 GMT, nije uračunat. Maksimalna odstupanja procijenjene od stvarne minimalne temperature u prosincu i veljači bile su približno jednaka odstupanjima dobivenim za siječanj. Može se zaključiti da je jednadžba regresije, izvedena za mjesec siječanj, u slučaju zime 1981/82, dala općenito bolje rezultate u primjeni na podatke prosinca i veljače nego za siječanj, što dokazuje da se ona može koristiti za prognozu minimalne temperature u toku cijelog zimskog razdoblja.

Tabela 1. Ocjena jednadžbe regresije, analizom reziduala, na podacima za prosinac 1981. te siječanj i veljaču 1982.

Table 1. Test of validity of the regression equation by the analysis of residuals based on data for December 1981, January and February 1982.

		\bar{e}_i	σ_e	SGP	RV	$+e_{\max}$	$-e_{\min}$	$\pm 2,5$	σ_y
XII	1981.	-0,07	2,21	2,18	0,64	8,5(13.)	-3,8(5.)	26	3,645
I	1982.	-0,07	2,74	2,69	0,51	8,7(7.)	-4,9(26.)	23	3,855
II	1982.	-1,33	2,15	2,49	0,18	2,4(6.)	-6,2(25.)	22	2,753

2.2. Regionalna primjena

Prognoza minimalne temperature je od velikog značenja, posebno zimi, kada je i naročito teška. Teškoće prognoze za šire područje su i u tome što minimalna temperatura jako ovisi o lokalnim uvjetima — konfiguraciji terena, karakteristikama tla te mogućem snježnom pokrivaču, što se u jednadžbi ne uračunava. Međutim, suradnja sa SIZ-ovima za regionalne i magistralne ceste na području Hrvatske obavezuje sinoptičara u Republičkom hidrometeorološkom zavodu da svakodnevno prognozira minimalnu temperaturu za deset područja u sjevernom i zapadnom dijelu Hrvatske. Prognoza se do sada davala subjektivno, prema očekivanom razvoju vremenske situacije. Stoga je poželjno bilo istražiti mogućnosti regionalne primjene jednadžbe za prognozu minimalne temperature da bi se moglo preći na objektivniju prognozu.

Budući da je u ovom radu korištena „metoda savršene prognoze“, pretpostavljeno je da radiosondažni podaci za Zagreb pokrivaju područje sjeverne i zapadne Hrvatske. Za ocjenu prostorne uspješnosti jednadžbe odabrani su, uz Zagreb, Osijek, Gospić i Rijeka. Jasno je da su ova mjesta previše udaljena od Zagreba da bi visinska osmatranja nad Zagrebom mogli smatrati reprezentativnim za cijelo ovo područje. Svjetska meteorološka organizacija preporučuje da rastojanje stanica za visinska osmatranja ne bi trebala biti veća od 300 km. Prema tome, podaci dobiveni mjerenjem na radiosondažnoj stanici trebali bi biti reprezentativni za područje oko stanice s granicom na polovici rastojanja do susjedne stanice mreže, tj. 150 km. Međutim, rastojanje naših radiosondažnih stanica, Zagreba i Beograda, približno je 380 km, pa bi se reprezentativnim trebalo pretpostaviti područje do 190 km. Po toj pretpostavci jedino Osijek ne ispunjava traženi uvjet. Odabran je zato što je to najudaljenije područje za koje se prognozira minimalna temperatura, a po Köppenovoj klasifikaciji nalazi se u istom klimatskom području kao i Zagreb. Gospić je odabran zbog toga što ima izraženije obilježje planinske klime, a uz to smješten je u kotlini, što pogoduje jačem noćnom hlađenju prizemnog sloja, a time i nižim minimalnim temperaturama. Rijeka se nalazi u prelaznom području utjecaja blage sredozemne klime, tako da su u Rijeci temperature niže od 0°C znatno rjeđe

u toku zime, prosječno u 1/6 puta u odnosu na Zagreb, dok su pojave ledenih dana s minimalnom temperaturom nižom od -10°C vrlo rijetke. Bilo bi korisno da se jednadžba ispita i za jedan vrlo blizi lokalitet (Zagreb — Grič), što ovom prilikom nije učinjeno. Prediktori u prva dva člana jednadžbe (1), koji se odnose na visinska opažanja, uzeti su iz radiosondažnih mjerenja Zagreba u 00 GMT, dok su preostala tri prediktora, koji se odnose na prizemna opažanja, uzeti iz klimatoloških mjesečnih izvještaja stanica. Za ocjenu je odabran siječanj 1982. godine, a rezultati primjene jednadžbe regresije za navedena četiri mjesta prikazani su u tabeli 2.

Iz tabele se vidi da je jednadžba regresije prognozirala u Osijeku u prosjeku za $0,3^{\circ}\text{C}$ višu minimalnu temperaturu. Standardna devijacija i standardna greška procjene bile su približno za 0,2 veće nego za Zagreb, dok je za redukciju varijance dobivena nešto niža vrijednost. Ekstremna odstupanja, pozitivna i negativna, dobivena su u Zagrebu i Osijeku istog dana u mjesecu i bila su približno jednaka, pozitivno u Osijeku za $1,2^{\circ}$ veće, a negativno za $0,4^{\circ}\text{C}$ manje. Prognoza minimalne temperature u granicama greške od $\pm 2,5^{\circ}\text{C}$ ostvarena je za Zagreb u dva dana više, što je 6% više dana. Budući da je i standardna devijacija prediktanda za Zagreb i Osijek približno jednaka, vidimo da se zaista radi o mjestima koja imaju jednake klimatske uvjete i u takvom je slučaju jednadžba regresije primjenljiva i na širem području. Kod Gospića prognozirana minimalna temperatura bila je u srednjaku za $2,6^{\circ}\text{C}$ veća od stvarne, što nam ukazuje na utjecaj drugih klimatskih prilika. Znatno su veće i vrijednosti standardne devijacije i standardne greške procjene. Međutim, budući da Gospić ima veliku standardnu devijaciju prediktanda, dobivena je veća vrijednost redukcije varijance. Ekstremna odstupanja nisu bila mnogo veća u odnosu na Zagreb i Osijek, međutim u 7. stupcu se vidi da je samo u 13 dana prognozirana minimalna temperatura bila u granicama greške od $\pm 2,5^{\circ}\text{C}$, što čini 43% dana. Kod Rijeke prognozirana minimalna temperatura bila je u srednjaku za $-4,61^{\circ}\text{C}$ niža od stvarne, u čemu se očito uočava utjecaj sredozemne klime. Standardna devijacija i standardna greška procjene, u odnosu na Gospić, još se više povećavaju, a veće su i od standardne devijacije prediktanda, što ukazuje na to da se jednadžba regresije (1)

Tabela 2. Ocjena regionalne primjene jednadžbe regresije, analizom reziduala, u mjesecu siječnju 1982.

Table 2. Test of validity of the regression equation for the application of regional analysis, by the analysis of residuals in January 1982.

	\bar{e}_i	σ_e	SGP	RV	$+e_{\max}$	$-e_{\max}$	$\pm 2,5$	σ_y
Zagreb	-0,07	2,74	2,69	0,51	8,7(7.)	-4,9(26.)	23	3,855
Osijek	0,34	2,95	2,92	0,44	9,9(7.)	-4,5(26.)	21	3,900
Gospić	2,65	3,57	4,39	0,53	11,3(7.)	-3,4(6.)	13	6,422
Rijeka	-4,61	3,76	5,91	-	8,6(7.)	-9,0(27.)	6	3,544

ovdje ne može koristiti. Iako maksimalna odstupanja nisu bila mnogo veća, u 7. stupcu se vidi da je u samo 6 dana prognozirana minimalna temperatura bila u granicama $\pm 2,5^\circ\text{C}$. Pretpostavke da bi jednadžbu regresije izračunatu za Zagreb mogli koristiti i za Gospić i Rijeku, uz smanjenje ili povećanje općeg člana jednadžbe za dobiveni srednjak odstupanja, ne dolaze u obzir, jer se znatno povećavaju standardne devijacije reziduala. Može se zaključiti da se za Gospić i Rijeku moraju odrediti posebne jednadžbe regresije, uz korištenje možda i nekih drugih prediktora.

2.3. Objektivna primjena

Jednadžba (1) korištena je u toku zimske sezone 1984/85, po prvi put, za prognozu minimalne temperature u Zagrebu, ali isključivo s ciljem da se ova objektivnija metoda uspoređi sa subjektivnom prognozom. Da bi to postigli, sinoptičarima je savjetovano da subjektivno, kao i do sada, prognoziraju minimalnu temperaturu, a da u poseban formular upisuju vrijednosti prediktora koje se dobivaju mjerenjem, te neke dogovorene vrijednosti iz kojih će biti određeni prognostički prediktori. Ovi prediktori se ne dobivaju direktno na prognostičkim kartama, a neki, kao relativna vlaga na 850 mbara, uopće se ne emitiraju iako ih većina modela računa. Prediktori korišteni u jednadžbi (1) određeni su na slijedeći način:

Relativna topografija 850/1000 mbara određena je iz prognostičkih karata AT-850 mbara i prizemne prognostičke karte za termin 00 + 24 GMT. Ova vrijednost je određena nad područjem Zagreba iz prognostičkih karata SR Njemačke, koje emitira centar u Offenbachu i upisana u poseban formular.

Relativna vlaga na 850 mbara, budući da se ne emitira putem faksimilnih emisija, određivana je subjektivno. Premda Offenbach na prizemnim sinoptičkim kartama označava područje s naoblakom, sinoptičarima je savjetovano da subjektivno prognoziraju srednju količinu i vrstu naoblake, koju očekuju u toku naredne noći. Budući da se u toku obrađivane zime radilo isključivo o niskoj naoblaci, procjena ovog prediktora učinjena

je na slijedeći način: naoblaka 8/8 – relativna vlaga 100%, naoblaka 7/8 – relativna vlaga 90%, ..., naoblaka 0/8, tj. vedra noć – relativna vlaga 20%.

Prizemni srednji dnevni vjetar prognozira Evropski centar za srednjoročnu prognozu vremena, međutim mi još nismo u mogućnosti da primamo te podatke. Da bi odredili ovaj prediktor iz prognostičkih karata, bila bi potrebna obrada dužeg niza podataka, međutim u ovom radu prediktor je približno određen pomoću jednadžbe dobivene iz niza podataka od mjesec dana. Sinoptičarima je savjetovano da sa prizemnih prognostičkih karata, dobivenih od Offenbacha, za 00 + 24 i 00 + 48 GMT odrede razmak 5-mbarskih izobara iznad Zagreba u mm i da to unesu u formular. Srednji razmak (D), dobiven kao aritmetički srednjak ove dvije vrijednosti, koristio se za približno određivanje srednjeg dnevnog vjetra po relaciji

$$\sqrt{VPR} = \frac{22}{D \text{ (mm)}} \text{ m/sek.}$$

Prizemna relativna vlaga u 12 sati, kao i *minimalna temperatura* izmjerena u 06 GMT, dobiveni su mjerenjem i tako upisani u formular.

Prediktori određeni na ovaj način korišteni su u jednadžbi (1) za prognozu minimalne temperature u Zagrebu u prosincu 1984. te siječnju i veljači 1985. Da bi ocijenili uspješnost ovakvog objektivnijeg prognoziranja minimalne temperature, dobivene vrijednosti uspoređene su sa subjektivnom prognozom. Međutim, sinoptičari obično minimalnu temperaturu prognoziraju unutar granica od 3, ponekad 4, a u rijetkim slučajevima i 5°C . Za ocjenu uzet je aritmetički srednjak prognoziranog intervala. Rezultati ocjene, analizom reziduala, prikazani su u tabeli 3. S oznakom (o) je ocjena prognoziranih minimalnih temperatura objektivnom metodom, a s oznakom (s) subjektivno.

U prosincu, kada je minimalna temperatura bila ujednačena, najniža – 4,8 izmjerena je 13, a najviša $3,6^\circ\text{C}$ bila je 18. prosinca, subjektivna prognoza bila je nešto bolja od objektivne prognoze. Kod objektivne prognoze standardna greška procjene bila je veća od standardne devijacije prediktanda, pa zbog toga nije izračunata

Tabela 3. Ocjena objektivne prognoze (o), jednadžbom regresije i subjektivne prognoze (s), minimalne temperature, analizom reziduala, za Zagreb u zimskoj sezoni 1984/85.

Table 3. Test of validity of objective forecasting (o) by the equation of regression, and subjective forecasting (s) of the minimum temperature, by the residual analysis, for Zagreb in the winter season 1984/85.

		$\bar{\epsilon}_i$	σ_e	SGP	RV	$+e_{\max}$	$-\epsilon_{\max}$	$\pm 2,5$	σ_v
XII	(o)	-0,69	1,94	2,02	—	3,3(19.)	-4,9(7.)	25	1,963
XII	(s)	-0,45	1,62	1,67	0,27	2,8(13.)	-3,4(5.)	27	1,963
I	(o)	1,75	3,73	4,06	0,66	8,9(12.)	-4,4(15.)	19	6,968
I	(s)	1,35	3,89	4,06	0,34	9,1(17.)	-5,7(15.)	11	6,968
II	(o)	1,06	2,39	2,55	0,88	6,9(10.)	-2,0(20.)	20	7,340
II	(s)	1,10	3,49	3,60	0,24	10,6(16.)	-5,4(25.)	18	7,340

redukcija varijance. U 7. stupcu se vidi da je objektivna prognoza samo u dva dana manje, ukupno u 25 dana, prognozirala minimalnu temperaturu u granicama $\pm 2,5^{\circ}\text{C}$. Ako se uzmu još uže granice od $\pm 1,5^{\circ}\text{C}$, onda je objektivna prognoza bila u navedenim granicama u 18 dana a subjektivna u jedan dan više. Preostala dva zimska mjeseca, siječanj i veljača, bili su izuzetno hladni. Granice u kojima je izmjerena minimalna temperatura bile su u siječnju od $-22,6^{\circ}$, izmjereno 12, do $2,2^{\circ}\text{C}$, izmjereno 23. siječnja, a u veljači od $-20,2^{\circ}\text{C}$, izmjereno 13, do $3,3^{\circ}\text{C}$, koliko je izmjereno 2. veljače. Iz tih razloga u siječnju i veljači bila je i standardna devijacija prediktanda, stupac 8, velika. Usprkos približno procijenjenim prediktorima RV85 i VJPR, u ovim mjesecima objektivna prognoza pokazala se boljom od subjektivne, osobito u siječnju. Greška prognoze dobivene objektivno bila je u 19 dana u granicama $\pm 2,5^{\circ}\text{C}$ a kod subjektivne prognoze samo u 11 dana.

3. PROGNOZA MINIMALNE TEMPERATURE U MJESECU TRAVNJU ZA ZAGREB

3.1. Izbor prediktora i njihove statističke karakteristike

Za određivanje jednadžbe regresije korišteni su isti prediktori kao u jednadžbi (1). To su prediktori koji su dali najveću redukciju varijance prediktanda u mjesecu siječnju (Belamarić i Kisegi, 1983). Međutim, da bismo dobivenu jednadžbu mogli koristiti u prognostičke svrhe, morali bismo birati prediktore koji se prognoziraju numeričkim modelima, što uvijek nije moguće. Zato će se neki prognostički prediktori morati i nadalje približno procjenjivati, sve dok se ne uradi njihova točnija interpretacija, ili dok se ne budu direktno emitirali putem faksimil emisija. U tabeli 4.

Tabela 4. Osnovne statističke karakteristike varijabli: minimalna i maksimalna vrijednost, srednjak, standardna devijacija (σ), odstupanje srednjaka (d) i Kolmogorov-Smirnov test (KS).

Table 4. Basic statistical characteristics of variables: minimum and maximum values, mean, standard deviation (σ), deviation from the mean (d) and Kolmogorov-Smirnov test (KS).

Varijabla	Min.	Max	Srednjak	σ	d	KS
RT85	1293	1390	1334,9	19,2	3,1	0,042
RVDR	24	93	52,0	17,2	2,8	0,116
TNDR	-2,3	12,2	4,2	3,1	0,5	0,047
RV85	10	100	71,3	20,4	3,3	0,053
VJPR	0,8	7,7	2,4	1,2	0,2	0,150
Y	-1,9	12,2	4,3	3,1	0,5	0,051

prikazane su osnovne statističke karakteristike odabranih prediktora, dobivene iz petogodišnjeg niza, razdoblje 1975/79.

Odstupanje srednjaka (d) znači da je vjerojatnost 0,95 da će pravi srednjak (μ) pasti u granice $\pm d$ oko dobivenog srednjaka. U posljednjem stupcu, Kolmogorov-Smirnov test, izračunata su najveća odstupanja teoretske i empirijske kumulativne razdiobe (prethodno su razdiobe standardizirane, tj. suma svih podataka = 1). Kritično odstupanje je 0,1352. Budući da prizemni vjetar premašuje kritičnu vrijednost, znači da se ne može prikazati normalnom razdiobom. Razdioba relativne vlage u prizemlju također dosta odstupa od normalne razdiobe, ali ipak ne toliko da bi prema ovom testu mogli odbaciti hipotezu o normalnoj razdiobi.

3.2. Matrica korelacije prediktora

Matrica korelacije odabranih prediktora prikazana je u tabeli 5. Vandijagonalni elementi te matrice su koeficijenti linearne korelacije između prediktora.

Tabela 5. Matrica korelacije prediktora.

Table 5. Matrix of the correlation predictors.

	RT85	RVDR	TNDR	RV85	VJPR
RT85	1	-0,405	0,401	-0,395	-0,221
RVDR		1	0,078	0,531	-0,015
TNDR			1	0,088	0,098
RV85				1	0,061
VJPR					1

Prediktor TNDR, minimalna temperatura od prethodnog dana, ima pozitivan koeficijent korelacije sa svim preostalim prediktorima. Najveći je s relativnom topografijom 850/1000 mbara, dok su ostali znatno manji. Najveći koeficijent korelacije, 0,531, bio je između prizemne relativne vlage u 12 sati i relativne vlage na 850 mbara u 00 GMT. Još su pozitivno korelirani relativna vlaga na 850 mbara i srednji prizemni vjetar. Ostali međusobni koeficijenti korelacije bili su negativni, osobito za relativnu topografiju 850/1000 mbara, koja jedino s perzistencijom ima pozitivnu korelaciju. Većina međusobnih korelacija je mala, što je svakako poželjno svojstvo kad se radi o izboru prediktora za jednadžbu mnogostruke regresije, budući da se zahtijeva da oni budu međusobno nezavisni.

3.3. Statističke karakteristike regresije

Za računanje regresijskih koeficijenata korišteni su programi s kojima raspolaže Sveučilišni računski centar u Zagrebu, a račun je proveden na elektroničkom računalu UNIVAC 1110. U tabeli 6. prikazane su statističke karakteristike regresije. U prvom stupcu su

Tabela 6. Statističke karakteristike regresije.

Table 6. Statistical characteristics of regression.

	r	$\rho = 0$	$r(Y, x_i)$	$b_i(S)$	$\sigma[b_i(S)]$	$\frac{\sigma[b_i(S)]}{b_i(s)}$	b_i	RV
RT85	0,620	0,0000	0,649	0,7492	0,0732	0,098	0,12212	46,48
RVDR	-0,124	0,1319	-0,017	-0,0134	0,0668	-4,981	-0,00244	0,17
TNDR	0,499	0,0000	0,186	0,1453	0,0638	0,439	0,14761	7,25
RV85	0,074	0,3693	0,405	0,3495	0,0658	0,188	0,05367	2,58
VJPR	0,116	0,1580	0,339	0,2457	0,0568	0,231	0,63536	2,85

Tabela 7. Ocjena jednadžbe regresije, analizom reziduala, na podacima za travanj 1982.

Table 7. Test of validity of regression equation by the analysis of residuals based on data for April 1982.

	\bar{e}_i	σ_e	SGP	RV	e_{\max}	$-e_{\max}$	$\pm 2,5$
IV 1982.	-0,45	2,433	2,434	0,437	4,0(9.)	-6,4(7.)	21

jednostavni linearni koeficijenti korelacije između minimalne temperature i pojedinih prediktora. Najveću vezu minimalna temperatura pokazuje s RT85 i TNDR prediktorima. Ostali koeficijenti korelacije su znatno manji, dok je korelacija s prediktorom RVDR negativna. U 2. stupcu testirana je hipoteza da ne postoji linearna povezanost između minimalne temperature i pojedinog prediktora, tj. da je koeficijent korelacije $\rho = 0$. Vjerojatnost je dana na četiri decimale i ona je za prediktore koji su imali veliki koeficijent korelacije s minimalnom temperaturom mala. Najveća je za relativnu vlagu na 850 mbara. Koeficijenti djelomične korelacije između minimalne temperature i pojedinog prediktora, uz pretpostavku da je isključen utjecaj preostalih prediktora, 3. stupac, pokazuju većinom dobru međusobnu vezu, najveću s RT85, dok je za prediktor RVDR korelacija negativna. Iznenaduje da se perzistencija, koja je u zimskom razdoblju imala najveću djelomičnu korelaciju s minimalnom temperaturom, nalazi tek na četvrtom mjestu. Četvrti stupac odnosi se na regresijske koeficijente, koji su u stvari koeficijenti jednadžbe regresije za standardizirane varijable, tj. za varijable podijeljene s odgovarajućom standardnom devijacijom. U 5. stupcu navedene su standardne devijacije a u 6. stupcu relativne greške $b_i(S)$ koeficijenata, dobivene dijeljenjem vrijednosti u 5. stupcu s vrijednosti u 4. stupcu. Najmanju relativnu grešku daje koeficijent prediktora RT85 a najveću, i to s negativnim predznakom, koeficijent od RVDR. Može se zaključiti da su prediktori, osim relativne vlage u 12 GMT, dobro odabrani i mogu se s pouzdanjem koristiti u jednadžbi mnoge-struke linearne regresije za prognozu minimalne temperature. U 7. stupcu dani su pravi koeficijenti regresijske jednadžbe, dobiveni tako da se odgovarajući regre-

sijski $b_i(S)$ koeficijenti množe sa standardnom devijacijom minimalne temperature i dijele s pripadnom standardnom devijacijom prediktora. U 8. stupcu navedeni su doprinosi pojedinog prediktora objašnjenju varijance. Ukupan doprinos svih prediktora je 59,33 što je razmjerno velika vrijednost. Najveći doprinos redukciji varijance prediktanda daje relativna topografija 850/1000 mbara a zatim slijede perzistencija, srednji prizemni vjetar, relativna vlaga na 850 mbara, dok najmanji doprinos daje prizemna relativna vlaga u 12 GMT. Prema tome, jednadžba regresije za prognozu minimalne temperature u mjesecu travnju za Zagreb glasi:

$$TN = 0,12212 (RT85) - 0,00244 (RVDR) + 0,14761 (TNDR) + 0,05367 (RV85) + 0,63536 (VJPR) - 164,59. \quad (2)$$

3.4. Ocjena jednadžbe regresije na podacima za travanj 1982.

Za ocjenu jednadžbe (2) odabran je travanj 1982. Ocjena analizom reziduala prikazana je u tabeli 7. Iz tabele 7. se vidi da je jednadžba regresije (2) u travnju 1982. prognozirala u srednjaku nešto nižu minimalnu temperaturu. Standardna devijacija reziduala, kao i standardna greška procjene su približno jednake i znatno su manje od standardne devijacije prediktanda, koja iznosi 3,245. To ukazuje da je jednadžba regresije u izabranom mjesecu dala zadovoljavajuću prognozu pa je stoga i redukcija varijance bila razmjerno velika. U 70% dana prognozirana minimalna temperatura bila je u granicama greške od $\pm 2,5^\circ\text{C}$. Međutim nije učinjena ocjena primjenljivosti ove jednadžbe i na preostale proljetne mjesece.

4. ZAKLJUČAK

Na osnovi analize reziduala može se zaključiti sljedeće:

– Jednadžba regresije (1), određena za prognozu minimalne temperature u središnjem zimskom mjesecu siječnju, može se s podjednakom točnošću koristiti i u preostala dva zimska mjeseca, prosincu i veljači.

– Ona se može koristiti i na širem području, za prognozu minimalne temperature i u nekom drugom mjestu, ukoliko se ne mijenja klimatsko područje, uz korištenje vrijednosti prediktora dobivenih osmatranjem u odabranom mjestu.

– Objektivna primjena jednadžbe (1) u toku zimske sezone 1984/85, u izrazito hladnim mjesecima siječnju i veljači, dala je, i uz približno prognozirane vrijednosti prediktora RV85 i VJPR, bolje rezultate od subjektivne prognoze.

– Ocjena jednadžbe regresije (2), dobivene za prognozu minimalne temperature u mjesecu travnju za Zagreb, na podacima za travanja 1982, pokazala je podjednaku točnost kao i ocjena jednadžbe (1) primjenjene u zimskim mjesecima.

– Najveće greške prognoze minimalne temperature bile su isključivo povezane s naglim promjenama vremena. Ocjena je rađena ili na arhivskim podacima, ili na prognoziranim vrijednostima prediktora, ali u 00 GMT, i na osnovu tih vrijednosti je prognozirana minimalna temperatura. Nagla promjena vrijednosti prediktora, uvjetovana promjenom vremenskih prilika, koja bi nastupila poslije radiosondaže uvjetovala bi ekstremna odstupanja u prognozi.

– Operativna objektivna prognoza minimalne temperature za slijedeći dan, ili za više dana unaprijed, ovisit će uvelike o točnosti karata numeričke prognoze iz kojih bi se dobivale vrijednosti prediktora.

LITERATURA

- BELAMARIĆ, G., i M. KISEGI, 1983: Statistička metoda prognoze minimalne temperature. *Rasprave*, 18, 41–52.
- BOCCHIERI, J. R., and M. R. GLAHN, 1972: The use of model output statistics for predicting ceiling height. *Mon. Wea. Rev.*, 100, 869–879.
- DRAPER, W. R., and M. SMITH, 1966: *Applied regression analysis*. John Wiley and Son. New York – London – Sidney.
- EPSTEIN, E. S., 1969: Stochastic dynamic prediction. *Tellus*, 21, 739–757.
- FLEMING, R. J., 1971: On stochastic dynamic prediction. *Mon. Wea. Rev.*, 99, 851–872.
- GLAHN, M. R., and D. A. LOWRY, 1972: The use of model output statistic (MOS) in objective weather forecasting. *J. Appl. Meteor.*, 11, 1203–1211.
- KLEIN, W. H., B. M. LEWIS and J. ENGER, 1959: Objective prediction of five-day mean temperature during winter. *J. Meteor.*, 16, 672–682.

SUMMARY

The regression equation (1), derived for the minimum temperature forecasting in January for Zagreb is considered for seasonal and regional routine application. The equation is determined by the use of five predictors which are: 1. the 850/1000 mbar thickness (RT85), 2. 850 mbar relative humidity (RV85), both obtained from the radiosounding measurements at 00 GMT in Zagreb, 3. daily mean surface wind in m/s, VJPR, 4. surface relative humidity at 12 GMT, RVDR and 5. the minimum temperature from the previous day, TNDR. The verification is done by the analysis of residual. It is shown that the equation could be used with the same accuracy for December and February, e.g. for the entire winter season. It could also be applied to minimum temperature prediction at some other locality, providing it belongs to the same climatic region, with predictors 3, 4 and 5 obtained from monthly observations at the same locality.

Objective use with the prognostic values of predictors 2 and 3, during the winter 1984/85, characterized by an extremely cold January and February gave better results than subjective predictions. In Chapter 3 the regression equation (2) is derived for the minimum temperature forecast in Zagreb for the month of April. The verification made for April 1982 shows that the largest deviation of the predicted temperature from that actually observed falls in the relatively narrow interval of $\pm 2.5^\circ\text{C}$ in 70% out of total number of cases.