

## Istraživanja teoretske disperzije i energetske spektara akustičko-gravitacijskih valova u atmosferi

### An Investigation of the Theoretical Dispersion and Energy Spectra of Atmospheric Acoustic—Gravity Waves

DRAŽEN GLASNOVIĆ

Republički hidrometeorološki zavod SR Hrvatske, Zagreb

**Sažetak:** Cilj rada je razvijanje metodike za konstrukciju krivulja teoretske disperzije grupne brzine i energetske spektara valnih komponenata i grupa. Naglasak je na istraživanju akustičko-gravitacijskih valova, što nastaju oslobađanjem velike količine energije u atmosferi — kao u slučaju multimegatonskih nuklearnih eksplozija. Profili stvarne temperature i energije aproksimirani su pomoću tri teoretska modela, što sadrže osam slojeva konstantne kinetičke energije kompresivnih valova zraka i različit energetske sadržaj u troposferi. Primijenjen je numerički matrični postupak, a rezultati su razmatrani i prikazani u ravninama »grupna brzina-valna dužina« i »kinetička energija — valna dužina«. Pokazalo se da promijenjeni uvjeti u troposferi bitno utječu na grupne brzine akustičko-gravitacijskih valova.

**Ključne riječi:** Val, fazna i grupna brzina, energetske spektr, disperzija, valna dužina, period, krivulja, metoda.

**Abstract:** The purpose of this work is the development of the theoretical dispersion curve construction method relating to group velocity and the energetic spectra of wave components and groups. Emphasis has been placed on investigation of acoustic-gravity waves produced by the event of high released energy in the atmosphere such as multimegatonic nuclear explosions. The approximation of actual temperature and energy profiles has been effected using three theoretical eight-layer models with different energetic content in the troposphere. The matrix numerical procedure is used and corresponding results in the »group velocity-wave length« and »kinetic energy — wave length« plane are presented and compared. It is shown that variable energetic conditions in the troposphere essentially affect to the group velocity of acoustic-gravity waves.

**Key words:** wave, phase and group velocity, energy spectrum, dispersion, wave length, period, curve, method.

#### 1. UVOD

Atmosferski akustičko-gravitacijski valovi nastaju događajima visoke oslobodene energije, što su ili posljedica multimegatonskih nuklearnih eksplozija ili su prirodnog porijekla — kao u slučaju pada velikog sibirskog meteora 1908. godine i eksplozije vulkana Krakatau 1883. godine. Njihovo širenje diktirano je postojećom strukturom atmosfere, prvenstveno termičkim uvjetima i uvjetima vjetra, te gravitacijom, a na velikim udaljenostima od eksplozivnog izvora mogu se zapaziti na zapisima vrlo osjetljivih mikrobarografa u obliku mikrooscilacija tlaka. U stručnoj je literaturi stoga **puls tlaka** ili **valovi tlaka** često njihov alternativni naziv.

Svrstavaju se u red površinskih valova na dubokoj vodi, čija fazna i grupna brzina bitno ovise o valnoj dužini, a za razmjerno duže valove, i o dubini fluida. Kako je omjer efektivne visine at-

mosfere i pripadnih valnih dužina (ili ekvivalentno, omjer debljine svakog pojedinog izotermnog sloja u teoretskom modelu i valnih dužina pojedinih valova) za kratke valove mnogo veći od jedinice, te malo veći od jedinice kod dužih valova, brzina širenja im je različita. Posljedica toga su pojave superpozicije i interferencije, te disperzija njihove fazne i grupne brzine, koja je znatno veća kod kraćih valnih dužina. Prema dosadašnjim istraživanjima (Yamamoto 1954, 1955, 1957; Donn i Ewing, 1962a, b; Glasnović 1976) finija obilježja disperzije akustičko-gravitacijskih valova dobivena su računskim putem pomoću različitih višeslojnih teoretskih modela, što su na donjoj granici omeđeni krutom površinom Zemlje, a na gornjoj izotermnim poluprostorom. Pri tom se pod normalnom ili direktnom disperzijom podrazumijeva povećanje brzine (grupne i fazne) porastom perioda ili valne dužine [ $(dU/dT) > 0$ ,  $(dU/dL) > 0$ ],

dok se inverznom disperzijom  $[(dU/dT) < 0, (dU/dL) < 0]$ , pri povećanju perioda ili valne dužine brzina valnih komponenata i grupa smanjuje. Naime, visoko energetska lokalno poremećenje u atmosferi uvjetuje pomicanje prvobitno horizontalnih ploha konstantne gustoće i tako proizvodi sferne valove, na sličan način kao što ubacivanje nekog predmeta na površinu mirne vode uzrokuje lokalni porast njenog nagiba, a zatim i niz kružnih površinskih valova što se udaljavaju od svog izvora. U višeslojnoj atmosferi, što je za valove ovog tipa disperzivni medij, početni sferni valovi se modificiraju u cilindrične i na velikim udaljenostima putuju brzinom približno jednakom brzini zvuka. Početni impuls sastavljen od niza komponenata različitih valnih dužina se raspršava i sve više diferencira u niz valova sve manje i niz valova sve veće valne dužine i perioda, što su karakterizirani normalnom ili inverznom disperzijom.

Predmet i krajnji cilj istraživanja u ovom radu, za razliku od ranijeg rada autora (Glasnović, 1976) usmjeren na proučavanje energetskih spektara akustičko-gravitacijskih valnih komponenata i grupa, te na teoretsku disperziju grupne brzine u tri pojednostavljena teoretska modela s varijabilnim energetskim sadržajem u troposferi. Efektivna visina ovih modela, što sadrže osam slojeva konstantne energije kompresivnih valova zvuka, iznosi 110 kilometara, a najviši im je sloj - iznad ove visine - definiran kao izotermni poluprostor. Razrađena je nova metoda računanja grupne brzine, kojom je na razmjerno jednostavan način omogućeno dobivanje odgovarajućih rezultata. Izraz za brzinu valne grupe sastavljene od komponentnih valova, čije se frekvencije međusobno vrlo malo razlikuju, dobiva se primjenom principa stacionarne faze i izvodi iz uvjeta

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = 0, \quad (1.1)$$

koji traži da faza  $\Phi$  bude stacionirana s obzirom na varijacije u angularnoj frekvenciji. Korijeni (1.1)  $\sigma_s$  su stacionirane točke faze i javljaju se pri konstantnoj grupnoj brzini kojom putuje valna grupa, pa je za dani valni broj  $k$  opći izraz za grupnu brzinu oblika

$$U = \frac{x}{t} = \frac{d\sigma}{dk}, \quad (1.2)$$

Fazna brzina, što se odnosi na samo jedan komponentni val dane grupe, definira se kao brzina pri kojoj faza  $\Phi$  ostaje konstantna s obzirom na varijacije prevaljenog puta  $x$  i vremena  $t$ , uvjetom

$$\sigma_s(x,t) = \text{const}, \quad d\Phi(x,t) = 0, \quad (1.3)$$

te se može prikazati i izračunavati jednostavnom relacijom

$$V = \left( \frac{dx}{dt} \right)_{\phi = \text{const}} = \frac{\sigma}{k}, \quad (1.4)$$

Diskusija rezultata provedena je uspoređivanjem energetskih spektara pojedinih pulseva tlaka s iz-

nosima specifične energije kompresivnih valova svakog pojedinog sloja u tri upotrebljena teoretska modela. Namjera je također bila ispitati osjetljivost grupne brzine na varijabilne uvjete u atmosferi. Razmatrani su pulsevi tlaka čije su karakteristike posve određenog reda veličine — vrijednosti perioda približno od 0.5 do 25 minuta, valnih dužina od 12 do 450 km, a interval brzine od 260 do 340 metara u sekundi.

## 2. TEORETSKA OBRADA PROBLEMA

Matematička teorija akustičko-gravitacijskih valova postavljena u ranijem radu autora (Glasnović, 1976, dalje u tekstu označeno kao »l«) temelji se na slijedećim pretpostavkama:

- akustičko-gravitacijski valovi se na velikim udaljenostima od visokoenergetskog izvora šire kroz atmosferu kao horizontalni ravni valovi, jer se na velikim udaljenostima mali dio valne fronte može aproksimirati ravninom normalnom na smjer širenja vala;
- akustičko-gravitacijski valovi se kao oscilacije malih amplituda superponiraju na osnovno neporemećeno stanje, koje se u prvoj aproksimaciji smatra ravnotežnim, pa je ukupno stanje dano superpozicijom poremećenog stanja na osnovno;
- u osnovnom stanju, sve se fizikalne veličine mijenjaju samo po vertikalni i ne ovise o horizontalnim koordinatama  $x$  i  $y$ , već samo o  $z$ , a po vertikalni vrijedi osnovna jednadžba hidrostatike;
- s obzirom na to da su ovdje periodi valova poremećenja manji od 30 minuta, zanemaruju se efekti koji potječu od rotacije Zemlje, pa iz osnovnog sistema jednadžbi otpadaju komponente Coriolisove sile;
- valne dužine razmatranih valova mnogo su manje od polumjera Zemlje, pa se uvodi pretpostavka ravne Zemlje;
- atmosfera se sastoji od neviskoznog idealnog plina invarijantne molekularne strukture i proteže se iznad ravne Zemlje kao polubeskonačni medij razdijeljen u slojeve konstantne kinetičke energije kompresivnih valova zvuka;
- vrijedi teorija mehaničkog kontinuuma i postoji kontinuitet mase i energije (ovu pretpostavku u srednjoj i višoj heterosferi nije moguće primijeniti, jer je već na 300 km srednji slobodni put molekula osjetno veći od razmatranih valnih dužina, teorija mehaničkog kontinuuma više ne vrijedi, pa u obzir treba uzeti i elektromagnetske sile);
- zanemaruje se utjecaj vjetrova i orografije;
- visokoenergetski izvor je aksijalno simetričan. Sistem nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi, sastavljen od tri komponentne jednadžbe gibanja, jednadžbe kontinuiteta i adijabatičke jednadžbe, lineariziran je metodom perturbacije uz

dotatnu pretpostavku

j) fluktuacije poremećenih veličina na dovoljno velikoj udaljenosti od izvora su tako male da se produkti derivacija poremećenja kao male veličine drugog ili višeg reda mogu zanemariti.

Linearizirani sistem hidrodinamičkih jednadžbi sadrži pet jednadžbi s pet nepoznanica  $u, v, w, p$  i  $\rho$ , oblika

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} &= -\rho_0 \chi \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\gamma p_0 \chi + \rho_0 g w. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Problem širenja i disperzije akustičko-gravitacijskih valova uzrokovanih oslobađanjem velike količine energije u atmosferi razmatran je odabiranjem divergencije brzine  $\chi$  kao nezavisne varijable, te poremećenja vertikalne brzine  $w$  i poremećenja tlaka  $p$  kao zavisnih varijabli, a pri tom su sve tri definirane kao funkcije udaljenosti od izvora, vremena nakon eksplozije i visine. Sistem lineariziranih hidrodinamičkih jednadžbi je tako postupno transformiran i sveden na jednu homogenu diferencijalnu jednadžbu drugog reda po divergenciji brzine, te je pomoću još dvije jednadžbe izraženo poremećenje vertikalne brzine  $w$  u jednoj, a poremećenje tlaka  $p$  u ovisnosti o poremećenju vertikalne brzine i poremećenju divergencije brzine  $\chi$  u drugoj. Uz pretpostavku da su poremećenja divergencije brzine, vertikalne brzine i tlaka harmonička po  $x$  i  $y$ , a njihove amplitude funkcije samo visine  $z$ , tj. da vrijedi

$$[\chi, w, p] = [D(z), W(z), P(z)] e^{i(kx, \omega t)}, \quad (2.2)$$

jednadžba po divergenciji poprima oblik linearne homogene diferencijalne jednadžbe s varijabilnim koeficijentima, kojoj varijabilnost daje član  $dc^2/dz$ . Međutim, ako ovu jednadžbu primijenimo na teoretski model s određenim brojem slojeva konstantne brzine kompresivnih valova zvuka, a takav je postupak primijenjen, ona poprima oblik linearne homogene diferencijalne jednadžbe s konstantnim koeficijentima, jer spomenuti član iščezava. Na taj se način osnovni sistem hidrodinamičkih jednadžbi transformira u sistem jednadžbi disperzije akustičko-gravitacijskih valova oblika

$$\begin{aligned} \frac{d^2 D}{dz^2} - \frac{\gamma g}{c^2} \frac{dD}{dz} + \left[ -k^2 + \frac{\sigma^2}{c^2} + \frac{g^2 k^2}{c^2 \sigma^2} (\gamma - 1) \right] D &= 0 \\ (g^2 k^2 - \sigma^4) W &= c^2 \sigma^2 \frac{dD}{dz} + g(c^2 k^2 - \gamma \sigma^2) D \\ P &= \frac{\rho_0}{i\sigma} (c^2 D - gW). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Opća rješenja gornjih jednadžbi disperzije dobivaju se u obliku

$$D = ae^{(\Gamma + \eta)z} + be^{(\Gamma - \eta)z} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{g c^2 k^2 - \frac{1}{2} g \gamma \sigma^2 + \sigma^2 c^2 \eta}{g^2 k^2 - \sigma^4} ae^{(\Gamma + \eta)z} + \\ &+ \frac{g c^2 k^2 - \frac{1}{2} g \gamma \sigma^2 - \sigma^2 c^2 \eta}{g^2 k^2 - \sigma^4} be^{(\Gamma - \eta)z} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{\left( \frac{1}{2} \gamma g^2 - \sigma^2 c^2 - g c^2 \eta \right)}{i(g^2 k^2 - \sigma^4)} \rho_0 ae^{(\Gamma + \eta)z} + \\ &+ \frac{\left( \frac{1}{2} \gamma g^2 - \sigma^2 c^2 + g c^2 \eta \right)}{i(g^2 k^2 - \sigma^4)} \rho_0 be^{(\Gamma - \eta)z} \end{aligned} \quad (2.6)$$

gdje su  $a$  i  $b$  proizvoljne konstante, a koeficijenti  $\Gamma$  i  $\eta$  sastavni dio korijena karakteristične jednadžbe dani relacijama

$$\Gamma = \frac{g\gamma}{2c^2} \quad (2.7)$$

i

$$\eta = \left[ \frac{g^2 \gamma^2}{4c^2} + k^2 - \frac{\sigma^2}{c^2} - \frac{g^2 k^2}{\sigma^2 c^2} (\gamma - 1) \right]^{1/2}. \quad (2.8)$$

Daljnji postupak značajno ovisi o odabranom teoretskom modelu atmosfere. Treba naglasiti da se početni sistem lineariziranih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi može riješiti ili analitičkom metodom u modelima s ekstremno jednostavnom strukturom, pri čemu rješenje poprima oblik konfluentne hipergeometrijske funkcije (Pekeris, 1939, 1948; Scorer, 1950), ili pak numeričkim metodama u složenijim, ali stoga realnijim modelima. U radu I je sugeriran, detaljno izložen i primijenjen na složen teoretski model atmosfere numerički matricni postupak sličan postupku koji je sugerirao Pfeffer (1962). Međutim, uvedene su stanovitne razlike kojima je Pfefferov postupak znatno modificiran s namjerom da se izbjegnu izvjesni nedostaci koji su mu inherentni. Naime, za razliku od Pfeffera koji uzima da je akceleracija teže  $g$  konstantna u modelu i jednaka srednjoj vrijednosti od vrha do dna, u modificiranom je postupku uvažena njezina vertikalna promjena. Pretpostavljeno je da se ona od sloja do sloja mijenja, te da je u svakom pojedinom sloju konstantna i jednaka linearnom srednjaku njenih vrijednosti na granicama sloja. Uvedena je i dodatna pretpostavka da u svakom pojedinom sloju konstantne brzine kompresivnih valova zvuka postoji kontinuirani eksponencijalni pad gustoće s visinom.

Računski se postupak provodi primjenom jednadžbi (2.5) i (2.6) na teoretski model atmosfere s  $N$  ( $=1, 2, \dots, N$ ) slojeva konstantne brzine kompresivnih valova zvuka, što je s donje strane omeđen krutom površinom Zemlje, a s gornje izotermnim poluprostorom. U  $N$ -tom sloju — izotermnom poluprostoru — sve su termodinamičke varijable konstantne i jednake vrijednostima na njegovoj donjoj granici. Tako se dobiva  $2N$  jednadž-

bi s isto toliko nepoznanica (tj.  $2N$  proizvoljnih konstanti  $a$  i  $b$ ) koje se iz sistema eliminiraju zadržavanjem  $2N-2$  interna rubna uvjeta kontinuiteta vertikalne brzine i ukupnog tlaka kroz poremećene plohe između susjednih slojeva, što se odnose na  $(N-1)$ -u granicu između slijeva. Potrebno je dodati još dva eksterna rubna uvjeta, pri čemu se prvi odnosi na dno modela i traži da na tlu vertikalna brzina bude jednaka nuli. Drugi uvjet u vodi ograničenje ukupne kinetičke energije u vertikalnom stupcu atmosfere na konačne vrijednosti. Ovaj je uvjet, kao fizikalno prihvatljiviji, uveo Meissner (1921), a kako je pokazano u radu 1, za posljedicu ima iščezavanje konstante  $a_n$  u najvišem sloju modela — izotermnom poluprostoru.

Razmatrani numerički matricni postupak obilno koristi tehniku linearne algebre. Njegovom primjenom dobiva se matricni produkt  $(N-1)$ -e matrice koje se prethodno računaju za svaki pojedini sloj, počevši od  $(N-1)$ -og prema dolje, te još dvije simultane jednadžbe za najviši sloj  $N$  beskonačne debljine. Eliminacijom konstantne  $b_n$  iz ovih jednadžbi ( $a_n=0$ ) dobiva se jednadžba frekvencije razmatranog problema u obliku

$$\Theta^{(2)} (\bar{\rho}\epsilon)_{B_N} - \Theta^{(4)} \beta_{B_N} = 0, \quad (2.9)$$

gdje su  $\Theta^{(i)}$  elementi matrice produkta definirani kao funkcije frekvencije  $\sigma$ , valnog broja  $k$ , kvadrata brzine kompresivnih valova zvuka  $c^2$ , akceleracije teže  $g$ , te debljine svakog pojedinog sloja  $H$ , a  $\epsilon$  i  $\beta$  su funkcije istih varijabli računane za  $N$ -ti sloj (indeks  $B_N$  odnosi se na dno  $N$ -tog sloja). Povlaka na  $\rho$  pokazuje da se radi o gustoći u nepomećenom stanju.

Jednadžba frekvencije (2.9) se može riješiti za frekvenciju kao funkciju valnog broja, tj.  $\sigma=\sigma(k)$ , za faznu brzinu  $V=\sigma/k$  ili za grupnu brzinu  $U=d\sigma/dk$  kao funkcije perioda.

Kompletno rješenje postavljenog problema sadrži diskretni niz vrijednosti frekvencije  $\sigma$ , koje potpuno odgovaraju odabranim valnim brojevima  $k$ . Kriterij koji mora biti zadovoljen da bi svako rješenje bilo korektno jest da uvrštenjem odgovarajućih vrijednosti u lijevu stranu jednadžbe frekvencije (2.8) bude postignut identitet. No kako se identitet s maksimalnom točnošću može zadovoljiti samo u idealnom slučaju, pokazalo se dovoljnim da on u jednadžbi frekvencije bude zadovoljen s točnošću  $10^{-5}$ . Nakon dobivanja potpunog rješenja  $\sigma=\sigma(k)$ , računaju se fazna  $V$  i grupna brzina  $U$  kao funkcije perioda, a zatim se pristupa proučavanju disperzije akustičko-gravitacijskih valova u odabranom teoretskom modelu.

### 3. PREDMET I METODE ISTRAŽIVANJA

U ranijem radu autora (1), posebna je pažnja bila usmjerena na proučavanje disperzije akusti-

čko-gravitacijskih valova u pet teoretskih modela atmosfere. Osnovni teoretski model bio je definiran pomoću 52 izotermna sloja s izotermnim poluprostorom kao najvišim slojem. Dobiven je modificiranjem standardnog ARDC modela atmosfere (Wares et al, 1959), pri čemu je kao njegova efektivna visina odabrana visina 110 kilometara. Istu efektivnu visinu imaju još tri modela, ali sadrže samo 8 izotermnih slojeva s varijabilnom srednjom temperaturom troposfere, dok je peti visine 48 km i sadrži 26 izotermnih slojeva. Istraživanja teoretske disperzije grupne brzine u prethodnom je radu autora provedeno samo djelomično u dva teoretska modela, koji su u gornjem tekstu označeni kao osnovni, efektivne visine 110 km i dodatni, efektivne visine 48 km. Interval perioda u kojem je istraživanje provedeno ograničen je na dio krivulje disperzije karakteriziran normalnom disperzijom i dan je u granicama od 3.4 do 33.7 minuta za osnovni model i od 2.3 do 33.7 minuta za dodatni model. Dobivene krivulje teoretske disperzije grupne brzine su zatim bile uspoređene s pet krivulja empiričke disperzije grupne brzine akustičko-gravitacijskih valnih nizova uzrokovanih sovjetskom 57-megatonskom nuklearnom eksplozijom na Novoj Zemlji, izvedenom 30. listopada 1961.

U ovom radu naročita pažnja je usmjerena upravo na proučavanje teoretske disperzije grupne brzine i teoretske disperzije kinetičke energije akustičko-gravitacijskih valnih grupa, a odgovarajuće krivulje disperzije su prikazane u odnosu na valnu dužinu. Interval valnih dužina u kojem je računata grupna brzina razmatranih valova tlaka je znatno proširen i to do vrlo kratkih valnih dužina reda veličine 5.2 km, karakteriziranih intenzivnom inverznom disperzijom s jedne strane, i s druge strane do vrlo dugih valova reda veličine 1000 km, koji već izlaze iz područja definicije akustičko-gravitacijskih valova. Razvijena je i detaljno izložena nova metoda računanja teoretskih grupnih brzina, potpuno različita od metode primijenjene u ranijem radu pri računanju grupnih brzina uskog intervala perioda u dva prije spomenuta modela. Nova metoda je mnogo jednostavnija, korektnija i vremenski ekonomičnija. Primijenjena je pri računanju grupne brzine valova tlaka u tri pojednostavljena modela efektivne visine 110 km, koji sadrže osam slojeva konstantne kinetičke energije kompresivnih valova zvuka s poluprostorom konstantne energije kao najvišim slojem. Karakteristike ovih modela, koji su označeni kao modeli 2, 3 i 4, dane su u tabeli 3.1 i prikazane na slici 3.1. Razlike među ovim modelima, koji su ovdje definirani kao energetski, postoje samo u najnižem sloju, odnosno u troposferi i dane su kao razlike u kinetičkoj energiji kompresivnih valova zvuka po jedinici mase. Usporedbom iznosa ovih razlika, numerički izraženih u  $\text{Jkg}^{-1}$ , slijedi da je kinetička energija kompresivnih valova zvuka u troposferi modela 4 za  $2013.16 \text{ Jkg}^{-1}$  manja od odgovarajućeg iznosa energije u troposferi modela 2, no za  $2004.48 \text{ Jkg}^{-1}$  veća od energije u troposferi modela 3.

Tabela 3.1 Karakteristike modela 2, 4 i 3, redom. U stupcima su dani iznosi debljine svakog pojedinog sloja, pripadne srednje kompresivne brzine, srednje temperature i kinetičke energije kompresivnih valova zvuka.

l	$\Delta_{sl}$ (km)	$V_k$ (ms <sup>-1</sup> )	$T_{sl}$ (°K)	$E_{kk}$ (Jkg <sup>-1</sup> )
1	12	322,7	258,7	52067,64
2	13	295,1	215,9	43542,00
3	23	315,7	247,1	49833,24
4	4	337,0	281,6	56784,50
5	28	330,9	271,5	54747,40
6	10	258,0	165,1	33282,00
7	20	286,7	203,8	41098,44
8		340,2	287,0	57868,02
1	12	316,4	248,2	50054,48
2	13	295,1	215,9	43542,00
3	23	315,7	247,1	49833,24
4	4	337,0	281,6	56784,50
5	28	330,9	271,5	54747,40
6	10	258,0	165,1	33282,00
7	20	286,7	203,8	41098,44
8		340,2	287,0	57868,02
1	12	310,0	238,3	48050,00
2	13	295,1	215,9	43542,00
3	23	315,7	247,1	49833,24
4	4	337,0	281,6	56784,50
5	28	330,7	271,5	54747,40
6	10	258,0	165,1	33282,00
7	20	286,7	203,8	41098,44
8		340,2	287,0	57868,02

Navedenim energetskim razlikama odgovaraju razlike u iznosu brzine kompresivnih valova od 6.3 metra u sekundi i iznosu srednje temperature troposferskog sloja od 10°K između modela 2 i 4, te 6.4 metra u sekundi i 10.1°K između modela 2 i 3. Najviše energije dakle pripada troposferi modela 2, a najmanje troposferi modela 3.

### 3.1 Postupak izračunavanja teoretske disperzije fazne brzine

Postupkom analognim onom u I dobivene su karakteristike teoretske disperzije fazne brzine i odgovarajuće kinetičke energije valova tlaka u tri pojednostavljena teoretska modela definirana u prethodnom poglavlju. Numerička izračunavanja su obavljena na kompjuteru UNIVAC 1110 Sveučilišnog računskog centra u Zagrebu. Programski jezik na koji je preveden numerički matrični postupak je ASCII-FORTRAN, a proračunavanja su izvršena s dvostrukom točnošću. Naime zbog mješavine kompleksnih i realnih varijabli, isti postupak s dvostrukom točnošću nije bilo moguće primijeniti u FORTRAN-u. Potrebno je također napomenuti da je za razliku od rada I, ovdje identitet u jednadžbi frekvencije (2.8) zadovoljen s točnosti deset puta većom.

Ovakvo testiranje metode identiteta i ispitivanje faznih brzina, kao rješenja za niz valnih dužina komponentnih valova tlaka dobivenih s deset puta većom točnosti, pokazuje da spomenuto povećanje točnosti uvjetuje kod većine rješenja promjenu tek u četvrtoj decimali, dok su veće promjene opažene tek kod vrlo malog broja rješenja. Čini se stoga da je opravdano zaključiti da identitet u jednadžbi frekvencije bude zadovoljen s točnošću 10<sup>-5</sup>.

### 3.2 Metoda računanja grupnih brzina

Izračunavanje grupne brzine akustičko-gravitacijskih valova u teoretskom modelu atmosfere sastavljenom od konačnog broja slojeva konstantne kinetičke energije kompresivnih valova zvuka, te s odgovarajućim poluprostorom beskonačne debljine, u ovom je radu provedeno metodom koja je opisana u daljnjem tekstu. Postupak izračunavanja se provodi u nekoliko koraka:

a) Izraz za grupnu brzinu

$$U = v - L \frac{dv}{dL} \quad (3.2.1)$$

transformira se i preslikava u bezdimenzionalno područje definiranjem bezdimenzionalne fazne ( $v$ ) i grupne ( $u$ ) brzine, te bezdimenzionalne valne dužine u obliku

$$u = \frac{U}{b_0}, \quad v = \frac{V}{b_0}, \quad \lambda = \frac{L}{L_0} \quad (3.2.2)$$

gdje je  $b_0$  ona vrijednost iznosa brzine, dana u metrima u sek., kojoj odgovara jedinični dio ordinatne skale iznosa 1 cm, a  $L_0$  vrijednost iznosa valne dužine dane u kilometrima, kojoj odgovara jedinični dio apscisne skale dužine 1 cm.

Uvrštenjem (3.2.2) u (3.2.1) slijedi

$$u - b_0 = v - \lambda \frac{b_0}{L_0} \frac{dv}{d\lambda}$$

odnosno

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (3.2.3)$$

b) Krivulje teoretske disperzije bezdimenzionalne fazne brzine komponentnih valova se konstruiraju nanošenjem bezdimenzionalne fazne brzine komponentnih valova na ordinatu kao funkcije odgovarajućih bezdimenzionalnih valnih dužina danih na apscisi. Uvaživši da je u razmatranoj bezdimenzionalnoj ravnini

$$\frac{dv}{d\lambda} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.2.4)$$

jednadžba (2.3) poprima oblik

$$u = v - \lambda \operatorname{tg} \alpha. \quad (3.2.5)$$

c) Izvlače se tangente na krivulju teoretske disperzije bezdimenzionalne fazne brzine kod odgovarajućih valnih dužina.

d) U sjecištu tangente na krivulju bezdimenzionalne fazne brzine i ordinate, očitavaju se vrijednosti bezdimenzionalne grupne brzine za grupu dane valne dužine.

e) Grupna brzina za danu valnu dužinu se računa prema

$$U = u b_0. \quad (3.2.6)$$

Krivulje teoretske disperzije grupne brzine se konstruiraju nakon što je obavljeno računanje  $U$  za određeni interval  $L$  nanašanjem grupne brzine na ordinatu i valne dužine na apscisu.

Da bi se dobio dokaz fizikalne opravdanosti izložene metode, dovoljno je pokazati da je segment ordinata, od ishodišta do točke u kojoj tangenta na krivulju disperzije bezdimenzionalne fazne brzine siječe ordinatu, po iznosu jednak bezdimenzionalnoj grupnoj brzini dane valne dužine. Dokaz direktno slijedi iz relacije (3.2.5), a ilustrativno je prikazan na sl. 3.2. Evidentno je naime da vrijedi

$$\lambda \operatorname{tg} \alpha = \lambda \frac{dv}{d\lambda} = v - u,$$

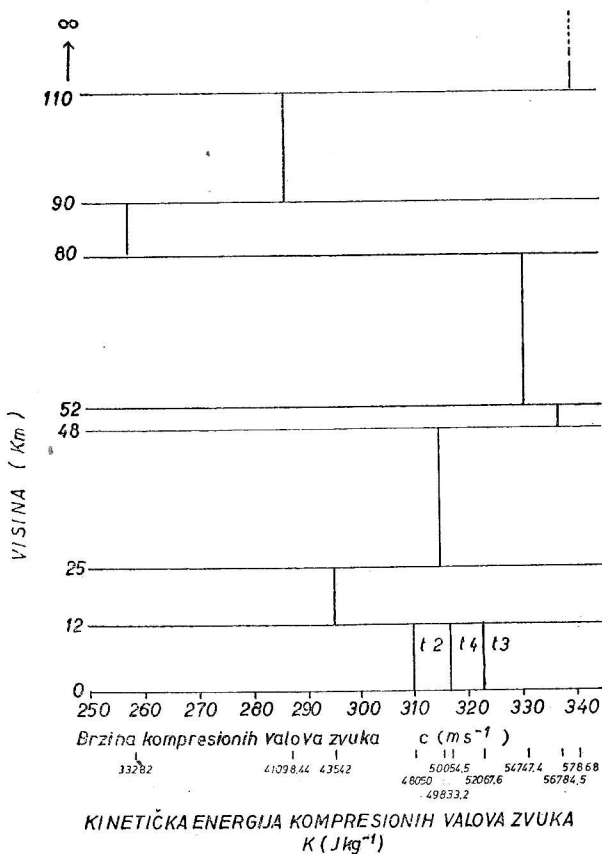
što uvršteno u (2.5) daje

$$u = v - \lambda \operatorname{tg} \alpha = v - (v - u) = u.$$

Ukoliko je interval valnih dužina širok, a razlike faznih brzina velike, prikladno je ukupni interval valnih dužina podijeliti na određeni broj manjih intervala u kojima su razlike faznih brzina manje. Pri određivanju širine pojedinih intervala treba podešavati jedinične vrijednosti iznosa brzine  $b_0$  i valne dužine  $L_0$ .

Postupajući na taj način segmentne krivulje disperzije bezdimenzionalne fazne brzine u bezdimenzionalnoj ravnini poprimaju oblik koji je najpovoljniji za izloženu metodu računanja grupnih brzina.

Potrebno je nadalje naglasiti da je ova metoda primjenjiva ne samo na dio krivulje s normalnom disperzijom već, ekvivalentno, i na dijelove krivu-



Sl. 3. — Teoretski modeli atmosfere označeni kao modeli 2, 4 i 3 s vanijabilnim karakteristikama u troposferi.

lja s intenzivnom inverznom disperzijom. Iz sl. 3.3 je naime vidljivo da za  $\alpha > \pi/2$  vrijedi

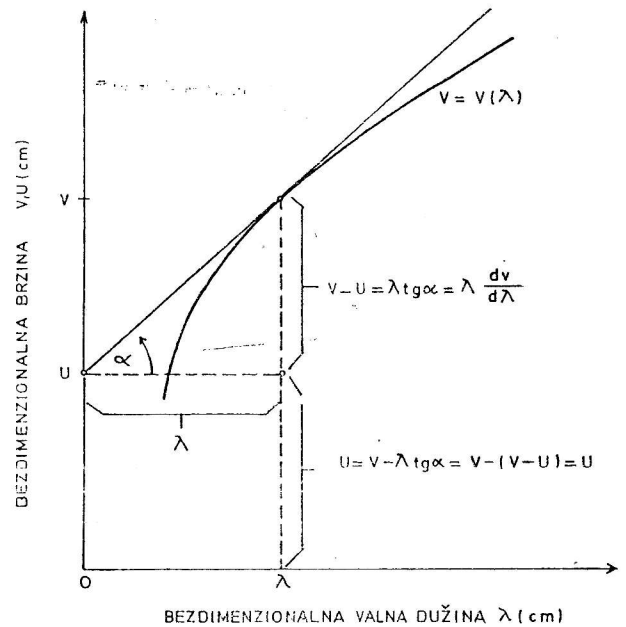
$$u - v = \lambda \operatorname{tg} (\pi - \alpha) \tag{3.2.7}$$

odakle, zbog  $\operatorname{tg} (\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ , slijedi

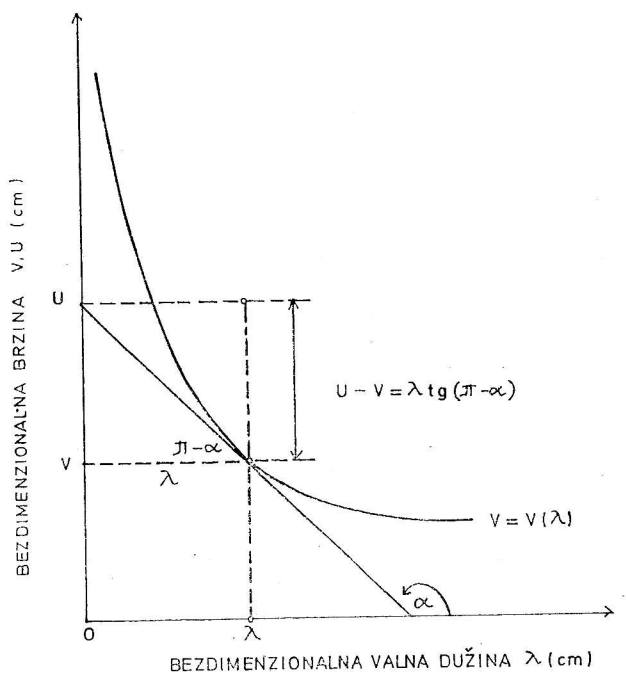
$$u = v - \lambda \operatorname{tg} \alpha,$$

što je ekvivalentno relaciji (3.2.5).

Primjer računanja grupnih brzina dan je u tabelama i na slikama u poglavlju 4. za puls 4 i inverzne dijelove krivulja teoretske disperzije puseva 2 i 3.



Sl. 3.2 — Prikaz računanja grupne brzine za normalno raspršenu granu krivulje teoretske disperzije fazne brzine.



Sl. 3.3 — Prikaz računanja grupne brzine za inverzno raspršenu granu krivulje teoretske disperzije fazne brzine.

## 4. REZULTATI

Metodama koje su detaljno opisane u prethodnim poglavljima dobiveni su rezultati koji se mogu klasificirati u dvije osnovne grupe. Rezultati prve grupe se odnose na podatke teoretske disperzije fazne brzine komponenata pulseva 2, 3 i 4 i pripadnog energetskog spektra, a dani su u tabelama 4.1, 4.2 i 4.3.

Druga grupa sadrži rezultate računanja bezdimenzionalne grupne brzine  $u$  i grupne brzine  $U$  za inverzne dijelove pulseva 2, 3 i 4, te za normalno raspršeni dio pulsa 4, koji su prikazani u tabelama 4.4 i 4.5, redom, te karakteristike teoretske disperzije grupne brzine valnih grupa za spomenuta tri pulsa i pripadnog energetskog spektra, dane u tabelama 4.6, 4.7 i 4.8. Nadalje, na slikama 4.1-4.5 dani su dijelovi krivulja bezdimenzionalne fazne brzine kao funkcije bezdimenzionalne valne dužine za pulseve 2 i 3 (inverzna grana) i puls 4 (normalna grana) i ilustriran je način računanja grupnih brzina metodom definiranom u poglavlju 3.2.

Konačno, finalni oblik u kojem su prezentirani rezultati istraživanja ovog rada dobiven je konstrukcijom krivulja teoretske disperzije grupne brzine za tri razmatrana pulsa u sustavu »grupna brzina-valna dužina«, te konstrukcijom energetskih spektara valnih komponenata i valnih grupa ovih pulseva nanošenjem odgovarajućih energija na ordinatu u ovisnosti o pripadnim valnim dužinama nanesenim na apscisu. Dobivene krivulje prikazane su na slikama 4.6, 4.7 i 4.8, redom. Treba također napomenuti da su na slikama 4.7 i 4.8, koje prikazuju energetske spektre komponenata i grupa valova tlaka, odnosno teoretsku disperziju njihove kinetičke energije kao funkcije valne dužine, ucrtane i vrijednosti iznosa kinetičke energije kompresivnih valova zvuka za četiri značajnija sloja triju teoretskih modela atmosfere u kojima je proučavano širenje i disperzija akustičko-gravitacijskih valova (v. tabela 3.1). Naznačeni su iznosi kinetičke energije poluprostora, mezopauze, stratosfere, kao i tri vrijednosti za troposferu, označene kao troposfera 2, 3 i 4, čime je omogućeno uspoređivanje odgovarajućih energija pojedinih valnih dužina s energijama pojedinih slojeva teoretskog modela. Pokazalo se da je ovakav način prikazivanja rezultata ne samo pregledniji već predstavlja, i vrlo korisno pomoćno sredstvo pri istraživanju i izvlačenju odgovarajućih zaključaka o zakonitostima razmatrane pojave.

Tabela 4.1 Podaci teoretske disperzije fazne brzine komponenata pulsa 2 i njihove energije.

K	$v_i$ (ms <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min)	$E_k$ (Jkg <sup>-1</sup> )	$\lambda$ (k)
1	336.103	.22	56482.64	4.5
2	332.200	.26	55178.38	5.2
3	330.252	.32	54533.08	6.3
4	325.470	.58	52965.44	11.4
5	321.390	.69	51645.91	13.2
6	308.819	.97	47684.49	18.0
7	295.749	1.77	43733.81	31.4
8	306.986	2.27	47120.30	41.9
9	312.609	2.68	48862.16	50.3
10	313.260	3.34	49066.07	62.8
11	313.445	3.93	49123.79	73.9
12	313.558	4.45	49159.39	83.8
13	313.669	5.56	49194.07	104.7
14	313.700	6.07	49203.84	114.2
15	313.753	6.68	49220.60	125.7
16	313.776	7.42	49227.62	139.6
17	313.781	8.34	49229.18	157.1
18	313.806	9.53	49237.19	179.5
19	313.847	11.12	49249.97	209.4
20	313.848	11.92	49250.35	224.4
21	313.850	12.83	49250.79	241.7
22	313.851	13.90	49251.30	261.8
23	313.852	15.17	49251.62	285.6
24	313.854	16.68	49252.01	314.2
25	313.860	18.54	49254.05	349.1
26	313.865	20.85	49255.62	392.7
27	313.869	23.83	49256.74	448.8
28	313.872	27.80	49257.97	523.6
29	313.877	33.36	49259.34	628.3
30	313.880	41.70	49260.33	785.4
31	313.883	55.60	49261.21	1047.2
32	313.886	66.72	49262.21	1256.6

Tabela 4.2 Podaci teoretske disperzije fazne brzine komponenata pulsa 3 i njihove energije.

K	$v_i$ (ms <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min)	$E_k$ (Jkg <sup>-1</sup> )	$\lambda$ (k)
1	334.017	.22	55783.73	4.5
2	331.131	.26	54823.71	5.2
3	330.215	.32	54520.92	6.3
4	329.554	.42	54302.91	8.4
5	325.392	.59	52939.85	11.4
6	315.449	.70	49754.05	13.2
7	035.084	.98	46538.18	18.0
8	295.747	1.77	43733.10	31.4
9	306.093	2.28	46846.46	41.9
10	306.910	2.73	47096.92	50.3
11	307.161	3.41	47173.88	62.8
12	207.304	4.01	47217.98	73.9
13	307.402	4.54	47247.91	83.8
14	307.534	5.68	47288.73	104.7
15	307.549	6.19	47293.22	114.2
16	307.609	6.81	47311.54	125.7
17	307.648	7.56	47323.65	139.6
18	307.666	8.51	47329.26	157.1
19	307.703	9.72	47340.52	174.5
20	307.728	11.34	47348.16	204.4
21	307.739	12.15	47351.73	224.4
22	307.746	13.09	47353.73	241.7
23	307.779	14.18	47363.88	261.8
24	307.780	15.47	47364.12	285.6
25	307.790	17.01	47367.34	314.2
26	307.796	18.90	47369.22	344.1
27	307.818	21.26	47376.00	392.7
28	307.812	24.30	47374.16	448.8
29	307.832	28.35	47380.17	523.6
30	307.837	34.02	47381.81	628.3
31	307.846	42.52	47384.66	785.4
32	307.885	56.69	47396.59	1047.2

Tabela 4.3 Podaci teoretske disperzije fazne brzine komponenta pulsa 4 i njihove energije.

KARAKTERISTIKE PULSA 4				
K	$v_i$ (ms <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min)	$E_i$ (Jkg <sup>-1</sup> )	$\lambda$ (k)
1	339.033	.22	57471.53	4.5
2	332.088	.26	55141.34	5.2
3	330.228	.32	54525.26	6.3
4	324.204	.43	52553.94	8.4
5	322.642	.59	52048.92	11.4
6	315.421	.70	49745.21	13.2
7	305.842	.98	46769.52	18.0
8	295.749	1.77	43733.81	31.4
9	306.921	2.27	47100.26	41.9
10	309.989	2.70	48046.73	50.3
11	310.376	3.37	48166.57	62.8
12	310.518	3.97	48210.70	73.9
13	310.568	4.50	48226.32	83.8
14	310.666	5.62	48256.84	104.7
15	310.725	6.13	48274.98	114.2
16	310.757	6.74	48284.83	125.7
17	310.769	7.49	48288.65	134.6
18	310.784	8.42	48293.43	157.1
19	310.801	9.63	48298.76	174.5
20	310.828	11.23	48307.13	204.4
21	310.840	12.03	48310.75	224.4
22	310.848	12.96	48313.26	241.7
23	310.854	14.04	48315.03	261.8
24	310.859	15.31	48316.55	285.6
25	310.863	16.84	48317.90	314.2
26	310.867	18.71	48319.21	349.1
27	310.871	21.05	48320.47	392.7
28	310.875	24.06	48321.63	448.8
29	310.879	28.77	48322.93	523.6
30	310.883	33.68	48324.12	628.3
31	310.887	42.11	48325.52	785.4
32	310.892	56.14	48326.81	1047.2
33	310.896	67.37	48328.16	1256.6

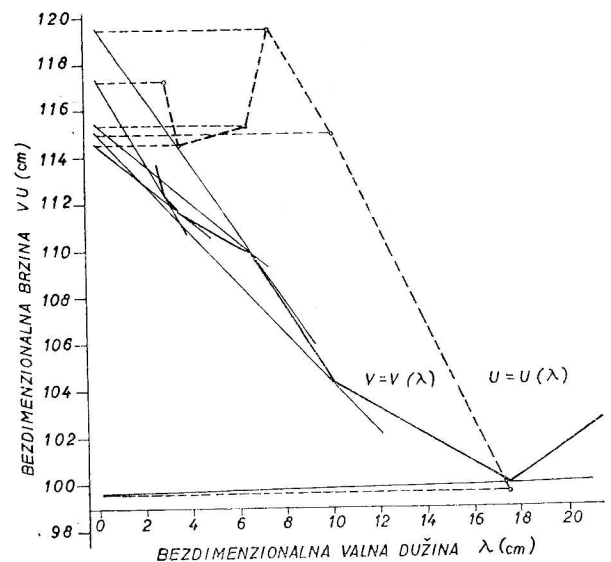
Tabela 4.5 Računanje grupnih brzina pojedinih valnih dužina normalno raspršene grane pulsa 4.

$V$ (ms <sup>-1</sup> )	$L$ (km)	$\lambda$ (cm)	$v$ (cm)	$u$ (cm)	$U$ (ms <sup>-1</sup> )
295.749	31.4	3.75	200.00		
306.921	41.9	5.00	207.55	192.14	284.13
309.989	50.3	6.00	209.63	204.45	302.33
310.376	62.8	7.49	209.89	208.92	308.94
310.518	73.9	8.82	209.99	209.60	309.95
310.568	83.8	10.00	210.02	209.78	310.21
310.666	104.7	12.49	210.09	209.82	310.27
310.725	114.2	13.63	210.13		
$L_0 = 39.27$ (km) , $b_0 = 0.0029575$ (ms <sup>-1</sup> )					
310.666	104.7	7.50	10504.34		
310.725	114.2	8.18	10506.34	10491.15	310.28
310.757	125.7	9.00	10507.42	10499.75	310.53
310.784	157.1	11.25	10508.33	10504.05	310.66
310.848	241.8	17.31	10510.50	10506.18	310.72
310.854	261.8	18.75	10510.70		
$L_0 = 13.96$ (km) , $b_0 = 0.029575$ (ms <sup>-1</sup> )					
310.848	241.8	6.15	105104.99		
310.854	261.8	6.67	105107.02	105084.54	310.786
310.859	285.6	7.27	105108.71	105093.05	310.812
310.863	314.2	8.00	105110.06	105096.99	310.824
310.867	349.1	8.95	105111.41	105099.22	310.831
310.871	392.7	10.00	105112.76	105101.50	310.837
310.875	448.8	11.43	105114.12	105104.35	310.846
310.879	523.6	13.13	105115.47	105107.21	310.855
310.883	628.3	16.00	105116.82	105110.23	310.864
310.887	785.4	20.00	105118.17	105112.20	310.869
310.892	1047.2	26.67	105119.86		
$L_0 = 8.38$ (km) , $b_0 = 1.47875$ (ms <sup>-1</sup> )					

Tabela 4.4 Računanje grupnih brzina pojedinih valnih dužina inverzno raspršenih grana za pulseve 2, 3 i 4.

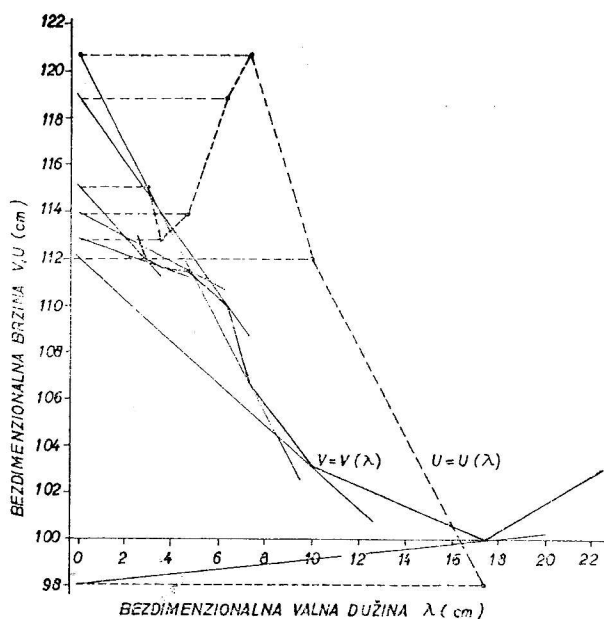
$V$ (ms <sup>-1</sup> )	$L$ (km)	$\lambda$ (cm)	$v$ (cm)	$u$ (cm)	$U$ (ms <sup>-1</sup> )
336.103	4.5	2.50	113.64		
332.200	5.2	2.89	112.32	117.20	346.62
330.252	6.3	3.50	111.67	114.50	338.63
325.472	11.4	6.33	110.05	115.30	341.00
321.390	13.2	7.33	108.67	119.45	353.27
308.819	18.0	10.00	104.42	114.95	339.96
295.749	31.4	17.44	100.00	99.60	294.57
306.986	41.9	23.28	103.80		
334.017	4.5	2.50	112.94		
331.131	5.2	2.89	111.96	115.04	340.23
330.215	6.3	3.50	111.65	112.80	333.61
329.554	8.4	4.67	111.43	113.90	336.86
325.392	11.4	6.33	110.02	118.80	351.35
315.449	13.2	7.33	106.66	120.65	356.82
295.747	31.4	17.44	100.00	98.02	289.89
305.084	18.0	10.00	103.16	112.00	331.24
306.093	41.9	23.28	103.50		
339.033	4.5	2.50	114.64		
332.088	5.2	2.89	112.30	117.07	346.33
330.288	6.3	3.50	111.67	116.06	343.25
324.204	8.4	4.67	109.62	113.65	336.12
322.642	11.4	6.33	109.09	115.20	340.70
315.421	13.2	7.33	106.65	118.89	351.62
305.842	18.0	10.00	103.41	111.80	330.65
295.749	31.4	17.44	100.00	98.18	290.37
306.921	41.9	23.28	103.78		

$$L_0 = 1.8 \text{ (km)} , b_0 = 2.9575$$

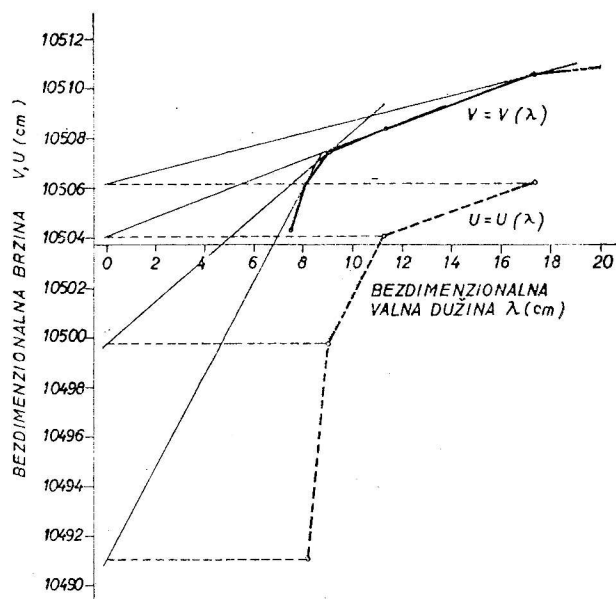


Sl. 4.1 — Konstrukcija krivulje bezdimenzionalne grupne brzine pulsa 2 u ovisnosti o bezdimenzionalnoj valnoj dužini za valne dužine kraće od 41.9 km.

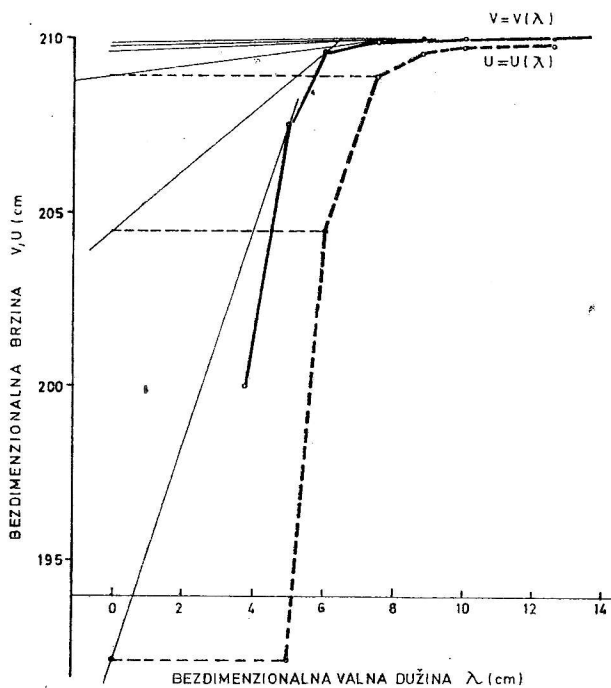




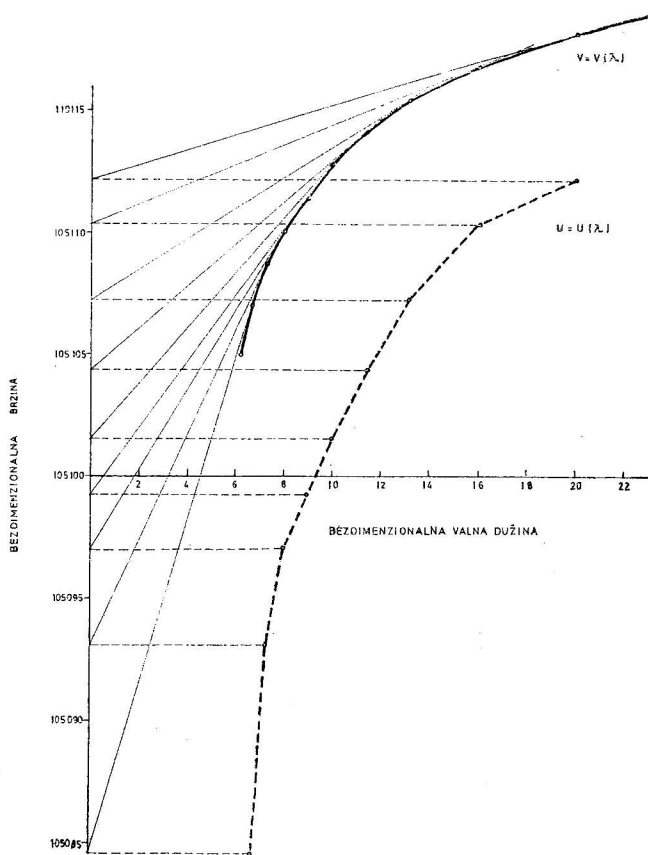
Sl. 4.2 — Konstrukcija krivulje bezdimenzionalne grupe brzine pulsa 3 u ovisnosti o bezdimenzionalnoj valnoj dužini u intervalu valnih dužina od 3 do 104 km.



Sl. 4.4 — Konstrukcija krivulje bezdimenzionalne grupe brzine u pulsa 4 u ovisnosti o bezdimenzionalnoj dužini  $\lambda$  u intervalne dužine od 104 km do 240 km.



Sl. 4.3 — Konstrukcija krivulje bezdimenzionalne grupe brzine u u ovisnosti o bezdimenzionalnoj valnoj dužini u intervalu valne dužine od 42 do 104 km puls 4.



Sl. 4.5 — Konstrukcija krivulje bezdimenzionalne grupe brzine u pulsa 4 u ovisnosti o bezdimenzionalnoj valnoj dužini  $\lambda$  za valne dužine veće od 240 km.

Tabela 4.6 Karakteristike disperzije grupne brzine pulsa 2.

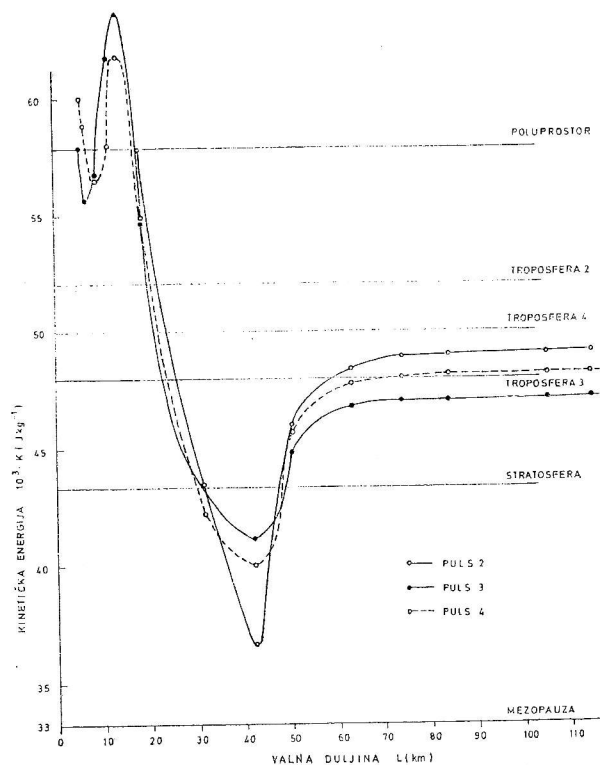
m	L(km)	U(ms <sup>-1</sup> )	K <sub>u</sub> (Jkg <sup>-1</sup> )
1	5.2	346.62	60072.71
2	6.3	338.63	57335.14
3	11.4	341.00	58140.50
4	13.2	353.27	62399.85
5	18.0	339.96	57786.40
6	31.4	294.57	43385.74
7	41.9	270.61	36614.89
8	50.3	303.29	45992.41
9	62.8	310.89	48326.30
10	73.9	312.59	48856.25
11	83.8	312.98	48978.24
12	104.7	313.17	49037.72
13	114.2	313.27	49069.05
14	125.7	313.44	49122.32
15	139.6	313.61	49175.62
16	179.5	313.65	49188.16
17	224.4	313.72	49210.12
18	349.1	313.809	49238.04
19	392.7	313.828	49244.01
20	448.8	313.843	49248.71
21	523.6	313.849	49250.60
22	628.3	313.857	49253.11
23	785.4	313.868	49256.56
24	1047.2	313.869	49256.88

Tabela 4.8 Karakteristike disperzije grupne brzine pulsa 4.

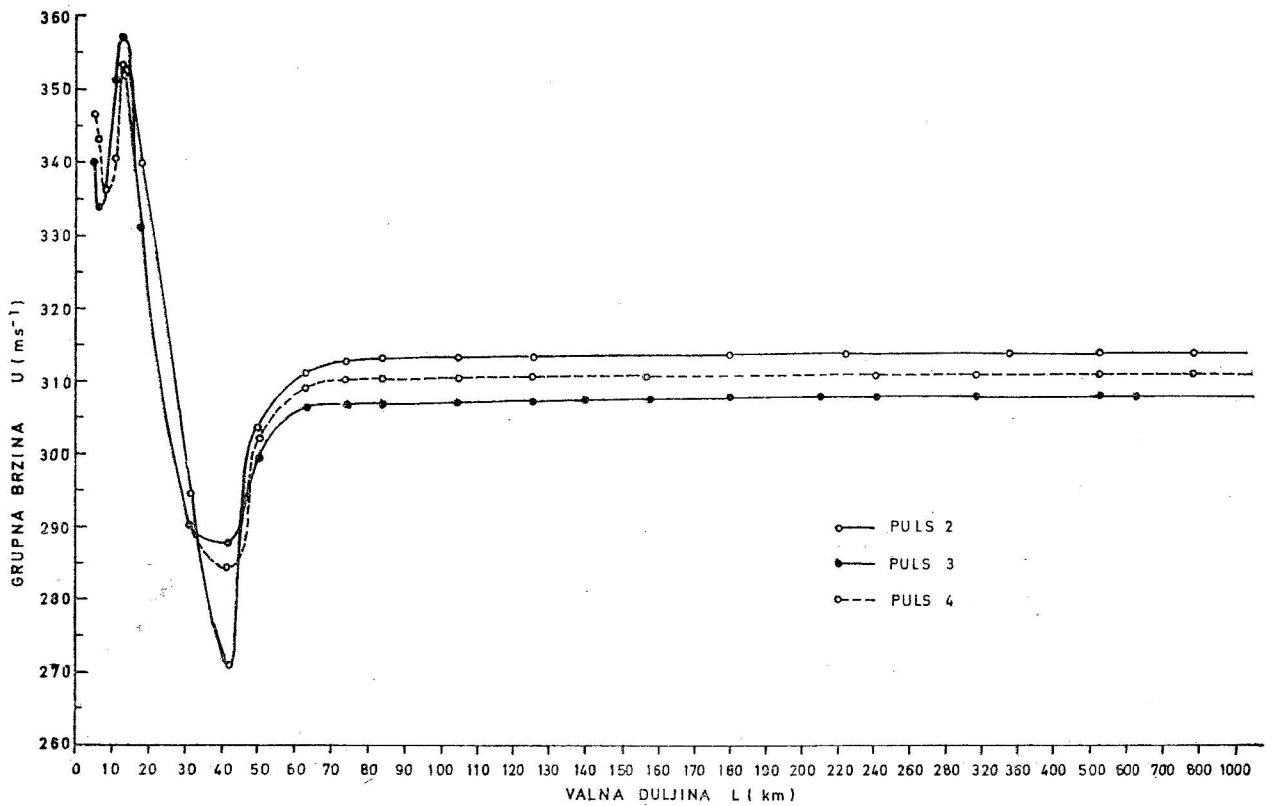
m	L(km)	U(ms <sup>-1</sup> )	K <sub>u</sub> (Jkg <sup>-1</sup> )
1	5.2	346.33	59972.23
2	6.3	343.25	58910.28
3	8.4	336.12	56488.33
4	11.4	340.70	58038.25
5	13.2	351.62	61818.31
6	18.0	330.65	54664.71
7	31.4	290.37	42157.37
8	41.9	284.13	40364.93
9	50.3	302.33	45701.71
10	62.8	308.94	47721.96
11	73.9	309.95	48034.50
12	83.8	310.21	48115.12
13	104.7	310.27	48133.74
14	114.2	310.28	48136.84
15	125.7	310.53	48214.44
16	157.1	310.66	48254.82
17	241.8	310.72	48273.46
18	261.8	310.786	48293.97
19	285.6	310.812	48302.05
20	314.2	310.824	48305.78
21	349.1	310.831	48307.96
22	392.7	310.837	48309.82
23	448.8	310.846	48312.62
24	523.6	310.855	48315.42
25	628.3	310.864	48318.21
26	785.4	310.869	48319.77

Tabela 4.7 Karakteristike disperzije grupne brzine pulsa 3.

m	L(km)	U(ms <sup>-1</sup> )	K <sub>u</sub> (Jkg <sup>-1</sup> )
1	5.2	340.23	57878.23
2	6.3	333.61	55647.82
3	8.4	336.86	56737.33
4	11.4	351.35	61723.41
5	13.2	356.82	63660.26
6	18.0	331.24	54859.97
7	31.4	289.89	42018.11
8	41.9	287.54	41339.63
9	50.3	299.43	44829.16
10	62.8	306.25	46894.53
11	73.9	306.54	46983.39
12	83.8	306.77	47053.92
13	104.7	306.96	47112.22
14	125.7	307.16	47173.63
15	139.6	307.38	47241.23
16	157.1	307.46	47265.83
17	179.5	307.49	47275.05
18	209.4	307.56	47296.58
19	224.4	307.61	47311.96
20	241.7	307.68	47333.49
21	314.2	307.738	47351.34
22	349.1	307.752	47355.65
23	523.6	307.773	47362.11
24	628.3	307.822	47377.19



Sl. 4.7 — Energetski spektar akustičko-gravitacijskih valnih grupa za pulseve 2, 3 i 4.



Sl. 4.6 — Krivulje teoretske disperzije grupne brzine za tri razmatrana pulsa tlaka.

## 5. DISKUSIJA REZULTATA

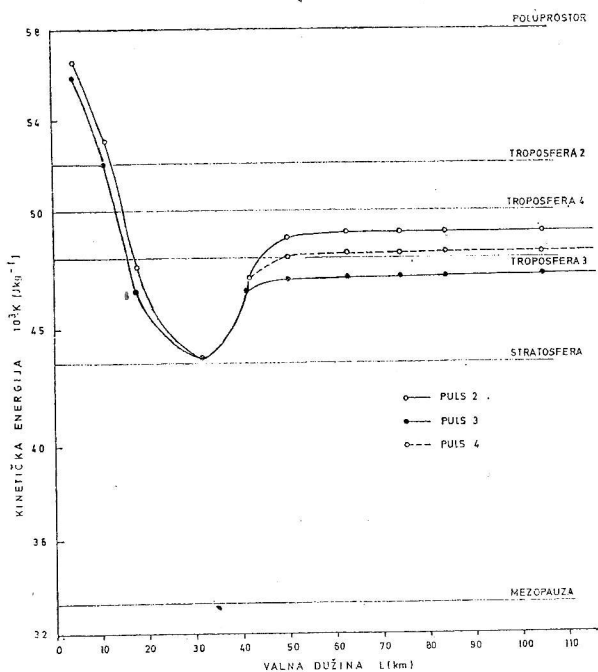
Budući da je naglasak u ovom radu postavljen prvenstveno na istraživanje akustičko-gravitacijskih valnih grupa, detaljna diskusija je provedena i usmjerena u najvećoj mjeri na disperziju grupne brzine i kinetičke energije ovih valova u ovisnosti o valnoj dužini.

Energetski spektar valnih grupa (Sl. 4.7) dan je za interval valnih dužina od 5 do 120 km. Njegova osnovna karakteristika je disperzija energije s valnom dužinom, odnosno neravnomjerna raspodjela energije na razne valne dužine, pa je ukupni interval moguće podijeliti na manje intervale koji posjeduju slična svojstva.

Minimalni sadržaj energije posjeduje grupa valne dužine 41.9 km za sva tri razmatrana pulsa tlaka, a minimum je najizraženiji za puls 2 koji se širi kroz model 2, čija troposfera ima najvišu energiju (troposfera 2).

Najslabije izražen minimum ima valna grupa pulsa 3, u modelu čija troposfera ima najmanje energije (troposfera 3). Između ova dva minimuma nalazi se odgovarajuća vrijednost za razmatranu grupu pulsa 4, a energetski sadržaj troposfere modela 4 je po iznosu između energija troposfere 2 i troposfere 3.

Budući da su energetski iznosi ostalih slojeva u sva tri modela invarijantni, evidentno je da spomenute razlike mogu biti posljedica samo varijabilnog energetskog iznosa troposfere pojedinih



Sl. 4.8 — Energetski spektar akustičko-gravitacijskih valnih komponenata za pulseve 2, 3 i 4.

modela. Međutim, značajna je činjenica da povećanje energije troposferskog sloja uvjetuje u slučaju grupne valne dužine 41.9 km i okolnih grupa u intervalu od oko 35 do 45 km, smanjenje njihove kinetičke energije. Ovakvo inverzno djelovanje karakteristično je upravo za navedeni interval, dok se u intervalu valnih dužina iznad 45 km, posebno za valne dužine veće od 80 km, u kojem se kinetička energija povećanjem valne dužine povećava (normalna disperzija) sa sve manjim intenzitetom, može uočiti normalno djelovanje promijenjenog iznosa energije u troposferi na energiju valnih grupa spomenutog intervala, tj. povećanje srednje kinetičke energije kompresivnih valova u troposferi ima za posljedicu povećanje kinetičke energije akustičko-gravitacijskih grupa. Ove efekte, nazovimo ih npr. inverznim i normalnim efektom, nalazimo i u dijelu spektra valnih dužina kraćih od 25 km. Inverznim efektom karakteriziran je i maksimum energetske spektra kojem odgovara grupa valne dužine 13.2 km. Za ovu valnu grupu naime smanjenje srednje energije kompresivnih valova zvuka uvjetuje povećanje njene kinetičke energije. Uočljivo je dakle, što treba posebno naglasiti, da su inverznim efektom karakterizirani upravo ekstremi energetske spektra akustičko-gravitacijskih valnih grupa, dok normalni efekt postoji za grupe većih valnih dužina (iznad 45 m), no također i za grupe valnih dužina kraćih od 8 km. Karakteristično je nadalje da za ove grupe valnih dužina kraćih od 10 km postoji dobro izražen sekundarni minimum, koji se smanjenjem energije troposferskog sloja pomiče u lijevo. Naime, za spektar pulsa 3 koji se širi kroz model čija troposfera sadrži manji iznos energije, sekundarni minimum odgovara grupi valne dužine 6.3 km i nalazi se lijevo od sekundarnog minimuma za spektar pulsa 4 koji odgovara grupi valne dužine 8 km. U energetskom spektru akustičko-gravitacijskih valnih komponenata (v. sl. 4.8) moguće je uočiti i izdvojiti samo normalni efekt koji postoji za interval valnih dužina većih od 40 km, dok je za sva tri razmatrana pulsa tlaka minimalni sadržaj energije (tj. ekstremna vrijednost u energetskom spektru valnih komponenata) po iznosu jednak i odgovara komponenti valne dužine 31.4 km. Normalni efekt također postoji za komponente čije su valne dužine manje od 31.4 km, dok inverzni efekt u energetskom spektru valnih komponenata ne postoji.

Usporedbom energetskih spektara valnih komponenata i grupa, danih na slikama 3.7 i 3.8, postaje evidentno da energetski spektar valnih grupa daje mnogo više informacija o mehanizmu kojim struktura teoretskog modela atmosfere upravlja širenjem i raspršivanjem akustičko-gravitacijskih valova, a ono što se iz dobivenih informacija može izvući najprikladnije je sažeti u nekoliko točaka kao što slijedi:

a) kinetička energija grupa valnih dužina kraćih od 20 km oscilira oko konstantne vrijednosti kinetičke energije kompresivnih valova zvuka u izotermnom poluprostoru, dok odgovarajuća ener-

gija komponentnih valova iz istog intervala smanjenjem valne dužine teži vrijednosti kinetičke energije kompresivnih valova u poluprostoru. To vrijedi za sva tri razmatrana pulsa u tri teoretska modela s različitim energetske sadržajem u troposferi;

b) oba energetska spektra pokazuju slične karakteristike u dijelu spektra u kojem se i energija komponenata i energije grupa sporo mijenjaju s valnom dužinom, što naročito vrijedi za valne dužine iznad 80 km. U ovom dijelu spektra energije komponenata i grupa teže vrijednosti kinetičke energije kompresivnih valova u troposferi, no ako se usporede iznosi razlika kinetičkih energija kompresivnih valova u troposferi tri upotrebljena modela i pripadnih kinetičkih energija za tri razmatrana pulsa, tj. razlike

$$(K_{\text{trop}} - K_{\text{puls}})_i = \Delta K_i, \quad i=2,3,4,$$

slijedi da je približno

$$\Delta K_2 = 3000 \text{ Jkg}^{-1}$$

$$\Delta K_4 = 2000 \text{ Jkg}^{-1}$$

$$\Delta K_3 = 1000 \text{ Jkg}^{-1}$$

tj. da se povećanjem energetske sadržaja u troposferi za oko 2000 Jkg<sup>-1</sup>, uz invarijanti energetske sadržaj u višim slojevima, kinetička energija valova tlaka također povećava, no za sve manje iznose. Znači dakle da je kinetička energija valova tlaka ograničena, te da slijedi promjene u troposferi samo po smislu, a ne po iznosu,

c) najveći rasap energije se uočava za puls 2, što se, imajući u vidu da razmatrani valovi imaju karakter površinskih valova, može djelomično objasniti činjenicom da u modelu 2 postoji najveća razlika sadržaja energije troposfere i srednjeg sadržaja energije za više slojeve koji je isti u sva tri modela. Za model 2 spomenuta razlika je 4300.65 Jkg<sup>-1</sup>, za model 4 iznosi 2287.49 Jkg<sup>-1</sup>, te samo 283 Jkg<sup>-1</sup> za model 3,

d) razlike između spektra specifične energije pojedinih pulseva tlaka, uključujući sva njihova prije opisana svojstva, nužno moraju biti uvjetovana upravo promijenjenim energetske odnosima u teoretskom modelu, što znači ne samo promijenjenim odnosom energije troposfere prema srednjoj energiji viših slojeva već i promijenjenim odnosom energije troposfere prema energiji svakog pojedinog višeg sloja.

Na slici 4.6 prikazane su krivulje teoretske disperzije grupne brzine pulseva tlaka 2, 3 i 4. Njihova zajednička osobina je da najintenzivnija disperzija postoji za kratke valove, valnih dužina kraćih od 50 km, te da kod valova dužih od 50 km intenzitet disperzije povećanjem valne dužine slabi. Za dovoljno velike valne dužine L dobivene krivulje teoretske disperzije su kvazihorizontalne, tako da možemo uzeti da disperzija na tim segmentima praktički ne postoji. Naime, za dovoljno velike valne dužine efektivna visina upotrebjenog teoretskog modela atmosfere postaje sve manja u odno-

su na valnu dužnu, pa stoga uzastopno duži valovi poprimaju sve više karakter površinskih valova na plitkoj vodi, čija brzina ovisi uglavnom o dubini u fluidu na kojoj oni putuju, a sve manje o dimenzijama vala.

Intenzivna inverzna disperzija postoji za sva tri pulsa kod valnih dužina kraćih od 41.9 km, a normalna disperzija u intervalu od 6.3 do 18 km. Inverznu disperziju nalazimo ponovo kod još kraćih valnih dužina. Prema tome, na registracijama mikrobarografa treba očekivati da će se pojaviti najprije grupe kraćih valnih dužina, a zatim grupe većih dužina koje će slijediti uzastopno kraći valovi. Pri tom nužno mora doći do interferencije i superpozicije odgovarajućih grupa, što bi se na mikrobarogramu moralo manifestirati u obliku vala maksimalne amplitude, te valova uzastopno manjih amplitude nastalih superpozicijom normalno i inverzno raspršenih valnih nizova. Prije vala maksimalne amplitude treba očekivati dolazak valova valnih dužina između 10 i 20 km, čija je grupna brzina najveća, te na kraju zapisa grupu valne dužine 41.9 km. Brzina ove grupe teži naime brzini kompresivnih valova zvuka u višem zvučnom kanalu karakteriziranom izrazitim temperaturnim minimumom.

Treba međutim naglasiti da je ovakav slijed dolazaka pojedinih valova tlaka moguće registrirati samo na vrlo osjetljivim mikrobarografima, a to se posebno odnosi na valni niz kraćih valnih dužina karakteriziran inverznom disperzijom fazne brzine. Ovaj niz prethodi glavnom nizu koji počinje valom maksimalne amplitude, a pripadne amplitude mu zbog povećane brzine nužno moraju biti smanjene. Evidentno je dakle da registracija ovog niza povećane brzine i smanjene amplitude bitno ovisi o osjetljivosti registrirnog instrumenta.

Potrebno je napomenuti da je ovakav niz događaja dobiven u prethodnom radu autora (1) empiričkom analizom mikrobarograma s akustičko-gravitacijskim valovima uzrokovanim multimegatonskom nuklearnom eksplozijom na Novoj Zemlji dana 30. listopada 1961.

## 6. ZAKLJUČAK

Rezultati prezentiranog istraživanja, interpretirani u diskusiji u poglavlju 5. daju niz kvalitativno novih informacija o širenju i disperziji akustičko-gravitacijskih valnih grupa u tri teoretska modela atmosfere s varijabilnim uvjetima u troposferi. Dobivene krivulje teoretske disperzije grupne brzine ovih valova pokazuju visok stupanj podudaranja s krivuljama empiričke disperzije grupne brzine valova tlaka opaženih na mikrobarogramima. Međutim, da bi se testirali rezultati za ove valove kraćih valnih dužina, bit će potrebno usporediti ih registracijom Sprung-Fuessovog mikrobarografa Observatorija Zagreb-Grič, dobivenom povodom pada velikog sibirskog meteora (1908), na kojoj se mogu razlučiti vrlo fine oscilacije koje odgovaraju glavnom nizu maksimalne amplitude, kao i

valni niz vrlo kratkih perioda koji prethodi glavnom nizu. Postoji opravdano očekivanje da će upravo velika kvaliteta ove registracije biti vrlo korisna prilikom testiranja teoretskih rezultata i pri daljnjem proučavanju ovog problema.

U daljnjem teoretskom istraživanju trebalo bi definirati čitav niz teoretskih modela s varijabilnim energetskim sadržajem u pojedinim slojevima da bi se uspoređivanjem ustanovilo koji slojevi imaju najznačajniji utjecaj na karakteristike disperzije akustičko-gravitacijskih valova i dobio niz novih informacija o mehanizmu kojim atmosferska struktura upravlja širenjem ovih valova. Istraživanje bi nadalje trebalo provoditi sa što većim brojem valnih grupa da bi dobivene krivulje teoretske disperzije bile što manje diskretne, posebno za valne dužine kraće od 50 km.

Treba također napomenuti da bi metodu računanja grupnih brzina, izloženu u poglavlju 3.2, bilo korisno primjeniti i na računanje grupnih brzina Rossbyevih valova, a njenu primjenu na ove valove omogućuje i poznata formula za računanje njihove fazne brzine kao funkcije valne dužine, Rossbyevog parametra, odnosno geografske širine i brzine zonalne struje. Nadalje, na temelju provedenog istraživanja moguće je zaključiti da bi i njeno proširenje na atmosferske valove raznih skala, koristeći pri tom metode upotrijebljene u ovom radu, dalo niz novih značajnijih informacija o mehanizmu i parametrima kojim atmosfera djeluje na njihovo širenje.

## ZAHVALA

Ovo istraživanje je sufinancirala Republička zajednica za znanstveni rad SRH (SIZ III).

## LITERATURA:

- Donn, W: M. Ewing, 1962 a: Atmospheric waves from nuclear explosions — part I: 1952—1961. *J. Geophys. Res.*, 67, (5), 1855—1864.
- Donn, W: M. Ewing, 1962 b: Atmospheric waves from nuclear explosions — part II: Soviet test of October 30, 1961. *J. atoms. Sci.*, 19, 264—273.
- Glasnović D., 1976: Valovi u atmosferi izazvani multimegatonskim nuklearnim eksplozijama. Geofizički zavod, Zagreb, Diplomski rad, str. 146.
- Gossard, E. E. and W. H. Hooke, 1975: Waves in the Atmosphere. Atmospheric Infrasound and Gravity Waves. Their Generation and Propagation. Elsevier. New. York, 1975.
- Lamb, H., 1945: Hydrodynamics. 6th ed., New York, 739 str.
- Meissner, E., 1921: *Visht. Natur. Ges. Zurich* 66, 181.
- Pekeris, C. L., 1939: The propagation of a puls in the atmosphere. *Proc. Roy. Soc., A*, 171, 434—449.
- Peperis, C. L., 1948: The propagation of a puls in the atmosphere, Part II. *Phys. Rev.* 73, 145—154.
- Scorer, R. S., 1950: The dispersion of a puls in the atmosphere. *Proc. Roy. Soc. A*, 201, 137—157.
- Yamamoto, R., 1954: The microbarographic oscillations produced by the explosions of hydrogen bombs. *Bull. Chem. Res. Inst. Kyoto Univ., Supplementary Issue*.
- Yamamoto, R., 1955: The microbarographic oscillations produced by explosions of hydrogen bombs in the Marshall Island. *Weather*, 10, 321—323.
- Yamamoto, R., 1957: A dynamical theory of microbarograph oscillations produced by the explosions of hydrogen bombs.

## LISTA SIMBOLA

- $b_0$  — jedinična vrijednost brzine koja se odabire proizvoljno  
 $c$  — brzina kompresivnih valova zvuka  
 $D$  — amplituda poremećaja divergencije brzine  
 $\Phi$  — faza oscilacija  
 $g$  — akceleracija gravitacije  
 $\gamma$  — omjer specifičnih toplina kod stalnog tlaka i stalnog volumena  
 $\chi$  — poremećaj divergencije brzine  
 $k$  — valni broj  
 $L$  — valna dužina  
 $L_0$  — jedinična vrijednost valne dužine koja se odabire proizvoljno  
 $\lambda$  — bezdimenzionalna valna dužina  
 $p$  — tlak u osnovnom, neporemećenom stanju  
 $p_0$  — tlak u osnovnom, neporemećenom stanju  
 $P$  — amplituda poremećaja tlaka  
 $\rho$  — poremećaj gustoće  
 $\rho_0$  — gustoća u osnovnom, neporemećenom stanju  
 $\sigma$  — angularna frekvencija  
 $t$  — vrijeme  
 $T$  — period  
 $u$  — komponenta poremećaja brzine u smjeru osi  $x$   
 $v$  — komponenta poremećaja brzine u smjeru osi  $y$   
 $w$  — komponenta poremećaja brzine u smjeru osi  $z$ , odnosno poremećaj vertikalne brzine  
 $W$  — amplituda poremećaja vertikalne brzine  
 $U$  — grupna brzina valova tlaka  
 $u'$  — bezdimenzionalna grupna brzina  
 $V$  — fazna brzina valova tlaka  
 $v'$  — bezdimenzionalna fazna brzina  
 $x, y, z$  — Kartezijeve koordinate

## LIST OF SYMBOLS

- $b_0$  — arbitrary unit value of the velocity scale  
 $c$  — acoustic velocity  
 $D$  — velocity divergence perturbation amplitude  
 $\Phi$  — oscillation phase  
 $g$  — gravity acceleration  
 $\gamma$  — the ratio of the specific heat capacity of constant pressure to the specific heat capacity at constant volume for dry air  
 $\chi$  — velocity divergence perturbation  
 $i$  — route square of the minus one  
 $k$  — wave number  
 $K$  — kinetic energy  
 $L$  — wave length  
 $L_0$  — arbitrary unit value of the wave length scale  
 $L$  — nondimensional wave length  
 $p$  — pressure length  
 $P$  — equilibrium state pressure  
 $P_0$  — pressure perturbation amplitude  
 $\rho$  — density perturbation  
 $\rho_0$  — equilibrium state density  
 $\sigma$  — angular frequency  
 $t$  — time  
 $T$  — period  
 $\bar{T}$  — mean temperature

- $u$  —  $x$ -component of the velocity of the medium  
 $v$  —  $y$ -component of the velocity of the medium  
 $w$  —  $z$ -component of the velocity of the medium  
 $W$  — vertical velocity perturbation amplitude  
 $U$  — group velocity  
 $u'$  — nondimensional group velocity  
 $V$  — phase velocity  
 $v'$  — nondimensional phase velocity  
 $x, y, z$  — Cartesian coordinates

## SUMMARY

The subject of this investigation is atmospheric acoustic-gravity waves produced by high released energy and, also, the nature of their dispersion which, as well as other aspects, is controlled by the thermal structure of the atmosphere. The striking features of these waves are studied by means of three theoretical atmospheric models containing eight constant kinetic energy layers of compressive acoustic velocity. Their effective altitude is 110 km and they possess variable energetic content in the troposphere.

In order to investigate the main characteristics of velocity theoretical dispersion for wave groups, components and their energetic content, the method of group velocity dispersion curves construction is developed and applied. In such a manner the corresponding results are obtained as theoretical dispersion curves and presented in the "group velocity — wave length" and "kinetic energy — wave length" plane. A comparison of the results for three different theoretical atmospheric models is then discussed.

The nearization procedure is used to simplify and reduce the complete system of nonlinear hydrodynamic equations governing atmospheric motions. It is assumed that, in the equilibrium state, the atmosphere is in hydrostatic balance, equilibrium pressure and density vary mainly along the vertical, whereas perturbation pressure, vertical velocity and velocity divergence must be treated as functions of distance from the explosive source, time after explosion and elevation. This means that at great distances from the source, the waves generated by large atmospheric explosions propagate as small-amplitude perturbations upon an equilibrium state of the atmosphere. The linearized equations by the matrix numerical procedure are solved.

By this treatment more informations are obtained not only at smaller wave lengths but also at greater than 100 km. It is shown that variable thermal and energetic conditions in the troposphere essentially affect to the group velocity of acoustic-gravity waves.

## LIST OF FIGURES

- Fig. 3.1. Theoretical atmospheric models with variable characteristics in the troposphere, denoted as models 2, 4 and 3, respectively.
- Fig. 3.2. A group velocity graphic computational scheme for the normally dispersed branch of the phase velocity theoretical dispersion curve.
- Fig. 3.3. The same as Fig. 3.2., but for the inversely dispersed branch of the phase velocity theoretical dispersion curve.
- Fig. 4.1. An example of a nondimensional group velocity curve construction against the nondimensional wave length for puls 2. Wave lengths are lower than 41.9 km.
- Fig. 4.2. The same as Fig. 4.1. for puls 3 at the wave length interval between 3 and 104 km.
- Fig. 4.3. The same as Fig. 4.1. for puls 4 at the wave length interval between 42 and 104 km.
- Fig. 4.4. The same as Fig. 4.3. at the wave length interval between 104 and 240 km.
- Fig. 4.5. The same as Fig. 4.3. . Wave lengths are greater than 240 km.
- Fig. 4.6. Theoretical group velocity dispersion curves for three considered measure pulses.
- Fig. 4.7. Energetic spectra of the acoustic-gravity wave groups for pulses 2, 3 and 4, respectively.
- Fig. 4.8. Energetic spectra of the acoustic-gravity wave components for pulses 2, 3 and 4, respectively.

## LIST OF TABLES

- Tab. 3.1 Characteristics of models 2, 4 and 3, respectively. In the columns are presented the thickness of the each particular layer, the associated mean compressive velocities of the sound, the mean temperatures and corresponding kinetic energies.
- Tab. 4.1. Theoretical dispersion data of phase velocity components and their energy for puls 2.
- Tab. 4.2. The same as Tab. 4.1. for puls 3.
- Tab. 4.3. The same as Tab. 4.2. for puls 4.
- Tab. 4.4. Theoretical group velocity calculation of particular inversely dispersed wave trains for puls 2, puls 3 and puls 4, respectively.
- Tab. 4.5. Theoretical group velocity calculation of particular normally dispersed wave trains for puls 4.
- Tab. 4.6. Group velocity dispersion characteristics for puls 2.
- Tab. 4.7. The same as Tab. 4.6. for puls 3.
- Tab. 4.8. The same as Tab. 4.7. for puls 4.