

Dušan Čurčija, Marian Buršak, Jiri Kliber

ISSN 0350-350X

GOMABN 50, 2, 111- 136

Izvorni znanstveni rad / Original Scientific Paper

UDK 621.891.27.001.572.001.575 : 621.771.8/.23 : 621.891.275 : 519.21 : 517.52

MODELIRANJE MAZIVOGA SLOJA KOD DRESIRANJA TRAKE S UTJECajem HRAPAVOSTI POVRŠINA

Sažetak

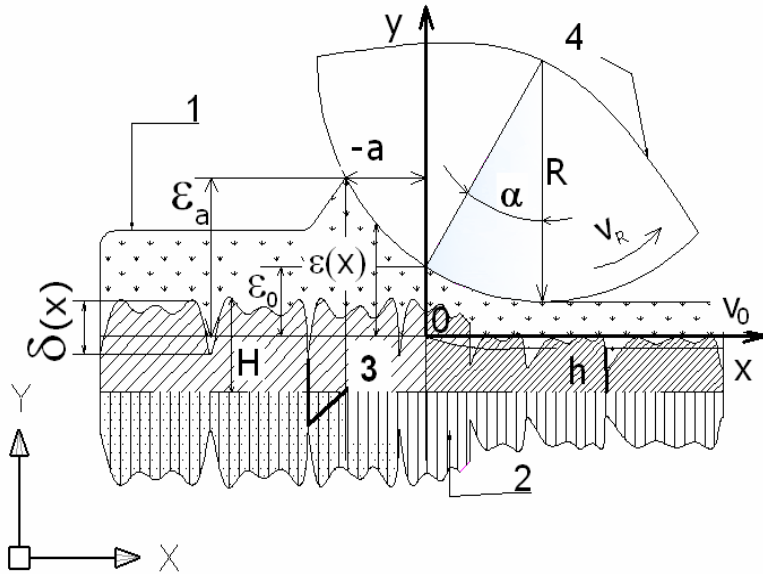
Analizira se utjecaj poprečne hrapavosti trake na procese dresiranja s mazivima. Analiza polazi od Reynoldsove diferencijalne jednadžbe za podmazivanje u koju je ugrađena poprečna hrapavost trake. U proračunu se uzima u obzir i visina maziva na traci te njezin utjecaj na visinu maziva na ulaznom presjeku zone deformacije. Istraživanja su pokazala da poprečna hrapavost ima dvojak utjecaj na visinu maziva na ulaznome presjeku zone deformacije. Za malu hrapavost trake visina mazivoga sloja ima tendenciju laganoga opadanja u odnosu na nominalnu visinu (kada se proces opisuje glatkoćom površina) da bi dalje s porastom hrapavosti debljina mazivoga sloja rasla. Pod nominalnom visinom maziva smatra se slučaj prijelaza konkavne plohe u konveksnu koja djeluje prividno ravnom kao da se proces opisuje glatkoćom površina. Izvršeno je i modeliranje mazivoga sloja za slučaj trenja nedovoljno ovlaženih površina. Okosnicu analize nosila je numerička metoda Monte-Carlo, a izvedeno je i približno analitičko rješenje koje je u usporedbi s numeričkom metodom dalo dobru podudarnost. Ova teorijska istraživanja mogu pojasniti neke pojave podmazivanja u plastičnoj deformaciji metala i činjenicu da oblik hrapavosti trake određuje oblik mazivoga sloja.

1.Uvod

Matematičko modeliranje [1-3] danas se snažno razvija u metalurgiji. Ono je specifično u području plastične deformacije metala. Polazi se od Reynoldsove diferencijalne jednadžbe za podmazivanje s glatkim površinama [4-5], gdje gradijent tlaka uzduž osi x glasi:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu(v_0 + v_R)}{\varepsilon^2(x)} - \frac{12\mu Q}{\varepsilon^3(x)} \quad (1)$$

Ovdje je: μ - dinamička viskoznost maziva pri tlaku p , v_0 - brzina gibanja trake, v_R - brzina valjanja, Q - volumna potrošnja maziva po perimetru.



Slika 1: Opis modela tribomehaničkoga sustava:

- 1 - mazivi sloj; $\varepsilon(x)$ - nominalna visina kada se proces opisuje glatkoćom površina,
 2 - traka - u procesima dresiranja ima mali zahvatni kut α ;
 3 - poprečna hrapavost trake; $\delta(x)$ - slučajna visina uvjetovana hrapavošću trake;
 dp/dx - gradijent tlaka, x, y - koordinate Decartesovog sustava; H i h - visina trake prije i poslije deformacije,
 4 - valjak - opisuje se glatkoćom površina, daje mu se hrapavost na slikama 8, 9 i 10, visina maziva na traci je ε_a , i R je radijus (polumjer) valjka.

Geometriju kontakta maziva [8,9,10] opisuje izraz:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + R \left[\cos \alpha - \sqrt{1 - \left(\sin \alpha - \frac{x}{R} \right)^2} \right] \quad (2)$$

koji se može razviti u Mac-Laurinov red:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 - \alpha x + \frac{x^2}{2R} - \frac{\alpha x^3}{2R^2} + \frac{x^4}{8R^3} \quad (3)$$

Dužinu mazivoga klina daje izraz:

$$a = R \left[\sqrt{1 - \left(\cos \alpha - \frac{\varepsilon_a}{R} + \frac{\varepsilon_0}{R} \right)^2} - \sin \alpha \right] \quad (4)$$

Visinu maziva uz hrapavost površine daje izraz:

$$\langle \varepsilon(x_0) \rangle = \varepsilon(x) + \delta(x) \quad (5)$$

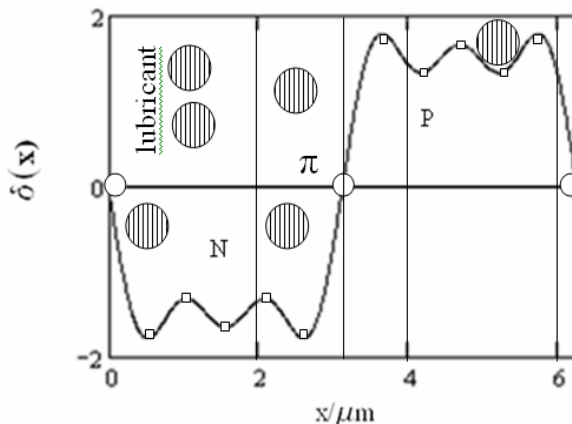
Ovdje je uključena dvojak hrapavost: $\delta(x)$ - slučajna visina uvjetovana hrapavošću trake i valjaka. Poprečna hrapavost trake koja se pokorava Gaussovom zakonu raspodjele prevodi diferencijalnu jednadžbu (1) u novi oblik:

$$\left\langle \frac{dp}{dx_0} \right\rangle = 6\mu(v_0 + v_R) \left[\left\langle \frac{1}{\varepsilon^2(x_0)} \right\rangle - \frac{\left\langle \frac{1}{\varepsilon^2} \right\rangle \left\langle \frac{1}{\varepsilon^3} \right\rangle}{\left\langle \frac{1}{\varepsilon^3} \right\rangle} \right] \quad (6)$$

Ovdje je $\langle \rangle$ operator matematičke nade. U teorijskom pristupu uzeta je sljedeća aproksimacija za slučajnu hrapavost:

$$\delta(x) = \frac{4}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x \right) R_z \quad (7)$$

gdje je R_z oznaka hrapavosti površina, $R_z \sim 6 \times \delta$ po GOST-u 2789-73. Taj se grafikon daje na slici 2. To je zapravo razvoj kvadratnoga profila do trećega člana u Fourierov red. Ovdje N i P predstavljaju pozitivno i negativno krilo hrapavosti trake u odnosu na nultu liniju, kada se proces opisuje glatkoćom površina.



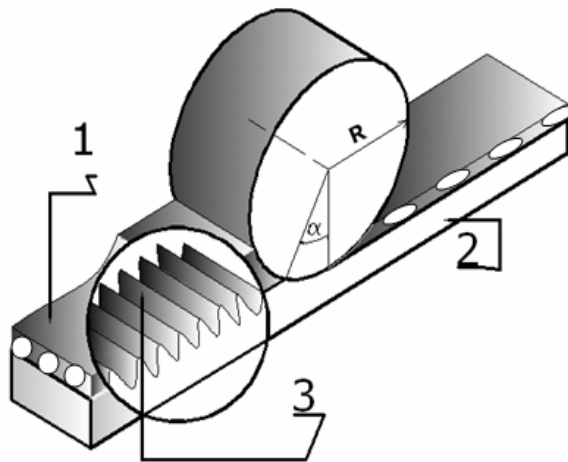
Slika 2: Profil hrapavosti trake (0-2 π)

2. Analiza pozitivnoga krila $[\pi-2\pi]$ u odnosu na glatke valjke

U analizi diferencijalne jednadžbe (6) uvodi se sljedeći moderator:

$$\frac{\varepsilon_0 [\varepsilon_0^2 + 3(\delta(x))]^2 (\pm p)}{\varepsilon_0^2 + 6[\delta(x)p]^2} \quad (8)$$

Ovdje je p razred hrapavosti trake (0-10) uzduž profila hrapavosti prikazanog na slici 2 $[0-2\pi]$, dok je ε_0 visina maziva na ulaznome presjeku zone deformacije trake. Analiza će biti prikazana u dva koraka. U prvome pristupu analizira se pozitivno krilo hrapavosti na slici 2 od $[\pi-2\pi]$, dok se u drugom pristupu analizira noseći profil hrapavosti od $[0-2\pi]$. Ovakvi pristupi su rijetki u literaturi, jer analize teku uglavnom preko izotropne [11-15] homogene hrapavosti trake predstavljene na slici 3 ili preko glatkih površina. Rješenja diferencijalne jednadžbe bit će usmjerena ka proračunu visine mazivoga sloja na ulaznom presjeku zone deformacije ε_0 , na slici 1 i za glatke površine i za hrapave površine na slici 8.

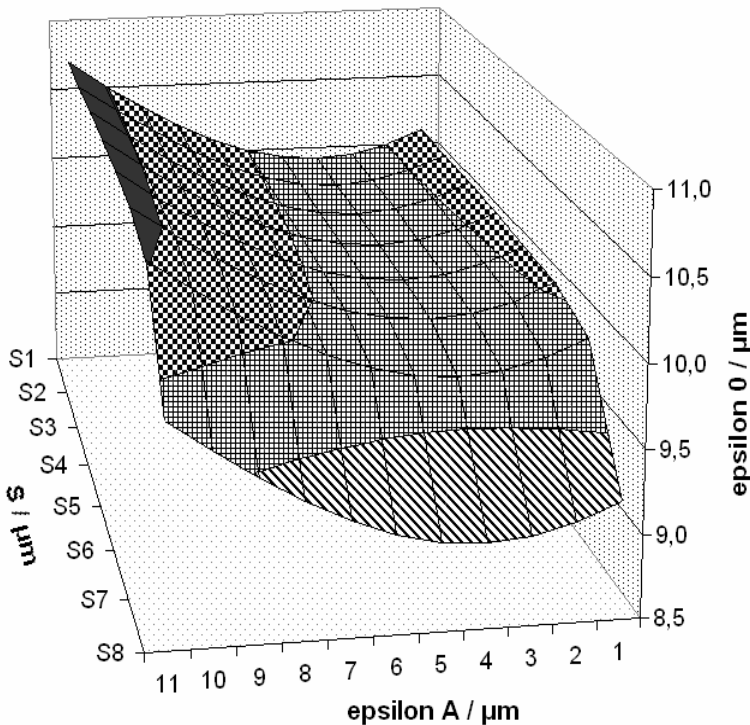


Slika 3: Homogena izotropna hrapavost trake (3); traka koja se dresira (2) sa zahvatnim kutem α ; mazivi sloj (1) i valjak radijusa R

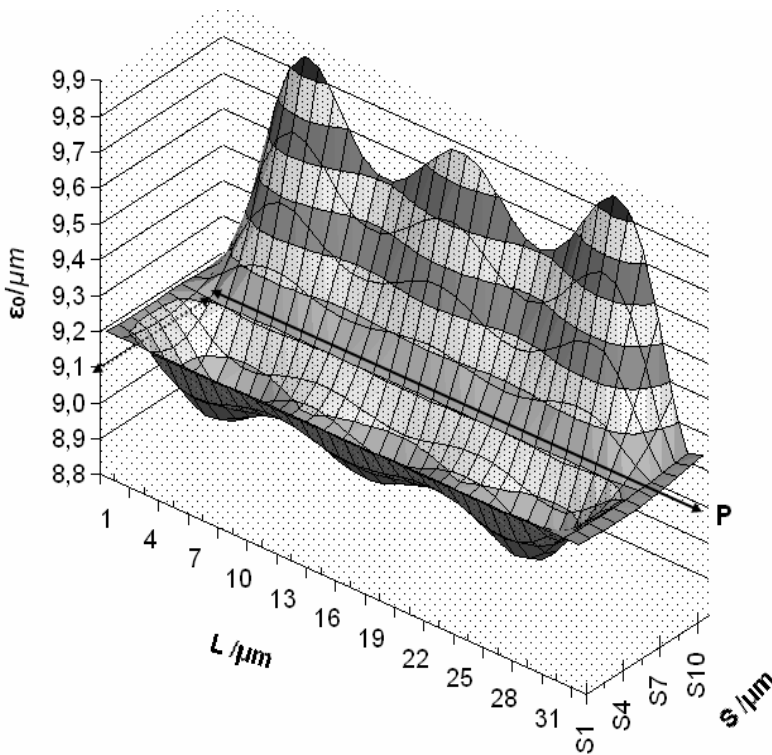
Metodom Monte-Carlo rješavana je diferencijalna jednadžba (6) u programima Mathematica i MAT-LAB. Uvjeti za primjer daju se u tablici 1. Rezultati izračunavanja po tablici 1 bit će predstavljeni u nizu slikovitih prikaza. Analize su pokazale da pozitivno krilo hrapavosti trake uvijek u pravilu uvlači manje maziva na ulazni presjek zone deformacije metala od negativnoga krila hrapavosti. Drugim riječima proračunati mazivi sloj na pozitivnom krilu hrapavosti uvijek je manji od proračunatoga sloja na profilu $[0-\pi]$ na slici 2.

Tablica 1: Uobičajene karakteristike maziva za teorijska izračunavanja

Parametar	Vrijednost	Jedinica
γ - piezokoeffcijent viskoznosti maziva	$2,18 \times 10^{-7}$	Pa^{-1}
p_0 - tlak valjanja	20×10^6	Pa
v_R - obodna brzina gibanja valjaka	10	m s^{-1}
v_0 - brzina trake	6	m s^{-1}
R - radijus valjaka	0,35 - 0,25	m
μ_0 - dinamička viskoznost maziva	0,024 - 0,048	Pa s
$\mu = \mu_0 \exp(\gamma \times p_0)$		
α - kut zahvata	0-0,02	rad
$\varepsilon_A, \varepsilon_a$ - visina maziva na traci	0,001- 0,0001	m
A - tehnološki parametar	1965512 - 3934525	m^{-1}
$R_z \approx 6 \times \delta$	1 - 10	μm
S - razredi hrapavosti	0 - 10	μm
L - noseći profil hrapavosti	0 - 2π	μm

Slika 4: Utjecaj ε_A na ε_0 u funkciji hrapavosti u μm , s razredima od (0-10) μm

Na slici 4 prikazan je utjecaj ε_A na ε_0 u funkciji hrapavosti. Ovdje je ε_A u granicama 0,001 - 0,0001 m; p u granicama (0,0 - 10) μm incrementa 2; $R_z = 10 \mu\text{m}$, ε_0 u granicama (9 - 10,8) μm , kut $\alpha = 0,02$ rad. Temeljni je zaključak da opadanjem visine maziva na traci opada i visina maziva na ulaznome presjeku zone deformacije, ali nejednoliko po razredima hrapavosti. Slika 5 daje 3D prikaz mazivoga sloja koji je modeliran preko diferencijalne jednadžbe (6) na aplikati; apscisa sadrži 10 razreda hrapavosti (0-10) μm ne uzimajući u obzir i hrapavost kada $R_z \rightarrow 0$. Ordinata sadrži 32 klase razreda po formuli (7). S markerom P ukazano je na prividni pravac 6 klase hrapavosti preko kojega se konkavnost mazivoga sloja preslikava u konveksnost.



Slika 5: 3D-prikaz mazivoga sloja

Slika 5 ujedno pokazuje da mazivi sloj ima tendenciju laganoga opadanja porastom poprečne hrapavosti trake (dubina koša pada). Nakon trećega razreda hrapavosti mazivi sloj počinje rasti približavajući se nominalnome sloju P . Ova pojava je zapravo sinergetički vezana s drugim krilom hrapavosti trake, to jest negativnim krilom hrapavosti po slici 2 na apscisi od $[0-\pi]$, koji ima tendenciju napajanja i

nauljavanja mazivom pozitivnoga krila hrapavosti. Pri tome je L noseći profil hrapavosti u području $[0-a]$ slike 1, dok je S razred hrapavosti $[0-10]$ μm . Diferencijalna jednadžba (6) ima približno analitičko rješenje u prvoj aproksimaciji:

$$315 AR^3\alpha^7 - 168 R^2\alpha^4 - 1824 \delta^2 = 0 ; \varepsilon_0 = 0,5 R \alpha^2 \dots \quad (9)$$

$$A = \frac{1 - \exp(-\gamma \times p_0)}{6 \mu \gamma (v_0 + v_R)} \quad (10)$$

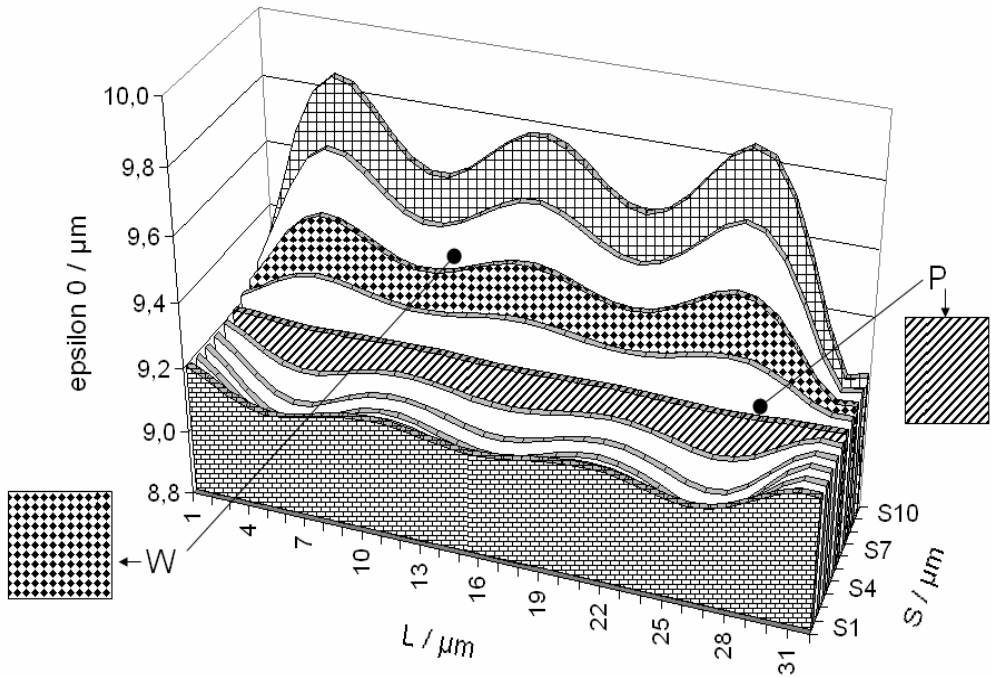
Ovdje je: γ -piezokoeficijent viskoznosti maziva, \exp - baza prirodnoga logaritma, p_0 je tlak valjaka, A - tehnološki parametar. Približno rješenje provjeravano je na markeru P slike 5. U tablici 2 dane su izračunate vrijednosti. Vidljiva je dobra podudarnost numeričke metode i približnoga analitičkoga rješenja.

Tablica 2: Usporedba numeričke metode Monte-Carlo i približnoga analitičkoga rješenja jednadžbi (9) i (10) u ishodišnom profilu ($x = 0$)

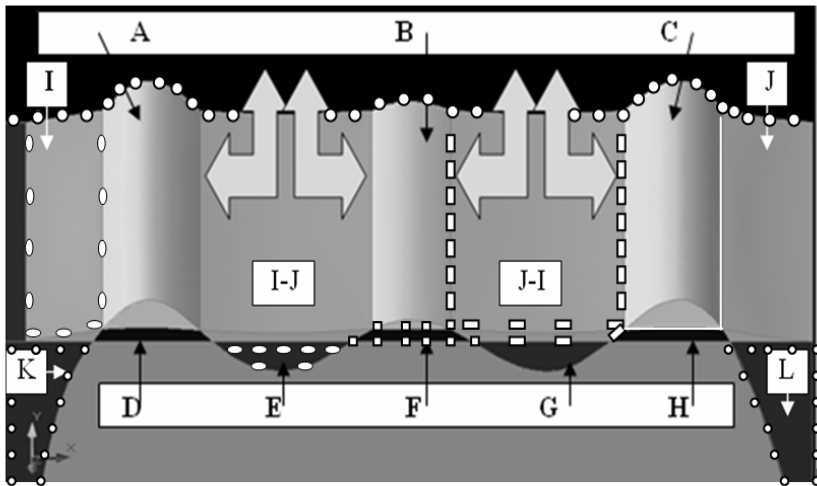
Uvjeti primjera	Približno analitičko rješenje (9)	Metoda Monte-Carlo, dif. jed. (6)
$x = 0$ $R_z = 1 \mu\text{m}$ $R_z \approx 6 \delta$ $A = 1965512 \text{ m}^{-1}$ $R = 0,35 \text{ m}$	$\varepsilon_a = 0,001 \text{ m}$ $\varepsilon_0 = 14,771 \mu\text{m}$	$\varepsilon_a = 0,001 \text{ m}$ $\varepsilon_0 = 14,772 \mu\text{m}$
$\alpha = 0,00918759 \text{ rad}$		
$x = 0$ $R_z = 10 \mu\text{m}$ $R_z \approx 6 \delta$ $A = 1965512 \text{ m}^{-1}$ $R = 0,35 \text{ m}$	$\varepsilon_a = 0,001 \text{ m}$ $\varepsilon_0 = 15,092 \mu\text{m}$	$\varepsilon_a = 0,001 \text{ m}$ $\varepsilon_0 = 15,077 \mu\text{m}$
$\alpha = 0,0092867 \text{ rad}$		
$x = 0$ $R_z = 10 \mu\text{m}$ $R_z \approx 6 \delta$ $A = 3934525 \text{ m}^{-1}$ $R = 0,25 \text{ m}$	$\varepsilon_a = 0,001 \text{ m}$ $\varepsilon_0 = 8,838 \mu\text{m}$	$\varepsilon_a = 0,001 \text{ m}$ $\varepsilon_0 = 8,755 \mu\text{m}$
$\alpha = 0,00840867 \text{ rad}$		

Na slici 6 dan je histogramski 3D-prikaz rezultata modeliranja mazivoga sloja za uvjete dane u tablici 1. Marker W predstavlja 8 razred hrapavosti, dopunski obilježen kuglicama. Po tome razredu hrapavosti daje se modeliranje mazivoga sloja na slici 7. Pri tome je L noseći profil hrapavosti u području $[0-a]$ slike 1. Modeliranje je izvršeno u AutoCAD-u po rješenjima diferencijalne jednadžbe (6) i uvjetima danim u tablici 1. Pri tome je volumna potrošnja maziva u diferencijalnoj jednadžbi (1):

$$Q = \frac{1}{2}(v_0 + v_R) \quad (11)$$



Slika 6: Histogramski 3D-prikaz rezultata modeliranja mazivoga sloja



Slika 7: Modelirani sloj maziva po markeru W sa slike 6

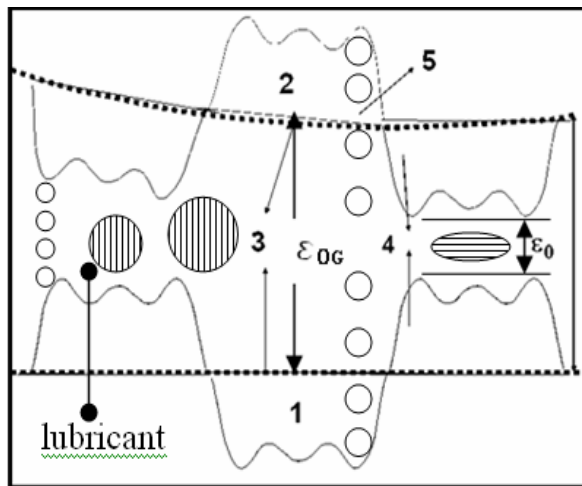
Oznake na slici 7 predstavljaju: 1 - čvrsto stanje hrapavosti trake (A, B, C), nepodmazano ili poluvlažno; 2 - inertni mazivi sloj (K, L), mazivi sloj bez sinergetičkoga efekta i utjecaja moderatora po jednadžbi (8); 3 - nemoguć fizički pristup maziva (D, F, H); 4 - efekt poprečne hrapavosti trake, to jest povećanje mazivoga sloja (I-J, J-I) utjecajem moderatora; 5 - nominalna visina mazivoga sloja po pravcu P na slikama 5 i 6 (E, G). Kako je modeliranje izvršeno u području trenja nedovoljno ovlaženih površina, to je i efekt poprečne hrapavosti na mazivi sloj manji (I, J). Potrebno je naglasiti da bi efekt hrapavosti na slici 7 bio veći kada bi mu se pridružila i uzdužna hrapavost valjaka.

3. Analiza cijeloga krila $[0-2\pi]$ u odnosu na hrapave valjke

U daljnjoj analizi valjcima se dodaje uzdužna hrapavost i proračunava se mazivi sloj na cijelom teorijskom profilu po slici 2. Pri tome je uzeto da nema faznoga pomaka između hrapavosti trake i valjaka, a kako kutovi zahvata teže nuli, nije potrebno uzimanje u obzir Gauss-Kriggerovih korekcija. Izraz (5) prelazi u oblik:

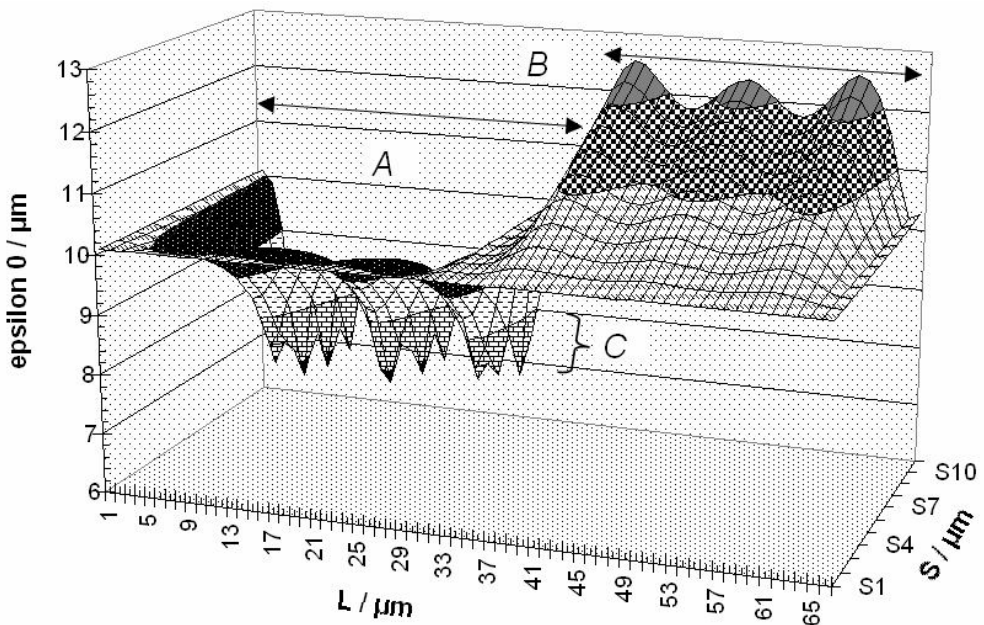
$$\langle \varepsilon(x_0) \rangle = \varepsilon(x) + \delta(x_1) + \delta(x_2) \quad (12)$$

što znači da se izrazu (3) dodaje slučajna hrapavost valjaka $\delta(x_1)$ i trake $\delta(x_2)$. Njihov međusobni položaj ilustrira slika 8.



Slika 8: Dresiranje s hrapavosti valjaka (uzdužno) i trake (poprečno):
 1 - traka, 2 - valjak, 3 - referentne linije ($R_z \rightarrow 0$), $\varepsilon(x)$ predstavljen je formulom (3),
 4 - pozitivna krila hrapavosti, 5 - negativno krilo hrapavosti valjka, analogno trake,
 ε_{0G} - računata visina maziva (nominalna),
 ε_0 - računata visina maziva s dualnom hrapavosti

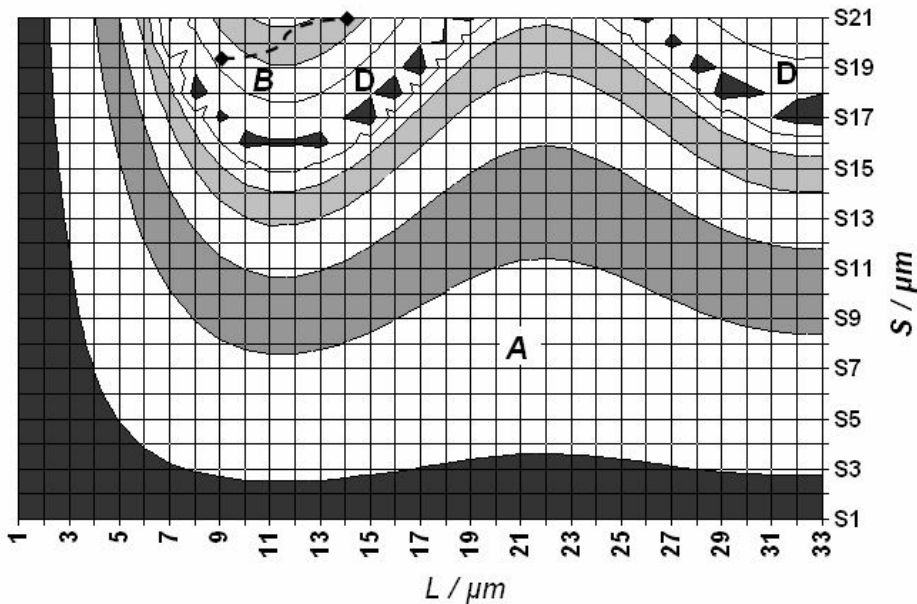
Rezultate izračunavanja diferencijalne jednadžbe (6) za slučaj slike 8 prikazuje slika 9, gdje je: *A* - pozitivna krila hrapavosti (na slici 8 markeri 4), *B* - negativna krila hrapavosti (na slici 8 markeri 1 i 5), *C* - područje amornoga mazivoga sloja, *L* - dužina nosećega profila trake, *S* - razredi hrapavosti trake od (0 - 10) μm . U području *A* porastom hrapavosti površina otežava se dotok maziva na ulazni presjek zone deformacije, dok u području *B* negativno krilo ima sposobnost akumulacije maziva i na taj način povećava visinu mazivoga sloja (ε_0) na ulaznome presjeku zone deformacije. Amorfni sloj maziva u području *C* javlja se pri visokoj hrapavosti trake i valjaka kada su narušeni i zakoni graničnoga podmazivanja i to ukazuje na plastično stanje površinske hrapavosti trake. Pojašnjenje je prikazano na slici 10.



Slika 9: Proračun mazivoga sloja s poprečnom hrapavosti trake i uzdužnom hrapavosti valjaka

Narušen homogeni mazivi sloj jasno je vidljiv u domeni *B* pruge (markeri D), gdje kontinuirani mazivi sloj postaje isprekidan u otočnome ("island") prikazu (marker C na slici 9). Površinsko stanje trake koje je na ulaznome presjeku zone deformacije u plastičnome stanju, dovelo je do amornoga mazivoga sloja unutar *B* pruge na slici 10. Marker *A* predstavlja stabilno podmazivanje. Razredi hrapavosti *S*, ovdje idu od [0-20] μm , kako bi teorijskim pristupom dokazali postojanje amornog mazivoga sloja, i nagovijestili da je još moguće formiranje otočnih mazivih slojeva (iznad markera *B*), za $L = 9-14 \mu\text{m}$, koji se pojavljuju pri razredima hrapavosti $S = 19 - 21$,

kao mini domene. Ako bismo tražili teorijsko pojašnjenje ovoga efekta u praktičnom tehnološkom procesu valjanja, najbliži komparator bi bio *efekt stlačenog zagora* u površinski sloj valjanoga metala. Amorfni mazivi sloj mogao bi kroz svoj oblik pružiti informacije o procesu podmazivanja, kada su podmazivane površine u plastičnom stanju, tretirane klasičnim industrijskim mazivima ili emulzijama.



Slika 10: Konturni prikaz pozitivnih krila hrapavosti u domenu apscise, $L = [0-\pi]$ sa slike 9 uz područje A

Numeričke metode rješavanja Reynoldsove diferencijalne jednadžbe u ovoj tematici prisutne su u radovima [16-19] kao i metode kompjuterske obrade hrapavosti površina [20] uvođenjem moderatora sličnih moderatoru danom jednadžbom (8), s nejasnijom teorijskom podlogom. Naime, moderator dan jednadžbom (8) ima jezgru u Gaussovoj raspodjeli.

4. Zaključak

Uvedeni moderator (jednadžba (8)) u diferencijalnu jednadžbu (6) pokrenuo je analizu nominalnoga sloja maziva koji je obilježen markerom P na slikama 5 i 6. Preko nominalnoga sloja vrši se preslikavanje konkavnoga oblika u konveksni oblik pri čemu je pokazano da mazivi sloj s poprečnom hrapavosti trake, može rasti i opadati. To se posebno odnosi na pozitivno krilo hrapavosti trake.

Za slučaj poprečne hrapavosti trake i uzdužne hrapavosti valjaka otkriven je amorfni mazivi sloj u području trenja nedovoljno ovlaženih površina uz prisutnost plastične deformacije površina metala koje se podmazuju. Analiza ovoga sloja mogla bi dati informacije o mehanizmu plastične deformacije u površinskom sloju metala, za iznimno male kutove zahvata.

Približna analitička rješenja u usporedbi s numeričkom metodom daju dobru podudarnost na neutralnoj liniji hrapavosti (marker 3 na slici 8) i predstavljaju kontrolu Monte-Karlo metode.

Literatura

1. A. I. Gubin, B. B. Veselovskiy, D. Čurčija, A. A. Kochubey, *Metalurgija*, 47 (2008) 3, 255.
2. I. V. Brazaluk, O. O. Kochubey, D. Čurčija, M. V. Polyakov, D. V. Yevdokymov, *Metalurgija* 47 (2008) 3, 256.
3. D. Čurčija, I. Mamuzić, *Materiali in Tehnologije* 43 (2009) 1, 23-30.
4. D. Čurčija, I. Mamuzić, *Goriva i maziva* 48 (2009) 1, 3-28.
5. D. Čurčija, I. Mamuzić, *Materiali in Tehnologije* 42 (2008) 2, 59-63.
6. D. Čurčija, I. Mamuzić, *Metalurgija* 44 (2005) 4, 295-300.
7. O. P. Maksimenko, N. P. Podberezniij, *Izvestija černaia metallurgija*, 73 (2003) 10, 12-16.
8. O. P. Maksimenko, A. A. Semenča, *Sučasni problemi metalurgii* 8 (2005) 99-103.
9. O. P. Maksimenko, O. E. Lejko, *Sučasni problemi metalurgii* 8 (2005) 93-99.
10. P. I. Klimenko, *Sučasni problemi metalurgii* 8 (2005) 44-49.
11. S. M. Ionov, V. I. Kantorovič, S. A. Šepovalov, A. N. Krjukov, *Sučasni problemi metalurgii* 8 (2005) 224-228.
12. D. M. Me, S. P. Liu, J. F. Zheng, *Met. Form. Technol.* 20 (2002) 5, 29-32.
13. Y. T. Keun, B. H. Lee, R. H. Wagner, *Journal of Materials Processing Technology* 130 (2002) 60-63.
14. D. Čurčija, I. Mamuzić, *Goriva i maziva* 46 (2007) 1, 23-44.
15. D. Čurčija, I. Mamuzić, M. Buršak, Modeliranje mazivoga sloja kod dresiranja trake, 14th International Conference MATRIB'09, Proceedings (editor K. Grilec) Korčula, 2009.
16. W. Huang, D. B. Body, A. L. Garacia, *Physics of Fluids* 9 (1997) 6, 1764-1769.
17. R. Boman, J.-P. Ponthot, *Journal of Materials Processing Technology*, 130 (2002) 405-411.
18. M. R. Jensen, L. Olovsson, J. Danckert, *Journal of Materials Processing Technology* 128 (2000) 74-79.
19. P. Heyer, *Lubrication Science* 21 (2009) 7, 253-268.
20. D. Ahn, H. Kim, S. Lee, *Journal of Materials Processing Technology*, 209 (2009) 664-671

UDK	ključne riječi	key words
621.891.27	stanje mazivog sloja	condition of lubricating layer
.001.572	gledište ispitivanja na teorijskom modelu	theoretical model investigation viewpoint
.001.575	ledgište ispitivanja na materijalnom modelu	real model investigation viewpoint
621.771.8	dresiranje traka	strip dressing
621.771.23	valjanje limova	plate rolling
62-408.66	hrapavost površine	roughness of surface
621.891.275	Reynoldsova diferencijalna jednačba	Reynolds' differential equation
519.21	Monte-Carlo metoda	Monte-Carlo method
517.52	Fourierovi redovi	Fourier series

Autori

Dušan Čurčija, Hrvatsko metalurško društvo, Zagreb; e-mail: plutonijanac21@net.hr
 Marian Buršak, Tehnical Univerziteti of Košice, Slovakia
 Jiri Kliber, Tehnical Univerziteti of Ostrava, Czech Republic

Primljeno

9.9.2009.

Prihvaćeno

30.3.2011.