

STATISTIČKA ANALIZA SUŠNIH I KIŠNIH RAZDOBLJA
PRIMJENOM MODELA MARKOVLJEVIH LANACA

V. JURČEC

J. JURAS

THE STATISTICAL ANALYSIS OF DRY AND WET SPELLS BY THE
APPLICATION OF MARKOV CHAIN PROBABILITY MODEL

V. JURČEC

J. JURAS

SAŽETAK

Primjenom statističkog modela Markovljevih lanaca određene su teoretske čestine sušnih i kišnih razdoblja, povratni periodi sušnih razdoblja i koeficijenti perzistencije u gornjem slivu rijeke Save za sve mjesece razdoblja 1947-71. Rezultati pokazuju da se najveće čestine sušnih razdoblja, kao i najveća perzistencija, javljaju za vrijeme hladnog doba godine i na većim visinama. Dana je usporedba rezultata sa dugogodišnjim nizom za Zagreb-Grič (1862-1971), i sa raspodjelom perzistencije za cijelo područje Jugoslavije.

ABSTRACT

The statistical Markov chain probability model has been applied for the estimation of theoretical frequencies of dry and wet spells, return periods of dry spells, and the coefficients of persistence for each month during the period 1947-71 in the upper part of the Sava river basin. The results show that the highest frequencies of dry spells, and the largest persistence occur during the cold season of the year, at the higher altitude stations. Comparison has been made with the long term records at Zagreb-Grič (1862-1971), and the distribution of persistence for the entire area of Yugoslavia.

1. UVOD

1.1 Problematika

Od svih dijelova hidrološkog ciklusa danas je daleko najpoznatiji režim oborina. Na području naše zemlje postoji dobra mreža kišomjernih stanica, koja zadovoljava svojom gustom, dok s obzirom na dužinu razdoblja stalnih mjerenja, te s obzirom na točnost mjerenja zadovoljava u nešto manjoj mjeri. Podaci o režimu oborina u Jugoslaviji djelomice su već publicirani u kartografskom obliku u "Atlasu klime Jugoslavije". Međutim, za potpuno poznavanje režima oborina nije dovoljno poznavanje samo prosječnih vrijednosti čestina i količina oborina, već je nužno poznavati i promjenljivost tih veličina. Poznavanje promjenljivosti režima oborina na području naše zemlje je danas još sasvim nedovoljno. Pod promjenljivošću režima oborina ovdje se ne misli toliko na sekularna kolebanja klime, već prvenstveno na kolebanja stvarnih vrijednosti oko srednje vrijednosti. Poznavanje tih kolebanja nam pokazuje koliko se pouzdanošću možemo osloniti na srednju (normalnu) vrijednost.

Odredjivanje promjenljivosti parametara režima oborina iz empiričkih podataka kraćeg niza mjerenja (10-30 godina), s pretpostavkom da su ta odstupanja normalno raspodjeljena, dat će nam tek prvu približnu procjenu promjenljivosti. Ako tako dobivene parametre promjenljivosti upotrijebimo za procjenu vjerojatnosti pojave ekstremno sušnih ili kišnih razdoblja, naša zaključivanja mogu biti sasvim pogrešna. Teškoće koje se javljaju kod statističkih ispitivanja režima oborina posljedica su činjenice da pojava oborine, unutar razdoblja od na primjer jednog dana, nije sasvim nezavisna veličina u statističkom smislu. Empirički podaci pokazuju da kišni i suhi dani unutar nekog razdoblja nisu raspodijeljeni kao slučajni događaji, već postoji izrazita tendencija grupiranja tih dana u kišne odnosno sušne periode. Ova tendencija grupiranja nije uvijek jednako izražena. Zbog toga se na osnovu poznavanja samo čestina oborina ne mogu stvarati nikakvi zaključci o čestinama dužih sušnih perioda. Ovaj problem se u klimatološkoj praksi rješava na taj način da su na osnovu meteoroloških motrenja odredjivane čestine dužih sušnih razdoblja (SHMZ [13]). Tako dobiveni empirički podaci poslužili su za stvaranje određenih zaključaka na toj problematici.

U posljednje vrijeme statistička ispitivanja problema suše krenula su novim putevima. Sušna, kao i kišna razdoblja se odredjuju statističkim modelima vjerojatnosti, koji su bazirani na podacima oborina iz dužeg vremenskog razdoblja. Longley

[12] je u studiji kišnih i sušnih razdoblja demonstrirao sezonske promjene vjerojatnosti. Međutim, on navodi da se te promjene mnogo ne mijenjaju s duljinom raspoloživog perioda i predlaže da se približno točne vrijednosti mogu dobiti čak sa nizom manjim od 30 godina. Cook [3] ispitujući 50-godišnji niz oborine za Moncton, je također pokazao da postoje definitivno sezonske varijacije za svaki tip (kišnog i sušnog) niza.

S obzirom da pojavu kiše u nekom danu ne možemo smatrati slučajnim događajem u statističkom smislu, najjednostavnije je pretpostaviti da pojava oborine u nekom danu zavisi o tome, i samo o tome, da li je prethodnog dana bilo oborine. Drugim riječima, pretpostavljamo da buduće stanje atmosfere (s obzirom na oborinu) zavisi o tome, i samo o tome, u kakvom se stanju atmosfera momentalno nalazi, a ne o načinu na koji je ona došla u to stanje, što znači, da ne zavisi o povijesti njenog razvoja.

Ova vrlo jednostavna i logična pretpostavka, koja vrijedi za većinu procesa u atmosferi, omogućuje da na te pojave primijenimo statistički model Markovljevih lanaca (nazvan po ruskom matematičaru A.A. Markovu). Primjenu ovog modela u meteorologiji predložili su Brocks i Carruthers [1], ali je tek u posljednjih desetak godina ova primjena našla mjesto u meteorološkoj praksi. Gabriel i Neumann [6] su razmatrali niz kišnih razdoblja u Tel Avivu i pokazali da se primjenom modela Markovljevih lanaca može vrlo dobro aproksimirati empiričke nizove ovih razdoblja, a uz to se model može korisno upotrijebiti i za studiju različitih parametara koji opisuju oborinski režim nekog mjesta. Weiss [15] je primjenom tog modela potvrdio ranija istraživanja o sezonskim varijacijama vjerojatnosti na kojima se model bazira. Chatfield [2] je za razmatranja sušnih razdoblja uveo različitu definiciju nego za kišna razdoblja, pretpostavivši da vjerojatnost raste sa duljinom trajanja sušnog razdoblja, i zaključio da vjerojatnost za sušni dan ovisi o prethodnom broju uzastopnih sušnih dana. Juras [9] je prikazao raspodjelu perzistencije kišnih i sušnih razdoblja nad područjem Jugoslavije za cijelu godinu i za ljetno razdoblje na temelju čestina sušnih razdoblja u periodu 1925-1940. Jovanović i Djordjević [8] su razmatrali oborinski režim Zagreba i Vrnjačke Banje, a Tafra [14] je primjenila model Markovljevih lanaca na ispitivanje kišnih i sušnih razdoblja u Zagrebu na temelju dugogodišnjeg niza (1862-1971) za Zagreb-Grič. Jurčec [10] je prikazala rezultate primjene modela Markovljevih lanaca na analizu sušnih perioda u razdoblju 1947-71, na području gornjeg sliva rijeke Save. U ovom radu dodani su još neki detaljni analize s ovog područja, kao i detaljnija usporedba s analizom 110-godišnjeg razdoblja za opservatorij Zagreb-Grič.

1.2 Opis modela

Tekući podaci o pojavi oborine potvrđuju pretpostavku da vjerojatnost za oborinu u nekom danu u velikoj mjeri zavisi o tome da li je bilo oborina prethodnog dana. Na osnovu ove pretpostavke moguće je za statistička ispitivanja nizova kišnih i sušnih dana primijeniti statistički model homogenih Markovljevih lanaca.

Definiramo li stanje atmosfere na nekom mjestu kao kišno (K) ili sušno (S), u zavisnosti o tome da li je nekog dana bila izmjerena stanovita količina oborine, tada za primjenu modela homogenih Markovljevih lanaca, (u daljnjem tekstu Model), pored apsolutne vjerojatnosti za kišu $P(K) = p_k$, treba poznavati i kondicionalne vjerojatnosti ili vjerojatnosti prijelaza iz kišnog u sušno stanje $P(S/K) = p_{ks}$. Sa ove dvije vjerojatnosti potpuno je određen homogen model dvaju jedino mogućih stanja, kišnog i sušnog.

Definicija stanja K i S može biti vrlo različita, kako obzirom na vremenski interval (sat, dan, pentada, itd), tako i obzirom na količinu oborine u tom intervalu koja definira stanje K .

Model je zadan s dvije matrice vjerojatnosti, matricom početnih stanja (u momentu t_0), koja sadrži klasične klimatološke vjerojatnosti

$$p_i(0), i = s, k$$

$$\begin{vmatrix} P_s & P_k \end{vmatrix}$$

i matricom vjerojatnosti prijelaza koji sadrži kondicionalne ili uvjetne vjerojatnosti

$$p_{ij}(n, n+1) \quad \begin{matrix} i, j = s, k \\ n = 1, 2, \dots \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} P_{ss} & P_{sk} \\ P_{ks} & P_{kk} \end{vmatrix}$$

Ako poznajemo po jednu vjerojatnost iz svake matrice, ostale se mogu jednostavno izračunati. Kako je primjena ovog modela u meteorologiji tek novijeg datuma, za sada još nema jedinstvene metodologije za određivanje prelaznih vjerojatnosti. Postupak je u principu jednostavan.

Da bi se dobila matrica prelaznih vjerojatnosti za neki mjesec, potrebno je iz višegodišnjih mjerenja (barem 10 godina) odrediti koliko je puta u tom mjesecu bilo prijelaza iz K u S stanje prema određenoj definiciji za kišni dan. Ako je u N mjeseci broj takvih prijelaza bio N_{ks} , a ukupan broj K dana u tom razdoblju N_k , tada je tražena prelazna

vjerojatnost za sušni dan, ako je prethodni dan bio kišni, dana relacijom:

$$P(S/K) = P_{ks} = N_{ks}/N_k = N_{ks}/N \cdot p_k$$

Na isti način je prelazna vjerojatnost $P(K/S)$ za kišni dan, ako je prethodni dan bio suh, izražena kao:

$$P(K/S) = P_{sk} = N_{sk}/N_s = N_{sk}/N \cdot p_s$$

pa se prema tome može odrediti kao omjer ukupnog broja sušnih razdoblja, prema ukupnom broju sušnih dana. N je u gornjim relacijama ukupan broj dana u promatranom razdoblju. Ostale dvije prelazne vjerojatnosti se dobiju iz relacija:

$$P(S/S) = 1 - P(K/S)$$

$$P(K/S) = 1 - P(S/K)$$

Ako dva moguća stanja atmosfere S i K shvatimo kao dva jedino moguća ishoda nekog pokusa, tada možemo definirati koeficijent korelacije između dva uzastopna ishoda s relacijom:

$$r(S,S) = P(S/S) - P(S/K)$$

ili

(1)

$$r(K,K) = P(K/K) - P(K/S)$$

Može se pokazati da je:

$$r(S,S) = r(K,K)$$

Prelazne vjerojatnosti se mogu izraziti pomoću koeficijenta r i klimatološke (apsolutne) vjerojatnosti iz relacija:

$$P(K/K) = P(K) (1-r)$$

$$P(S/S) = 1 - P(K) (1-r)$$

(2)

$$P(K/S) = r + P(K) (1-r)$$

$$P(S/K) = 1 - P(K) (1-r)$$

Iz gornjih relacija možemo ocijeniti različita svojstva oborinskog režima nekog mjesta.

Vjerojatnost za kišu n -dana nakon kišnog ili suhog dana je

$$P(K_n/K_0) = P(K) + P(S) r^n$$

odnosno

$$P(K_n/S_0) = P(K) - P(K) r^n$$

Koeficijent r je mjera perzistencije, te je kao takav od velike važnosti u meteorologiji. Vremenske i prostorne promjene koeficijenta perzistencije su veoma poželjne ne samo pri procjeni varijabilnosti klimatoloških podataka, već i pri ispostavljanju neke vrste početnog nivoa pri ocjeni poboljšanja prognoze u odnosu na prognozu perzistencije [17].

Na osnovu poznavanja vrijednosti $P(K)$ i $P(K/S)$ mogu se odrediti teoretske vrijednosti čestina sušnih i kišnih razdoblja različitih duljina, kod kojih pretpostavljamo da su prelazne vjerojatnosti približno stalne vrijednosti i nezavisne o trajanju sušnih odnosno kišnih razdoblja.

Čestina sušnih razdoblja od n dana, dana je relacijom:

$$f(SR=n) = N \cdot P(S/S)^{n-1} \cdot P(K/S) \quad (3)$$

gdje je N ukupan broj sušnih razdoblja

$$N = D \cdot P(K) \cdot P(S/K)$$

a D je broj kalendarskih dana u promatranom razdoblju.

Kumulativne čestine sušnih razdoblja dužih od n dana mogu se prema tome izračunati iz relacije:

$$F(SR \geq n) = N \cdot P(S/S)^{n-1} \quad (4)$$

U gornjim izrazima SR označuje sušna razdoblja. Analogno se mogu odrediti čestine kišnih razdoblja (KR) iz relacija

$$f(KR=n) = N \cdot P(K/K)^{n-1} \cdot P(S/K) \quad (3a)$$

i

$$F(KR \geq n) = N \cdot P(K/K)^{n-1} \quad (4a)$$

Gornje raspodjele nazivamo geometrijskim raspodjelama.

2. PROCJENA ČESTINA SUŠNIH I KIŠNIH RAZDOBLJA

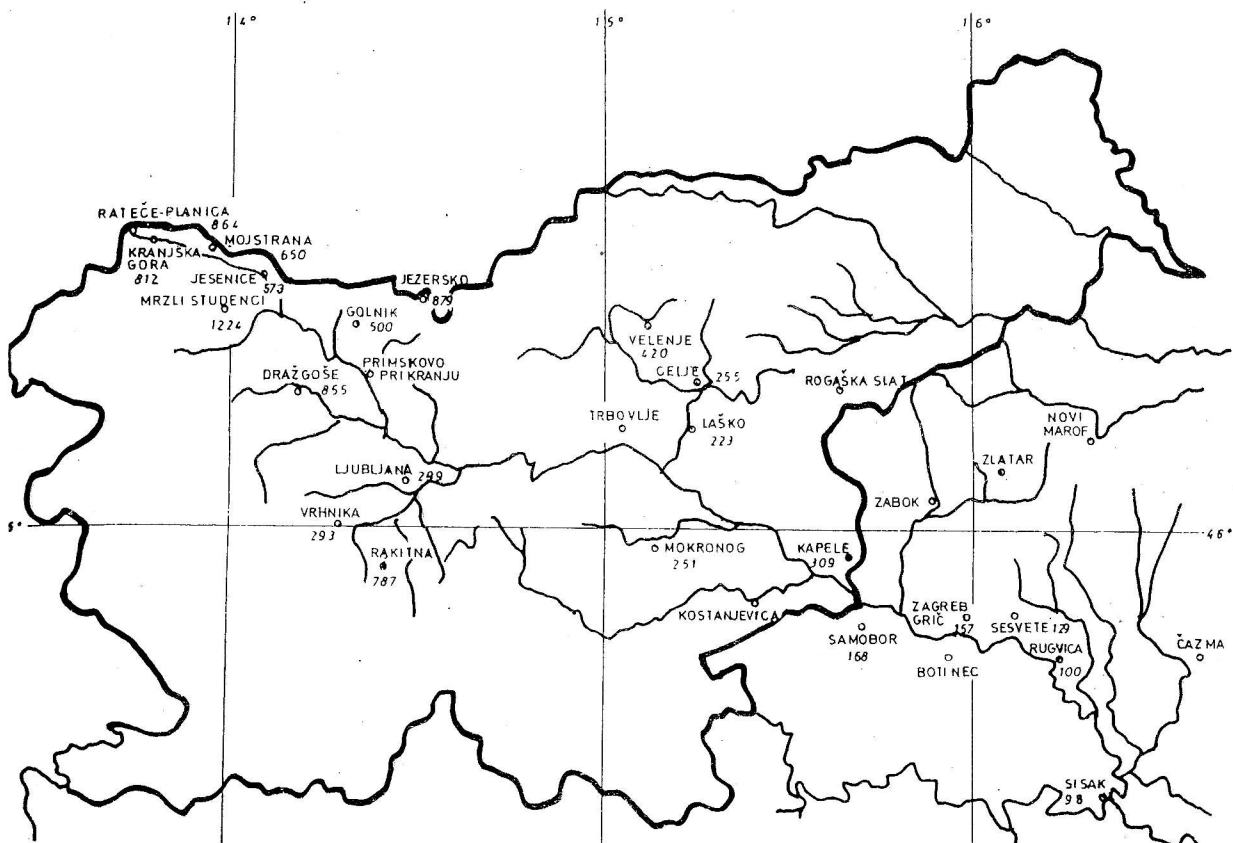
2.1 Empiričke i teoretske čestine sušnih razdoblja na području gornjeg sliva rijeke Save

Empiričke i teoretske čestine sušnih razdoblja određene su na 20 stanica na području gornjeg sliva rijeke Save (Sl. 1), od kojih je 11 imalo puni niz podataka u periodu 1947-1971. Podaci sa stanica s nepotpunim nizom korišćeni su samo djelomično.

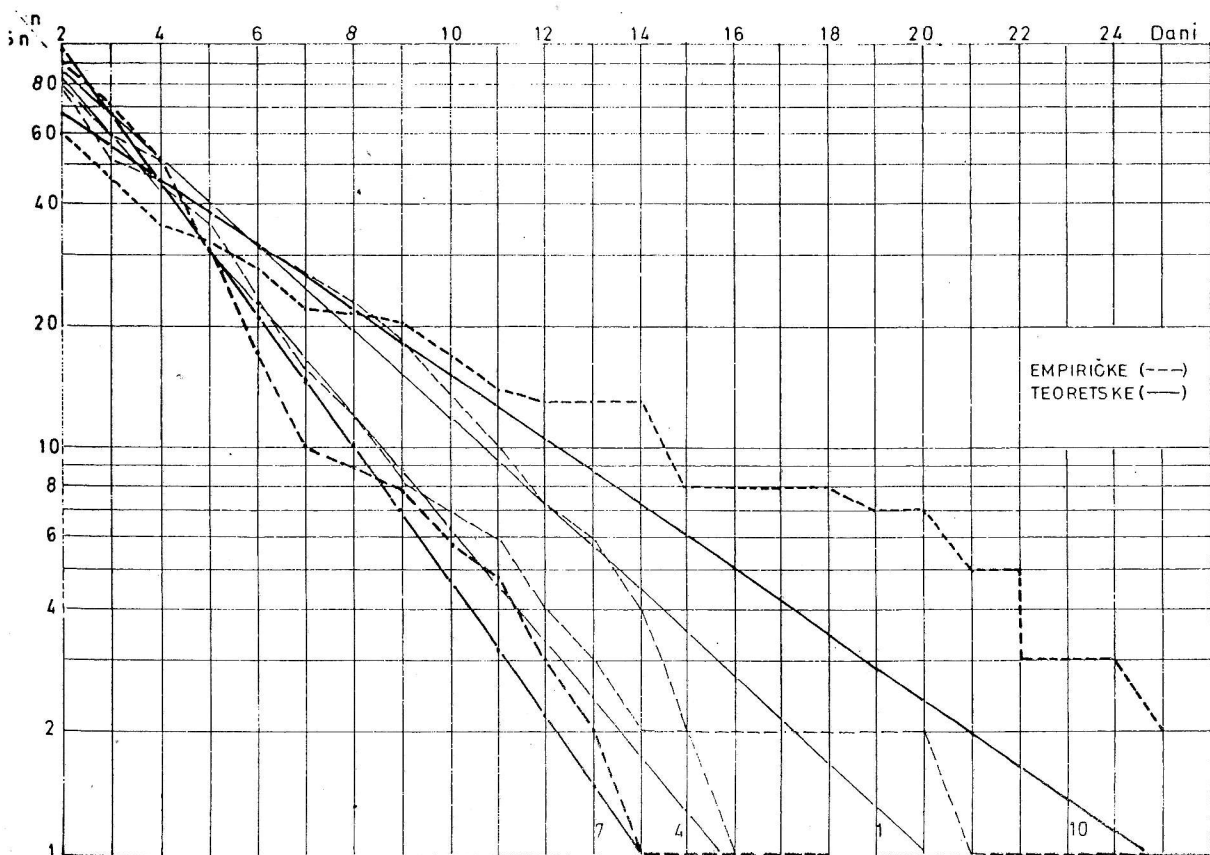
Sušno razdoblje duljine n je definirano kao niz uzastopnih suhih dana. Suhi dani su klasificirani u tri kategorije. U prvoj kategoriji kao suhi dan smatran je dan potpuno bez oborina ili s oborinom od 0,0 mm, tj. količina oborine u 24 sata bila je manja od 0,1 mm. U drugoj kategoriji suhi dan je definiran s manje od 1,0 mm, a u trećoj s manje od 5,0 mm. Sušna razdoblja su određena za svaki mjesec u godini, ali niz nije bio prekidan u prijelazu na slijedeći mjesec, a pripisan je mjesecu u kojem je započeo.

Raspodjela čestina sušnih perioda je pokazala da se dugi periodi javljaju nad cijelim područjem u hladno doba godine, dok su u toplo doba mnogo kraći, i u prvoj promatranoj kategoriji rijetko prelaze 20 dana. Najdulje sušno razdoblje u ovoj kategoriji je trajalo oko 50 dana, s maksimumom 52 dana, a započelo je u prosincu 1963. godine. U istočnijim predjelima je ovo sušno razdoblje bilo kraće, i u Zagrebu je maksimalni broj sušnih dana iznosio 31 dan. Najveće čestine duljih sušnih razdoblja se pojavljuju gotovo nad cijelim područjem u promatranom 25-godišnjem periodu u rujnu i listopadu. Naravno, čito se listopad pojavljuje kao izrazito sušni mjesec, a usporedba sa dugim nizom od 110 godina motrenja na opservatoriju Zagreb-Grič pokazuje da ovaj fenomen predstavlja izrazitu klimatsku promjenu oborinskog režima u tom periodu.

Sušna razdoblja za drugu i treću kategoriju određena su samo za pet odabranih stanica u promatranom 25-godišnjem razdoblju (Rateče-Planica, Jezersko, Ljubljana, Celje i Zagreb-Grič), te u Zagrebu za period 1862-1971. U posljednjoj kategoriji, u kojoj je dnevna količina oborine bila manja od 5,0 mm, maksimalni broj sušnih dana je iznosio 92 dana u zapadnim predjelima Slovenije, dok je u istočnijim predjelima i za ovu kategoriju sušno razdoblje kraće trajalo. U Zagrebu je maksimalna dužina u tom razdoblju iznosila 58 dana. Ovo najdulje sušno razdoblje se pojavilo u siječnju 1949. godine. Općenito se pokazalo da za treću kategoriju najdulja sušna razdoblja padaju u zimsko doba godine, kao i najveća čestina dužih sušnih razdoblja za razliku od prve kategorije s potpuno beskišnim danima, čije su najveće čestine bile u jesenskom dobu.



Sl. 1 Područje gornjeg sliva rijeke Save



Sl. 2 Raspodjela apsolutnih kumulativnih čestina za siječanj, travanj, srpanj i kolovoz, Rateče-Planica, 1947-1971

Ocjena teoretskih čestina za sve tri kategorije upotrebom relacija (3) i (4) pokazuje dobro slaganje s empiričkim vrijednostima. Međutim, pogreška se povećava za vrlo duge periode u svim kategorijama. Sl. 2 pokazuje teoretske kumulativne čestine sušnih razdoblja prve kategorije za Rateče-Planicu, za četiri mjeseca u pojedinim godišnjim dobima. Odstupanje teoretske razdiobe od empiričke u listopadu je karakteristično za sve stanice u području kao i za mjesece u kojima se javljaju dugi sušni periodi. Tu činjenicu još ilustrira sl. 3, na kojoj su konstantne teoretske vjerojatnosti upotrijebljene u Modelu, $P(S/S)$, upoređjene s empiričkim vjerojatnostima, $P_e(S/S)$, izračunatim po formuli:

$$P_e(S/S) = \frac{n - \sqrt{F(SR \geq n) / F(SR \geq 1)}}{n}$$

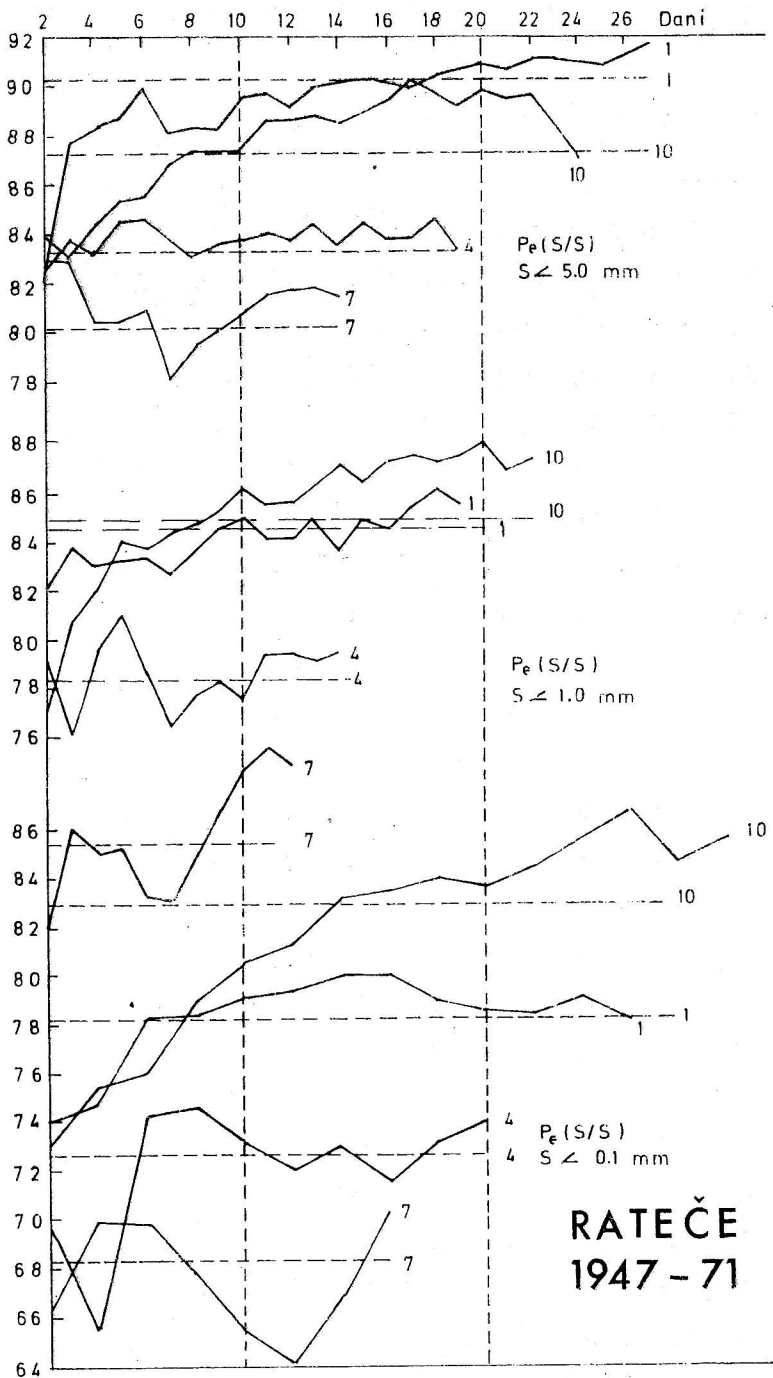
gdje izraz pod korijenom predstavlja omjer kumulativne čestine za n ili više dana, prema ukupnom broju sušnih razdoblja. Iz ovih grafikona se vidi da konstantne kondicionalne vjerojatnosti u svim mjesecima predstavljaju približno srednju vrijednost empiričkih vjerojatnosti, ali za duga sušna razdoblja teoretske vrijednosti su preniske. U istim mjesecima su za kratka sušna razdoblja teoretske vrijednosti previsoke. U trećoj kategoriji listopad pokazuje smanjenje prelazne empiričke vjerojatnosti nakon 22 dana, dok se u siječnju pokazuje tendencija prema još većem porastu vjerojatnosti. Karakteristično je na ovoj slici, kao i na drugim stanicama koje nisu pokazane, da najveću pogrešku nalazimo za kratke periode, naročito za jedan dan.

2.2 Čestine sušnih razdoblja za Zagreb-Grič, 1862-1971

U tabeli 1 prikazane su apsolutne čestine sušnih razdoblja za prvu kategoriju po mjesecima za Zagreb-Grič u 110-godišnjem razdoblju. Analiza pokazuje da najdulji sušni period od 31 dan u razdoblju 1947-71 nije bio mnogo premašen u godinama koje su prethodile tom razdoblju.

Da bismo ispitali u kojoj mjeri se opažene čestine razlikuju od teoretske vrijednosti primijenjen je χ^2 test za razdiobu čestina sušnih i kišnih razdoblja, te Kolmogorov test na njihove kumulativne čestine.

U tabeli 2 dani su rezultati ovih testova u obliku vjerojatnosti da dobivena odstupanja mogu biti premašena (nivo signifikantnosti) za Zagreb-Grič u periodu 1862-1972, za kategoriju 0,1 mm.



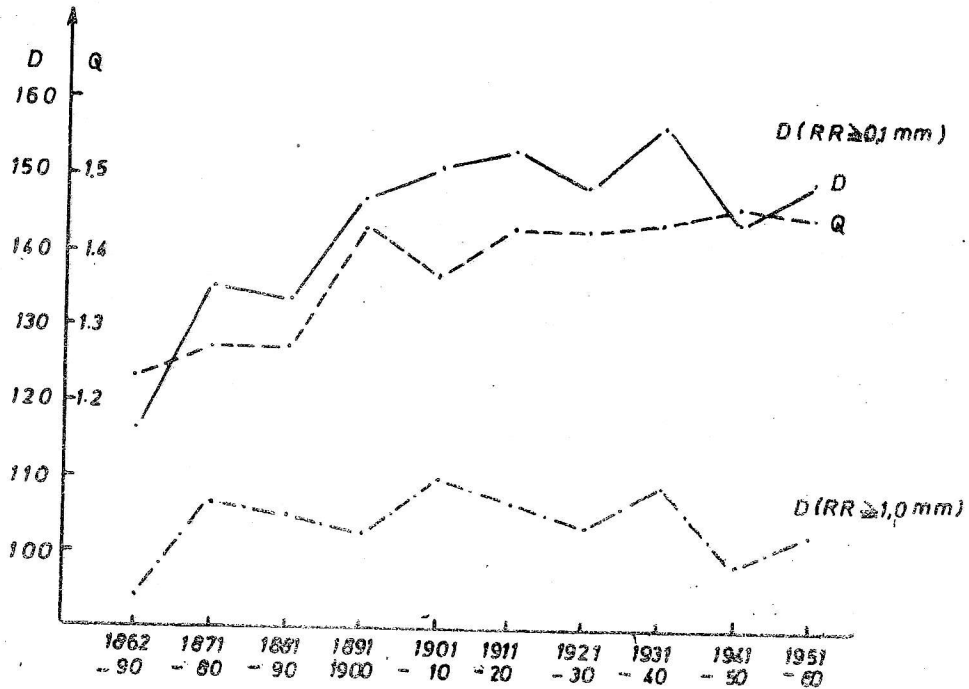
Sl. 3. Empiričke uvjetne vjerojatnosti u usporedbi sa $P(S/S)$ (ravne crtkane linije) u modelu za siječanj, travanj, srpanj i listopad

Tabela 2. χ^2 - test i Kolmogorov test za razdiobu čestina sušnih (a) i kišnih (b) razdoblja, Zagreb-Grič, 1862-1972

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
a												
Test												
χ^2	.01	.10	.07	.01	.73	.59	.41	.72	.09	.01	.32	.10
Kolmogorov	.03	.04	.03	.05	.99	.81	.97	.93	.12	.03	.51	.09
b												
Test												
χ^2	.21	.01	.10	.84	.38	.50	.63	.84	.03	.73	.19	.01
Kolmogorov	.92	.64	.68	~1	~1	.99	~1	.92	.78	.97	.91	.05

Rezultati primjene testova ukazuju da model jednostavnih Markovljevih lanaca, kod kojeg pomoću samo dva parametra odredjujemo razdiobu čestina, ne daje uvijek zadovoljavajuće rezultate, već postoje takva odstupanja izmedju teoretskih i opaženih čestina koja se ne mogu smatrati slučajnim. Prema χ^2 testu treba odbaciti pretpostavku da su prelazne vjerojatnosti nezavisne o dužini trajanja sušnog odnosno kišnog razdoblja. Razlika izmedju teoretskih i opaženih čestina sušnih razdoblja, u I, IV i X mjesecu suviše je velika da bi se mogla smatrati slučajnom. Slično vrijedi i za čestine kišnih razdoblja u II i XII mjesecu. Ove razlike su posljedica jednostavnosti prihvaćenog teoretskog modela, ali možda i djelomice zbog nepouzdanosti podataka u prvim godinama motrenja oborine na opservatoriju Zagreb-Grič.

Da bi ovo pokazali, na sl. 4 prikazana su sekularna kolebanja srednjeg godišnjeg broja dana s oborinom ≥ 0.1 mm i ≥ 1.0 mm i njihovog omjera Q . Ova analiza pokazuje osjetan porast niskih količina oborina nakon 1890, dok je srednji broj dana s oborinom većom od 1.0 mm približno stalan od dekade 1871-80 do danas. Iz toga se pretpostavlja da je mjerenje malih količina oborina u prvih 30-tak godina mjerenja bilo neredovito, našto ukazuje i kretanje omjera Q . Da bi se izbjegla ova nehomogenost u podacima, za prvu kategoriju sušnih razdoblja je korisnije ograničiti se na razdoblje nakon 1890, ili na graničnu oborinu izmedju kišnih i sušnih razdoblja na 1.0 mm ili 5.0 mm, odnosno drugu i treću kategoriju. U drugoj kategoriji gdje je sušni dan definiran kao dan s količinom oborine manjom od 1.0 mm, maksimalni period iznosi 50 dana, a pada u mjesec rujan.



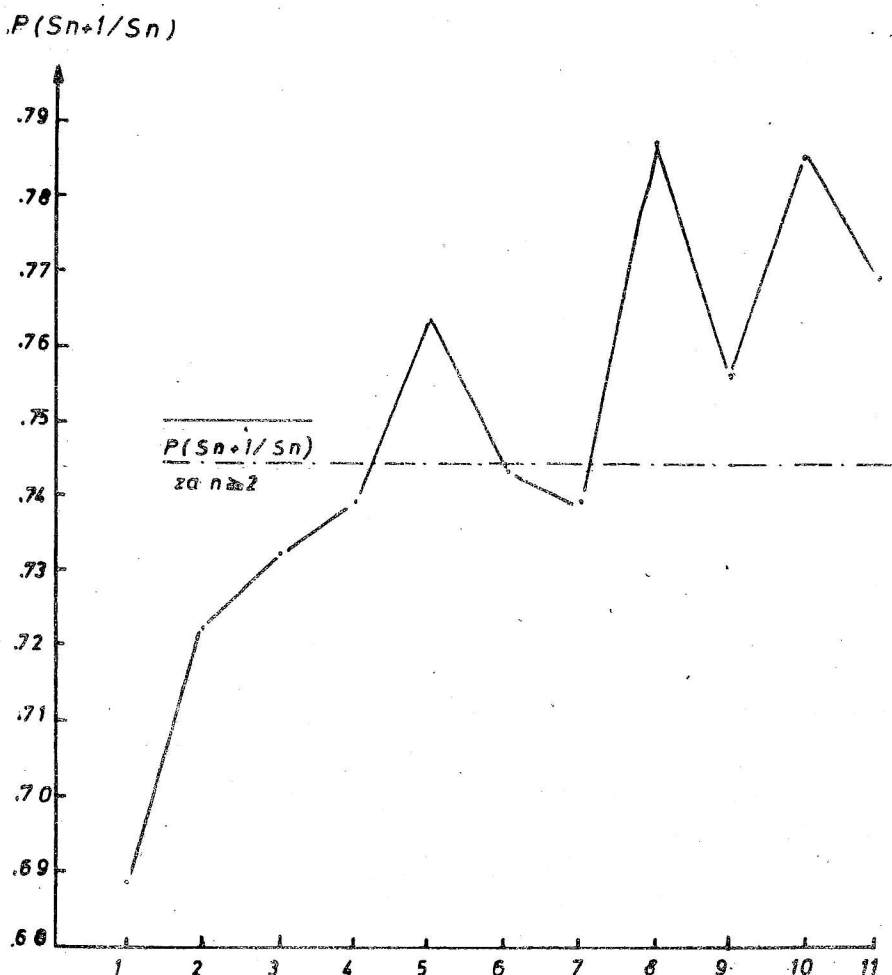
Sl. 4 Sekularna kolebanja srednjeg godišnjeg broja dana s oborinama ≥ 0.1 , odnosno 1.0 mm i njihovog omjera (Q)

I u ovoj kategoriji najveću čestinu kraćih sušnih perioda ima siječanj. Kumulativne čestine pokazuju u siječnju 10 slučajeva sa sušnim razdobljem od 28 dana i više, dok je maksimalna čestina za istu duljinu trajanja sušnog perioda u listopadu i studenom 4, a u ostalim mjesecima manja. Maksimalni sušni period ove kategorije u siječnju iznosi 41 dan.

Za treću kategoriju, u kojoj dnevna oborina mora biti manja od 5.0 mm da se sušni period ne prekine, najdulje sušno razdoblje iznosi 111 dana, a započelo je u studenom 1889. godine. Međutim, slijedeća maksimalna dužina sušnog perioda je bila 75 dana s početkom u siječnju 1911. godine. Od ostalih slučajeva dugih sušnih perioda ove kategorije s više od 50 dana od ukupno 17 slučajeva najviše pada u prosinac (5), veljaču (4), studeni (3), siječanj i rujan (2), te ožujak (1). Najviše ovako dugih perioda pada u razdoblje 1874-98. Listopad ima maksimalni sušni period od 39 dana, a najkraće sušno razdoblje i ove kategorije pada u lipanj (32 dana).

2.3 Primjena modela Markovljevih lanaca drugog reda

Rezultati ispitivanja podataka za Zagreb-Grič pokazali su da se prelazne vjerojatnosti ne mogu smatrati stalnim vrijednostima. Pokazalo se, da ukoliko sušno razdoblje duže traje, raste i vjerojatnost da će se ono nastaviti i slijedećeg dana. Na slici 5, gdje je prikazana ovisnost prelazne vjerojatnosti $P(S_{n+1}/S_n)$ o dužini n trajanja sušnog razdoblja, uočava se trend porasta vjerojatnosti ukoliko sušno razdoblje duže traje. Slijedeća najjednostavnija pretpostavka je da smatramo ovu vrijednost stalnom ako su nastupila barem dva uzastopna dana bez oborina [1]. Za teoretsku razdiobu čestina tada iz opaženih podataka određujemo tri parametra razdiobe: $P(K)$, $P(S_2/S_1)$ i srednju vrijednost $P(S_{n+1}/S_n)$ za n veći od jedan.



Sl. 5 Ovisnost prelazne vjerojatnosti $P(S_{n+1}, S_n)$ o dužini trajanja sušnog razdoblja (n) na osnovu čestina sušnih razdoblja za Zagreb u razdoblju 1862-1972.

U tabeli 3 dane su vrijednosti ovih prelaznih vjerojatnosti za pojedine mjesece.

Tabela 3. Prelazne vjerojatnosti za Zagreb-Grič, 1862-1972

	I	II	III	VI	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$P(S_2/S_1)$.691	.698	.699	.637	.660	.651	.703	.751	.740	.683	.670	.678
$P(S_{n+1}/S_n)$.768	.781	.766	.721	.685	.589	.723	.749	.781	.767	.719	.751

Pomoću navedena tri parametra određene su teoretske razdiobe čestina sušnih razdoblja, a nivoi signifikatnosti testova χ^2 i Kolmogorova dani su u tabeli 4.

Tabela 4. χ^2 - test i Kolmogorov test za razdiobu čestina sušnih razdoblja prema modelu Markovljevih lanaca drugog reda - Zagreb-Grič, 1862-1972

	I	II	III	VI	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Test χ^2	.06	.71	.38	.42	.80	.82	.36	.65	.19	.46	.53	.75
Kolmogorov	.68	.73	.74	≈1	≈1	≈1	.95	.93	.30	.99	.65	≈1

Rezultati testova ukazuju na bolje slaganje opaženih i teoretskih čestina što je i razumljivo, jer za razliku od modela jednostavnih Markovljevih lanaca, u ovom slučaju prihvaćene su kao pouzdane ne samo opažena ukupna čestina sušnih razdoblja već i opažene čestine sušnih razdoblja od jednog dana, dok za čestine ostalih sušnih razdoblja pretpostavljamo da se pravilno smanjuju po geometrijskom zakonu sa koeficijentom izračunatim iz uzoraka.

Za ove slučajeve primjena Kolmogorovog testa nije sasvim adekvatna te rezultati testa imaju samo kvalitativni značaj.

3. POVRATNI PERIODI SUŠNIH RAZDOBLJA

3.1 Definicija

Jedna od glavnih prednosti poznavanja teoretske razdiobe čestina sastoji se u tome da na osnovu kraćih nizova motrenja odredimo potrebne parametre razdiobe, koji nam omogućuju da ocijenimo vjerojatnosti izražene kao povratni periodi, za duža sušna razdoblja, koja se u periodu motrenja možda nisu ni pojavila.

Povratni period T u godinama predstavlja omjer broja godina u promatranom periodu motrenja prema ukupnom broju sušnih razdoblja, koji se računa kao niz sušnih dana većih od n . Prema tome se povratni period T može izračunati iz relacije:

$$T = \frac{N_m}{F(SR \geq n)} \quad (5)$$

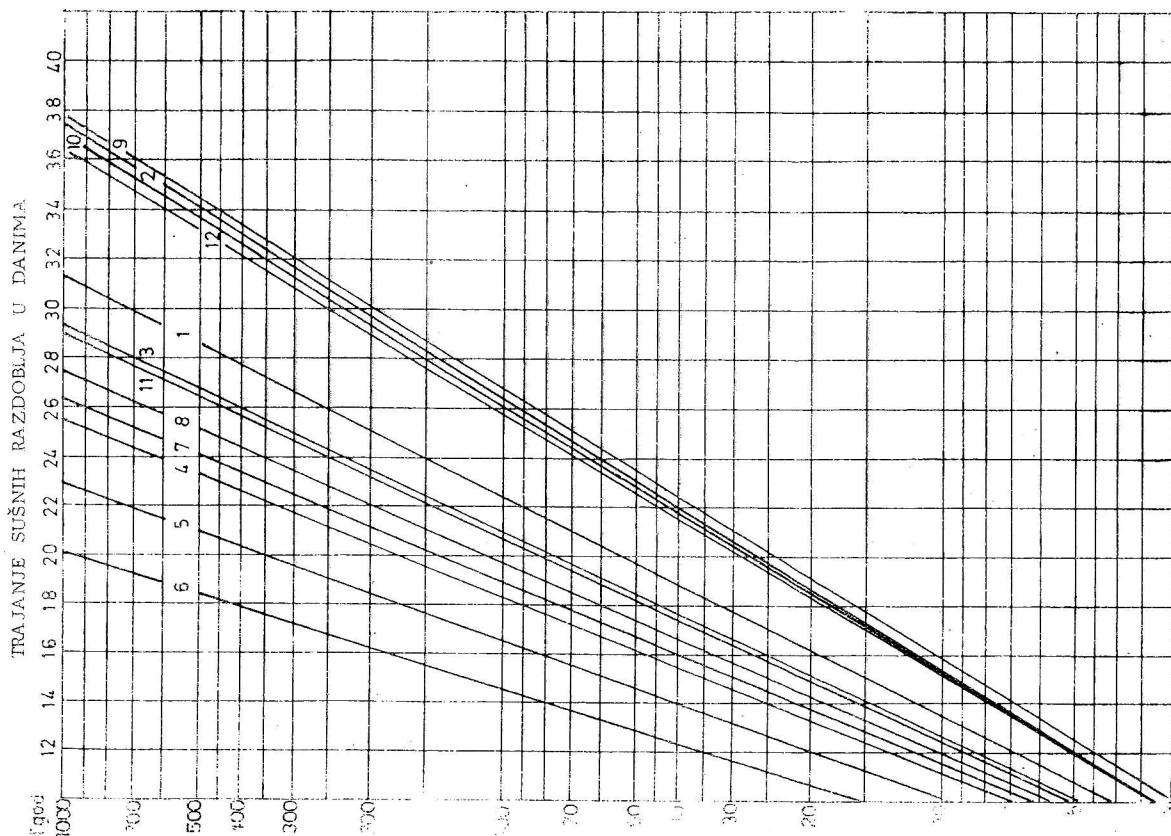
gdje je N_m broj godina motrenja, a $F(SR \geq n)$ je kumulativna čestina dana izrazom (4). Gornja formula se može pisati i u obliku:

$$T = \frac{P(S/K) + P(K/S)}{D \cdot P(K/S) \cdot P(S/K) \cdot P(S/S)^n} \quad (6)$$

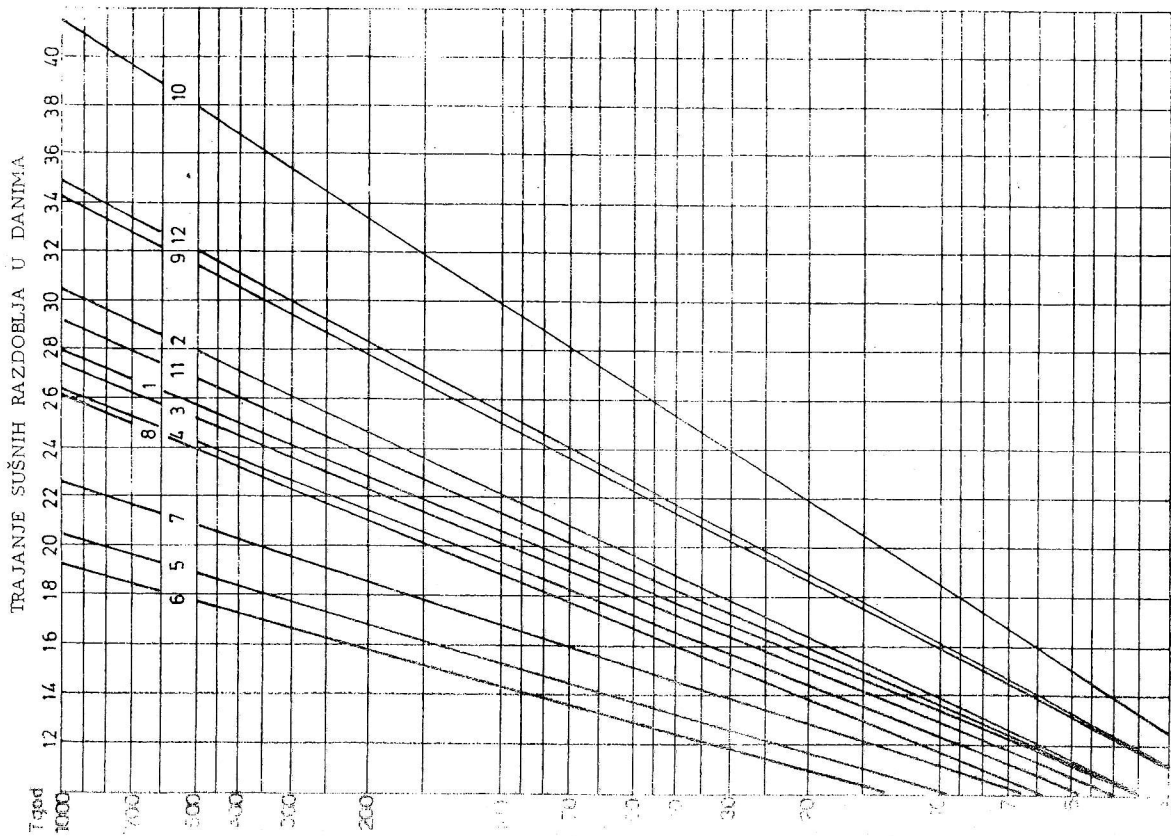
gdje je D broj dana u vremenskom intervalu za koji je sušno razdoblje određeno. Relacija (6) može se koristiti i u aproksimativnom obliku, ako za D uzmemo broj dana u mjesecu za koji smo sušno razdoblje računali. Računanje povratnih perioda za obje varijante su pokazale, da je u aproksimativnoj formuli za konstantno D za svaki mjesec, duljina sušnog ili kišnog perioda za $T=1000$, manja za jedan do dva dana.

3.2 Povratni periodi sušnih razdoblja u gornjem slivu Save

Slike 6 a i b pokazuju povratne periode sušnih razdoblja za Jezersko i Celje za prvu kategoriju. Zajednička je karakteristika ovih kao i ostalih stanica koje ovdje nisu prikazane, da najkraća sušna razdoblja padaju u svibanj i lipanj. Duljina ovih razdoblja je kraća u zapadnim predjelima nego u istočnim i za $T=1000$ iznosi u Rateču 18 dana, a u Zagrebu 22 dana. Zatim slijede srpanj, kolovoz i travanj, čiji redoslijed nije isti na svim stanicama, a teoretske dužine sušnih razdoblja ne prelaze 30 dana za $T=1000$. Na nekim stanicama ovoj se grupi priključuju i ožujak, studeni, pa čak i siječanj.

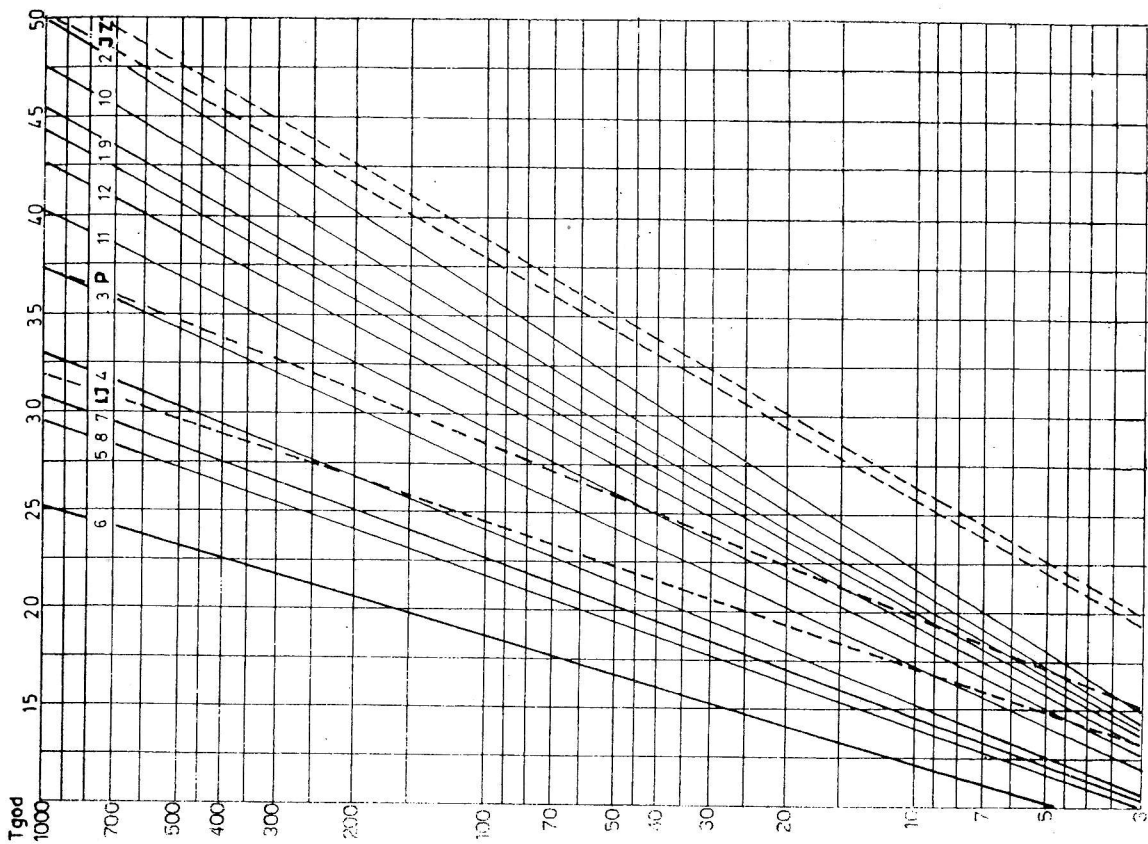


Sl. 6b Povratni periodi sušnih razdoblja za Celje 1947-1971 (Kategorija I)



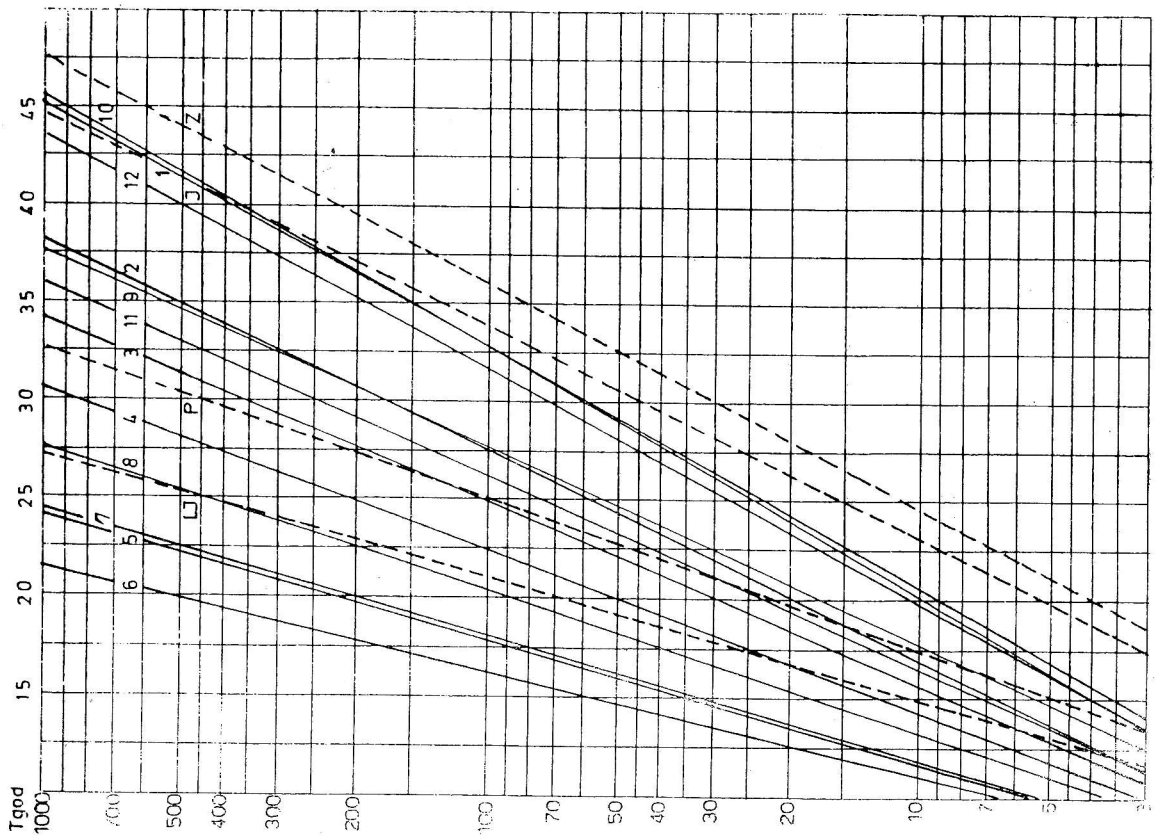
Sl. 6a Povratni periodi sušnih razdoblja za Jezersko 1947-1971 (Kategorija I)

TRAJANJE SUSNIH RAZDOBLJA U DANIMA



Sl. 7b Povratni periodi sušnih razdoblja za Celje 1947-1971 (Kategorija II)

TRAJANJE SUSNIH RAZDOBLJA U DANIMA



Sl. 7a Povratni periodi sušnih razdoblja za Jezersko 1947-1971 (Kategorija II)

Najdulja sušna razdoblja u ovoj kategoriji pokazuju rujan i listopad, te zimsko razdoblje od prosinca do veljače. Njihov redoslijed kao i dužina trajanja sušnog razdoblja variraju od stanice do stanice. Naročito je karakteristično da listopad, a ponegdje i rujan pokazuju izrazito duga sušna razdoblja. Na većini stanica prema ovim procjenama listopad ima u povratnom periodu od 100 godina sušna razdoblja duža od 26 dana, a na stanicama viših nadmorskih visina u zapadnim predjelima i preko 30 dana.

Na slici 7a i b prikazana su za Jezersko i Celje sušna razdoblja za drugu kategoriju s graničnom oborinom manjom od 1,0 mm. Pored mjesečnih, posebno su označena trajanja sušnih razdoblja za pojedina godišnja doba. I za ovu kategoriju mjeseci hladnog doba godine pokazuju najduža sušna razdoblja, ali je maksimalna dužina sada u zimsko doba, za razliku od sušnih razdoblja prve kategorije kada su najduža razdoblja padala u jesen. Ipak na većini stanica mjesec listopad se i ovdje pojavljuje s najdužim sušnim razdobljima.

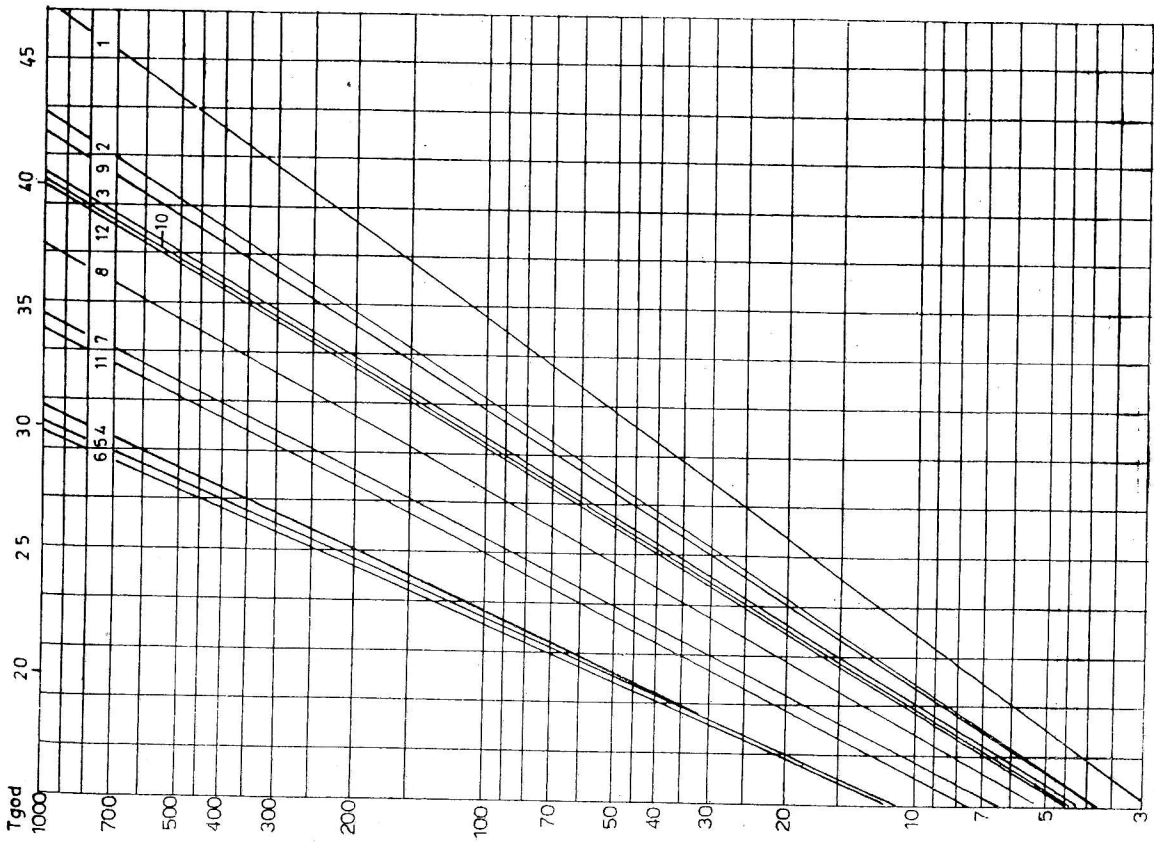
Usporedba iste analize za ovu kategoriju za Zagreb-Grič u periodu 1862-1971 (sl. 8a) pokazuje, da je teoretska maksimalna dužina trajanja sušnog razdoblja za $T=1000$ nešto kraća a pada definitivno u siječanj.

Za treću kategoriju u Jezerskom najkraća sušna razdoblja za $T=1000$ u lipnju prelaze 30 dana (sl. 9a), a u Ljubljani i Celju 35 dana (sl. 9b). Međutim, u ovoj kategoriji srpanj i kolovoz pokazuju kraća sušna razdoblja od svibnja. Siječanj i veljača imaju najdulja razdoblja na gotovo svim stanicama i za $T=1000$ dosižu ili prelaze duljinu od 70 dana.

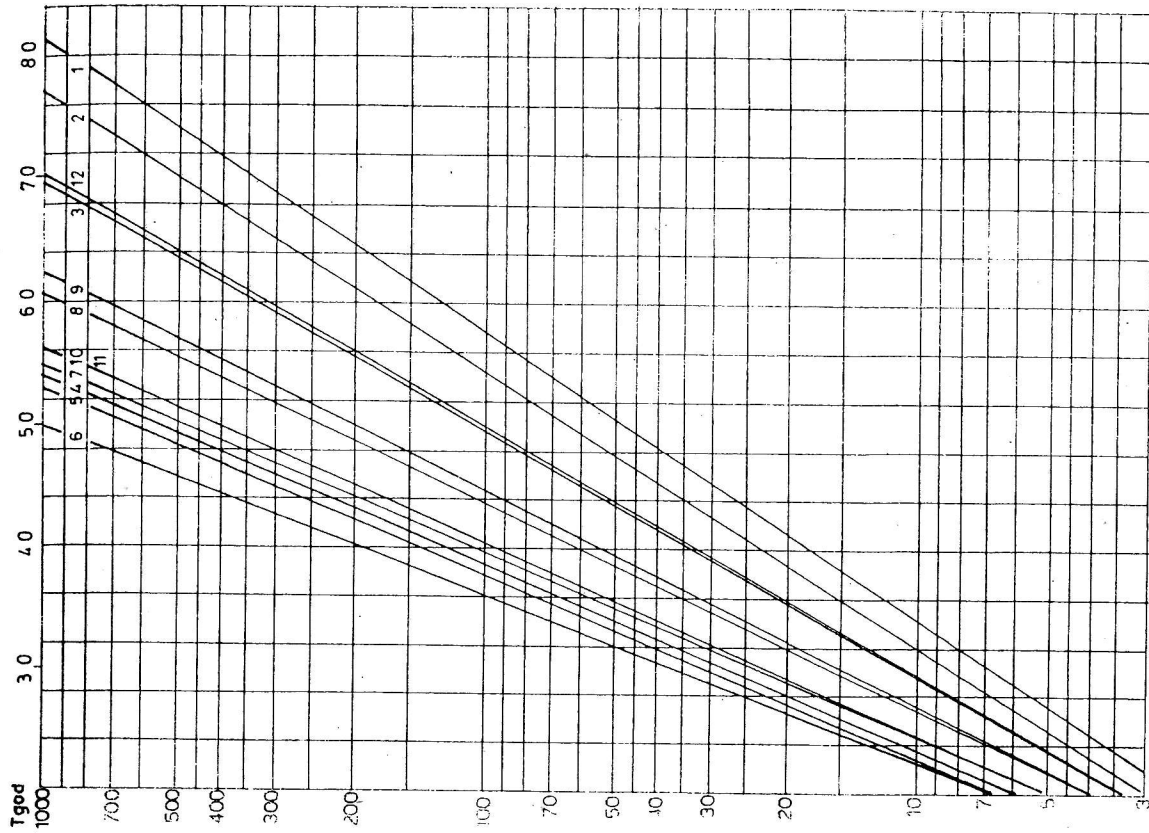
I u dugogodišnjem periodu za Zagreb (sl. 8b) zimski mjeseci, kojima se priključuje i ožujak, pokazuju najdulje sušne periode koji u siječnju u prosjeku jedamput u 1000 godina prelaze i duljinu od 80 dana. Iz ovog bi se moglo zaključiti da najdulji sušni period ove kategorije u dugogodišnjem nizu Zagreba od 111 dana iz 1889. ima povratni period dulji od 1000 godina, dok se razdoblje od 58 dana iz promatranog perioda 1947-71 javlja s povratnim periodom nešto duljim od 100 godina.

Međutim, treba potsjetiti da upotrijebljeni model jednostavnih Markovljevih lanaca potcjenjuje čestine vrlo dugih sušnih perioda, a to znači da bi boljom aproksimacijom, kao u pokazanom modelu drugog reda, dulji sušni periodi imali veće kumulativne čestine, a time i manje povratne periode.

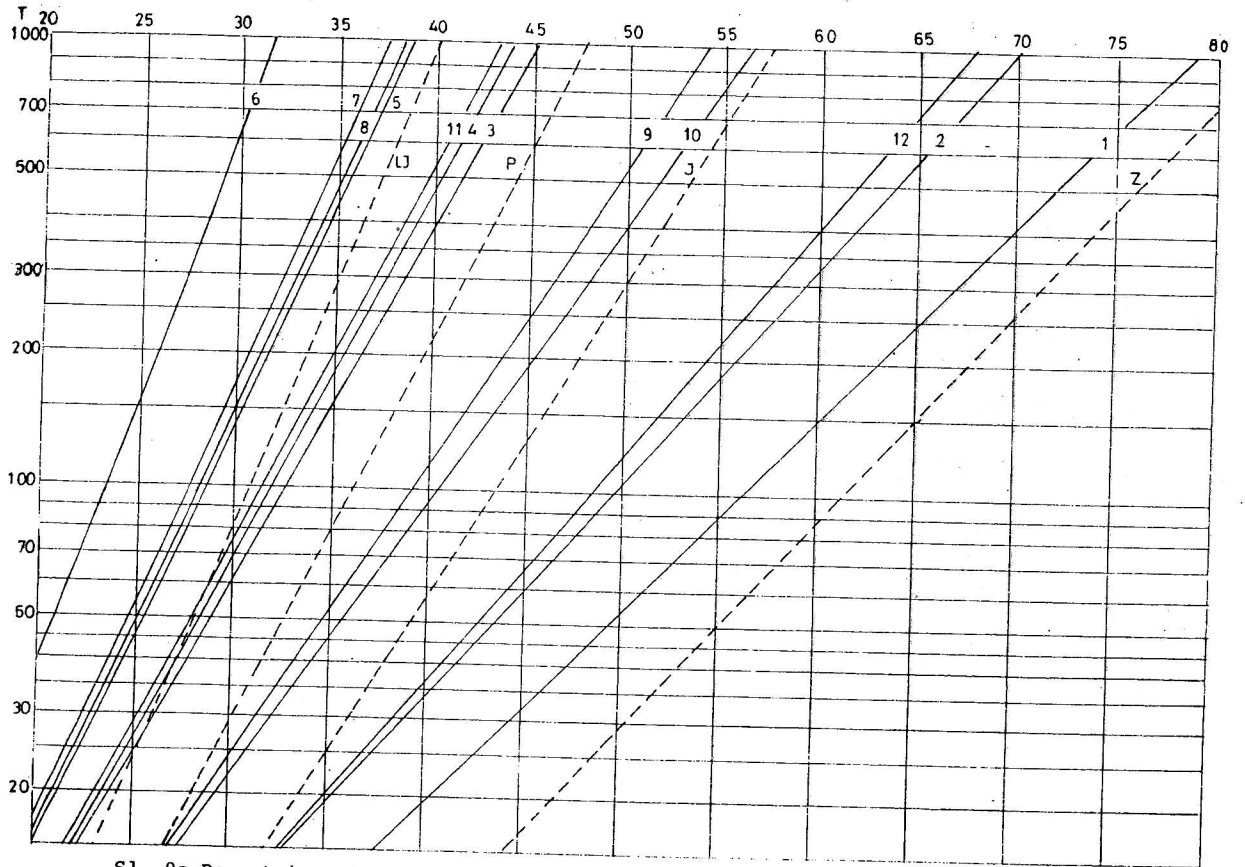
Konačno, za dugi niz motrenja za Zagreb-Grič određeni su na isti način povratni periodi za različita razdoblja od 30 godina. Ova analiza ne potvrđuje zaključak Longleya, već pokazuje da u pojedinim klimatskim razdobljima dolazi do promjena povratnih perioda pojedinim mjeseci naročito za mjesece s najdužim sušnim i kišnim periodima.



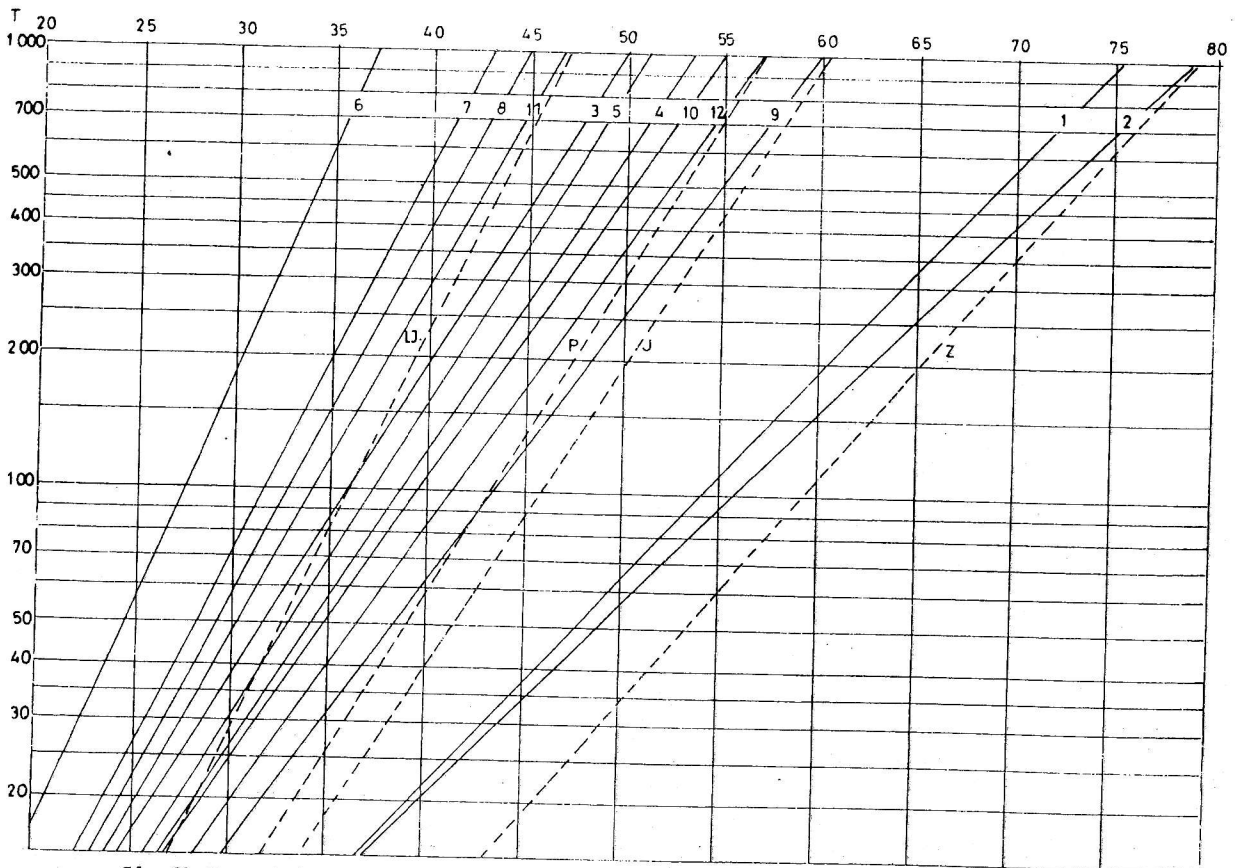
Sl. 8a Povratni periodi sušnih razdoblja za Zagreb-Grič 1862-1971 (Kategorija II)



Sl. 8b Povratni periodi sušnih razdoblja za Zagreb-Grič 1862-1971 (Kategorija III)



Sl. 9a Povratni periodi sušnih razdoblja za Jezersko, 1947-1971 (kategorija III)



Sl. 9b Povratni periodi sušnih razdoblja za Celje, 1949-1971 (kategorija III)

Spomenimo još na kraju da je ista analiza za kišna razdoblja [11] ukazala i na povećanje njihovog trajanja za listopad, studeni i prosinac u razdoblju 1931-60. Naročito su karakteristična duža kišna razdoblja u listopadu u periodu 1931-60 za drugu kategoriju, što već ukazuje na povećanu perzistenciju ovog mjeseca, koja će biti prikazana u slijedećoj točki.

4. PROSTORNO-VREMENSKE VARIJACIJE KOEFICIJENTA PERZISTENCIJE

4.1 Definicija koeficijenta perzistencije

Kao što je ranije rečeno koeficijent $r(S,S) = r(K,K)$ predstavlja mjeru perzistencije, pa ćemo ga i nazvati koeficijentom perzistencije, a dan je relacijom (1). Iz (2) slijedi da taj koeficijent možemo pisati i u obliku:

$$r = 1 - \frac{P(K/S)}{P(K)} = 1 - \frac{1-P(S/S)}{1-P(S)} \quad (7)$$

Ako nema perzistencije $P(S)=P(S/S)$, onda je $r=0$, a $r=1$ ako je $P(S/S)=1$, tj. ako se jedan događaj stalno ponavlja. Obično vrijedi:

$$P(S/S) > P(S) > P(S/K)$$

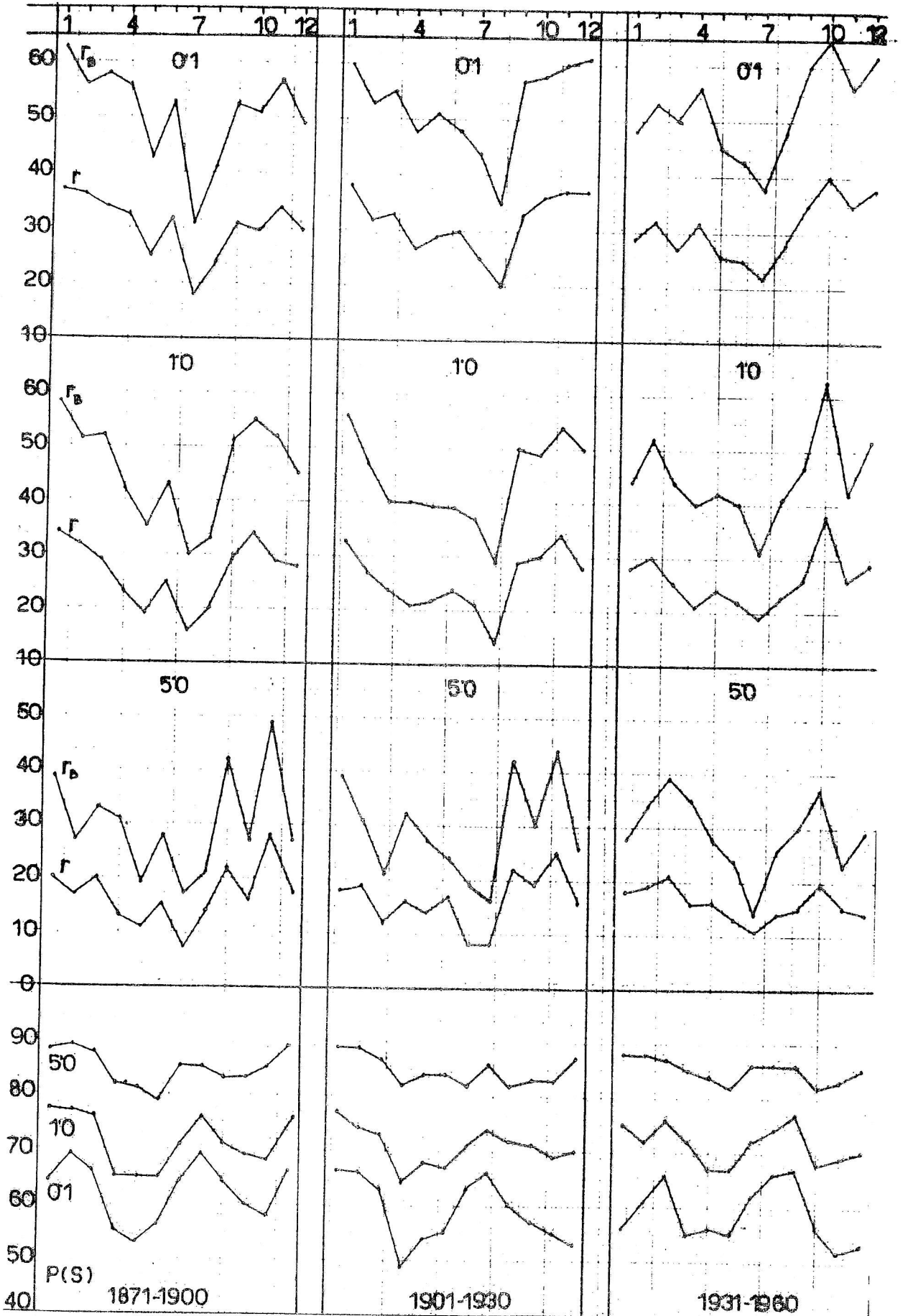
odnosno,

$$P(K/K) > P(K) > P(K/S)$$

U literaturi se pojavljuju neke izračunate vrijednosti koeficijenta perzistencije r_B (WMO Tehnička Nota br. 79) poznatom kao modificirani Bessonov koeficijent perzistencije, koji se dobiva iz relacije (7) tako da drugi član dignemo na kvadrat:

$$r_B = 1 - \left[\frac{1-P(S/S)}{1-P(S)} \right]^2 \quad (8)$$

Kvadriranjem ovoga člana nastojalo se izbjeći negativni predznak koeficijenta korelacije ukoliko bi bilo $P(S) > P(S/S)$.



Sl. 10a Koefficijnt perzistencije, r_B, r i klimatološka vjerojätnost $P(S)$ za granične oborine 0.1, 1.0, 5.0 mm. 30-godišnji periodi, Zagreb-Grič

Medjutim, ovaj oblik koeficijenta perzistencije je kod nas odabran radi mogućnosti usporedbe sa već nekim izračunatim vrijednostima u literaturi.

Jurčec [10] je pokazala prostornu raspodjelu koeficijenta r_B na promatranom području gornjeg sliva Save i njegova kolebanja po mjesecima. Analogno prostornoj raspodjeli čestina prikazanoj u točki 2.2 i 3.2 najveću perzistenciju imaju zapadni predjeli, odnosno stanice s većom nadmorskom visinom, što ukazuje na veću tendenciju grupiranja kako sušnih tako i kišnih razdoblja u tim područjima, naročito u hladno doba godine. Ljeti su prostorne razlike koeficijenta perzistencije između zapadnih i istočnih predjela manje, ali je ujedno i vrijednost ovog koeficijenta manja, pa su u to doba godine kišni i sušni periodi više slučajno raspoređeni.

Medjutim, ovdje se vjerojatnost za kišni dan $P^*(K)$ računala iz $P^*(S)$ koji je određen kao srednji broj sušnih dana iz ukupnog broja sušnih razdoblja za pojedine mjesece.

Kako u dugim sušnim razdobljima sušni dani zahvaćaju i slijedeći mjesec to je u pojedinim mjesecima ovako određen $P^*(S)$ različit od $P(S) = 1 - P(K)$ iz podataka sa stanica. Zbog toga je u budućim radovima korisnije računati koeficijent r prema (7) ili (8), iako ovo zahtijeva uz poznavanje sušnih razdoblja i poznavanje kišnih razdoblja.

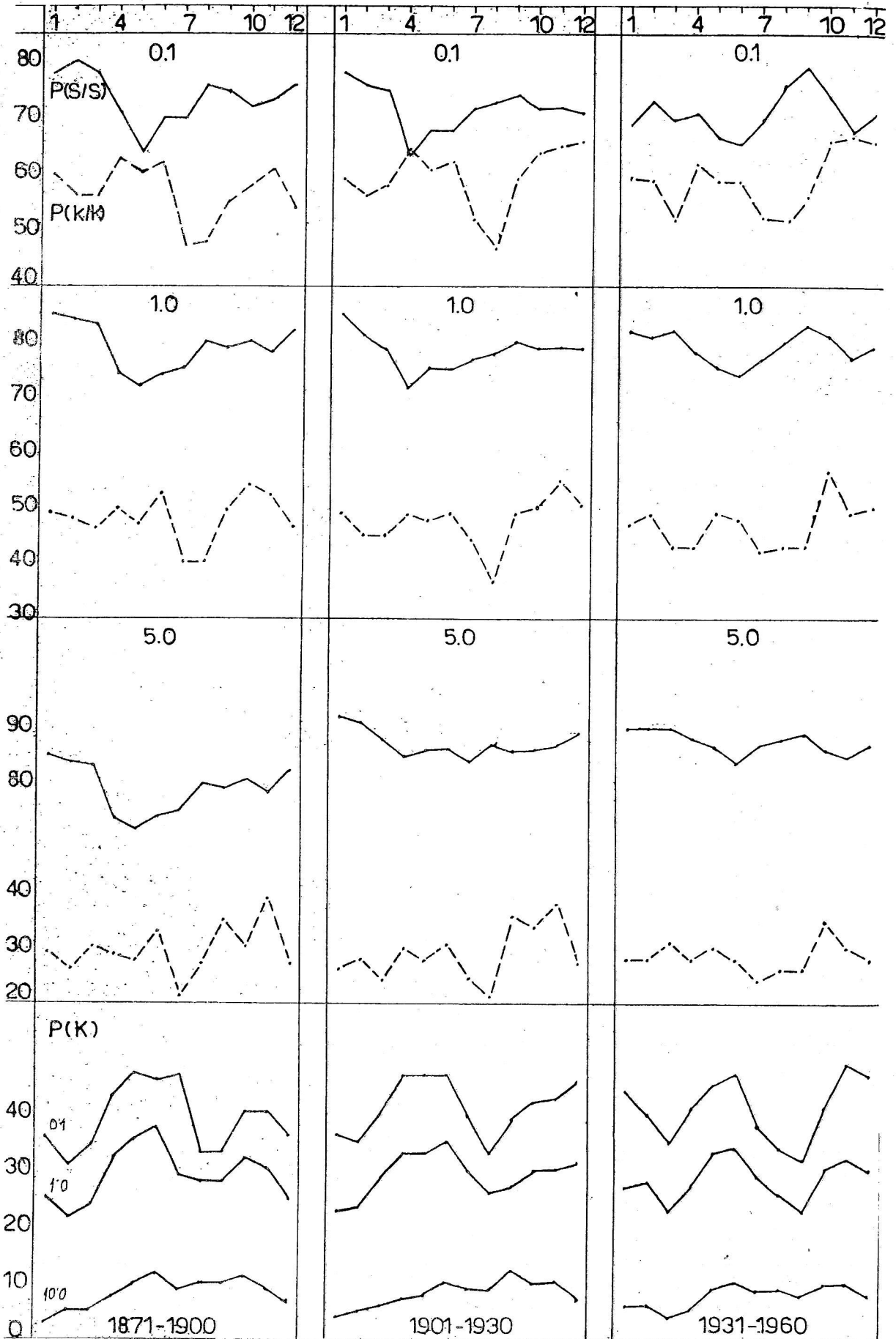
4.2 Vremenske varijacije koeficijenta perzistencije za Zagreb-Grič, 1862-1971

Koeficijent perzistencije, kao i prelazne vjerojatnosti, nije strogo konstantna veličina, već se mijenja vremenski i prostorno.

Da bi se odredilo koliko se perzistencija mijenja u dugogodišnjim periodima, izračunate su njegove vrijednosti za svaki mjesec za Zagreb-Grič u 30-godišnjim periodima 1871-1900, 1901-30 i 1931-60, za sve tri promatrane kategorije sušnih razdoblja. Ove vrijednosti su prikazane na sl. 10a gdje su za usporedbu dane i vrijednosti koeficijenta r .

U tabeli 5 prikazane su ove vrijednosti po tromjesečjima, označenim kao I - siječanj, veljača i ožujak; II - travanj, svibanj, lipanj; III - srpanj, kolovoz, rujanj; IV - listopad, studeni i prosinac. Za usporedbu su dane i vrijednosti za 110-godišnje razdoblje 1862-1971.

Iz ovih slika i tabele se vidi da vrijednost koeficijenta perzistencije pada s većom vrijednosti granične oborine između sušnog i kišnog razdoblja. Medjutim, oni se ne mijenjaju jednoliko u 30-godišnjim razdobljima. Za kategoriju sušnog razdoblja s graničnom oborinom od 0.1 mm karakterističan je pad perzistencije u prva tri mjeseca od prvog



Sl. 10b Uvjetne vjerojatnosti $P(S/S)$ (—) i $P(K/K)$ (--) i klimatološke vjerojatnosti $P(K)$ za različite granične količine oborina 0.1, 1.0, 5.0 mm i 10.0 mm 30-godišnji periodi Zagreb-Grič

Tabela 5. Koeficijenti perzistencije za tri kategorije sušnih razdoblja, Zagreb-Grič, 1862-1971

$r_B \cdot 10^{-2}$	I (0.1 mm)				II (1.0 mm)				III (5.0 mm)			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1871-1900	59	51	42	53	54	40	38	51	33	26	27	34
1901-1930	56	49	46	60	48	39	39	51	30	38	26	33
1931-1960	49	18	48	61	47	41	40	52	34	29	24	30
1862-1971	54	49	46	58	48	40	38	52	29	28	26	33
$r \cdot 10^{-2}$												
1891-1900	36	30	25	32	32	22	21	30	19	13	14	20
1901-1930	34	29	26	36	28	22	21	31	16	15	13	20
1931-1960	29	28	28	38	28	23	23	31	19	15	13	16
1862-1971	32	29	26	35	28	22	21	31	16	15	14	19

do trećeg 30-godišnjeg razdoblja. Istovremeno krajem godine perzistencija raste. U II kategoriji s graničnom oborinom od 1.0 mm razlike su manje, dok u III kategoriji s 5.0 mm kao graničnom oborinom, primjećujemo da se promjene perzistencije u pojedinim razdobljima ne podudaraju s promjenama u I kategoriji, već često pokazuju obrnuti redosljed.

Klimatološka vjerojatnost $P(S)$ na sl. 10a računata je prema formuli:

$$P(S) = \frac{\sum SD}{\sum KD + \sum SD} = 1 - P(K) \quad (9)$$

Na slici 10b prikazane su i vjerojatnosti $P(S/S)$ i $P(K/K)$, a $P(K)$ je određen iz empiričkih podataka o broju kišnih dana s oborinom 0.1, 1.0 i 10.0 mm.

4.3 Prostorna razdioba prelaznih vjerojatnosti i koeficijenta perzistencije na području Jugoslavije

Iako je metoda određivanja prelaznih vjerojatnosti i koeficijenta perzistencije u principu vrlo jednostavna, ona iziskuje mnogo vremena za prostorna ispitivanja na širokom području. To je jedan od razloga zašto ove vjerojatnosti

nisu postale standardne klimatološke veličine, iako je njihova praktična vrijednost velika. Prelazne vjerojatnosti su danas određene za relativno mali broj mjesta u svijetu.

Da bi se dobio uvid u nešto šire područje od gornjeg sliva Save, radi usporedivosti ranije diskutiranih prelaznih vjerojatnosti, ovdje je korištena razdioba čestina sušnih perioda dužih od 10 dana u razdoblju 1951-60 [5] za oko 110 mjesta u Jugoslaviji.

Prema teoriji slijedi da omjer čestina sušnih perioda dužih od 20 dana i čestina sušnih perioda dužih od 10 dana određuje prelaznu vjerojatnost $P(S/S)$ po relaciji:

$$F(SR > 20) / F(SR > 10) = P(S/S)^{10}$$

Time su prelazne vjerojatnosti dobivene na nešto jednostavniji način, ali je time njihova pouzdanost nešto smanjena.

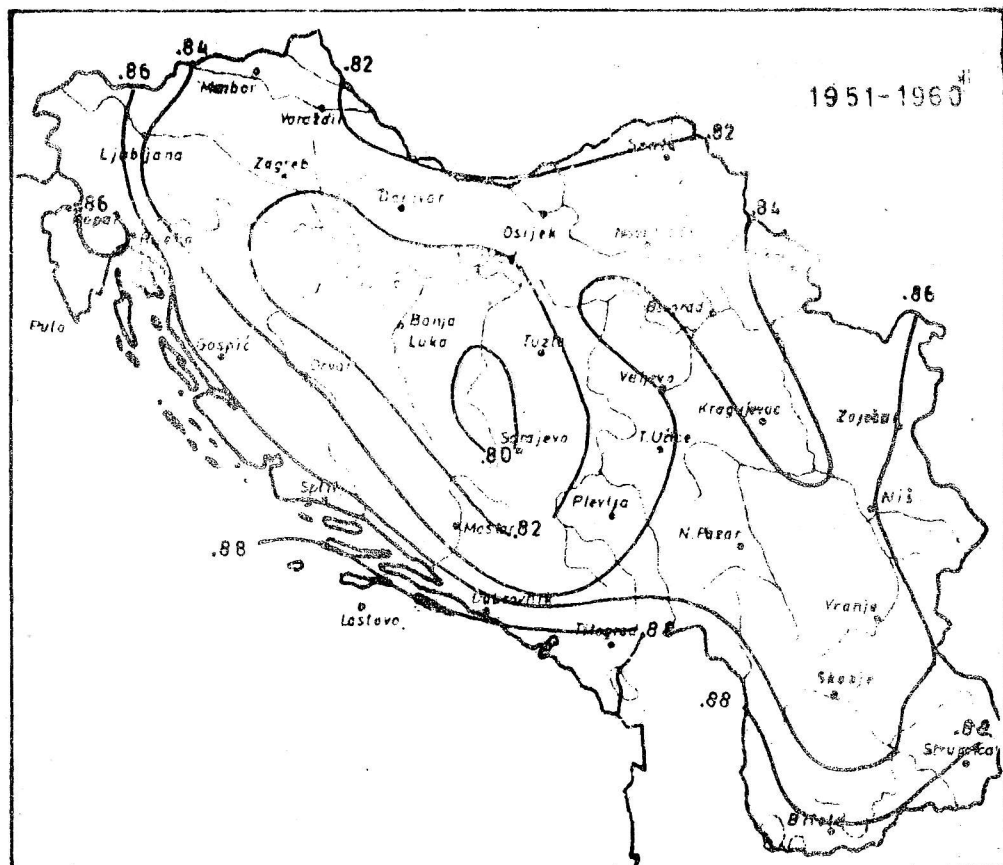
Prostorna razdioba srednjih godišnjih vrijednosti $P(S/S)$ prikazana je na sl. 11.1. Ova vjerojatnost je u najužoj vezi s pojavom dužih sušnih razdoblja i označava vjerojatnost produžavanja ovih razdoblja, pa iz slike slijedi da je vjerojatnost za dugotrajna sušna razdoblja najmanja u centralnim planinskim dijelovima zemlje. $P(S/S)$ raste prema moru i u području južne Makedonije.

Za naša istraživanja bitne su visoke vrijednosti u izvorišnom području Save u usporedbi sa vrijednostima ostalog dijela sliva, gdje su niže i dosta ujednačene.

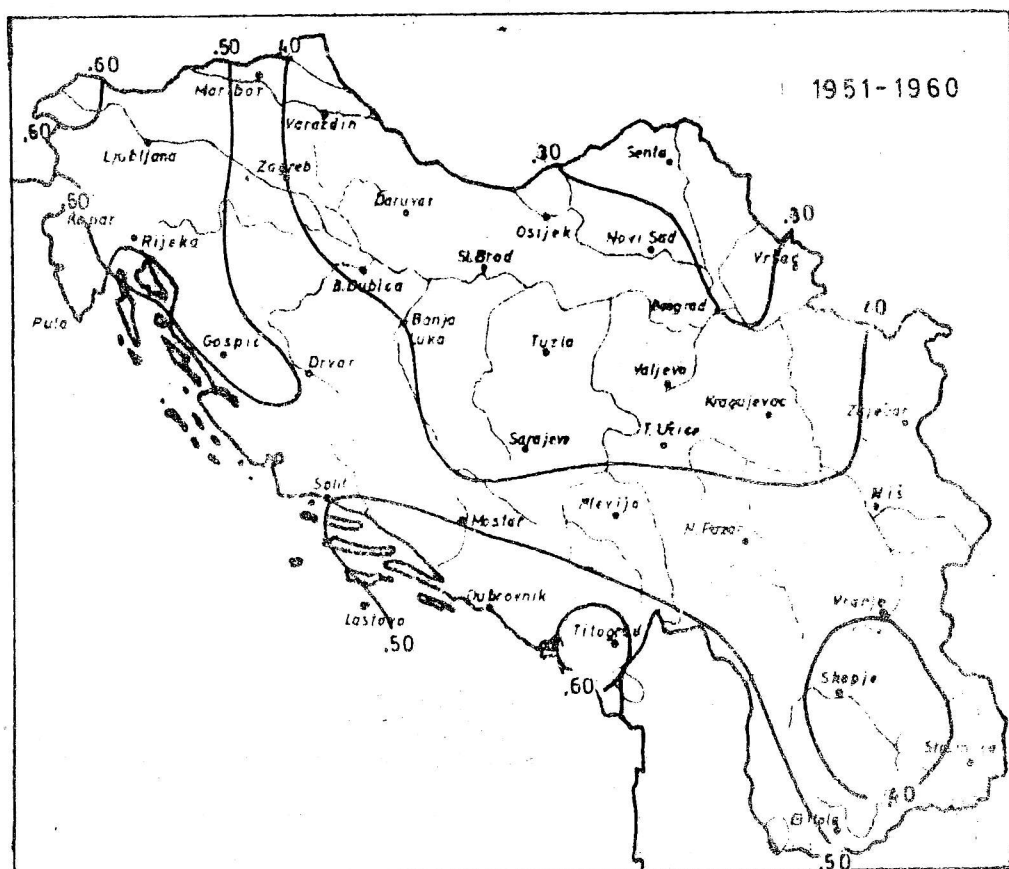
Iz gornje razdiobe $P(S/S)$ i prelazne vjerojatnosti $P(S/K)$ određen je relacijom (1) koeficijent perzistencije r , prikazan na sl. 11.2. Iz ove razdiobe se vidi da izvorišno područje Save, kao i Crnogorsko primorje imaju najvišu perzistenciju u području Jugoslavije. Najniže vrijednosti ima donji sliv Save južno od Zagreba, i sliv Drave, a minimum se pojavljuje u Vojvodini, gdje kišni i sušni dani imaju najveću tendenciju slučajne raspodjele.

Ovi rezultati su vrlo slični ranije dobivenim [9] na osnovu čestina sušnih razdoblja dužih od 10 dana za kategoriju 1.0 mm za oko 50 mjesta u Jugoslaviji u periodu 1925-40.

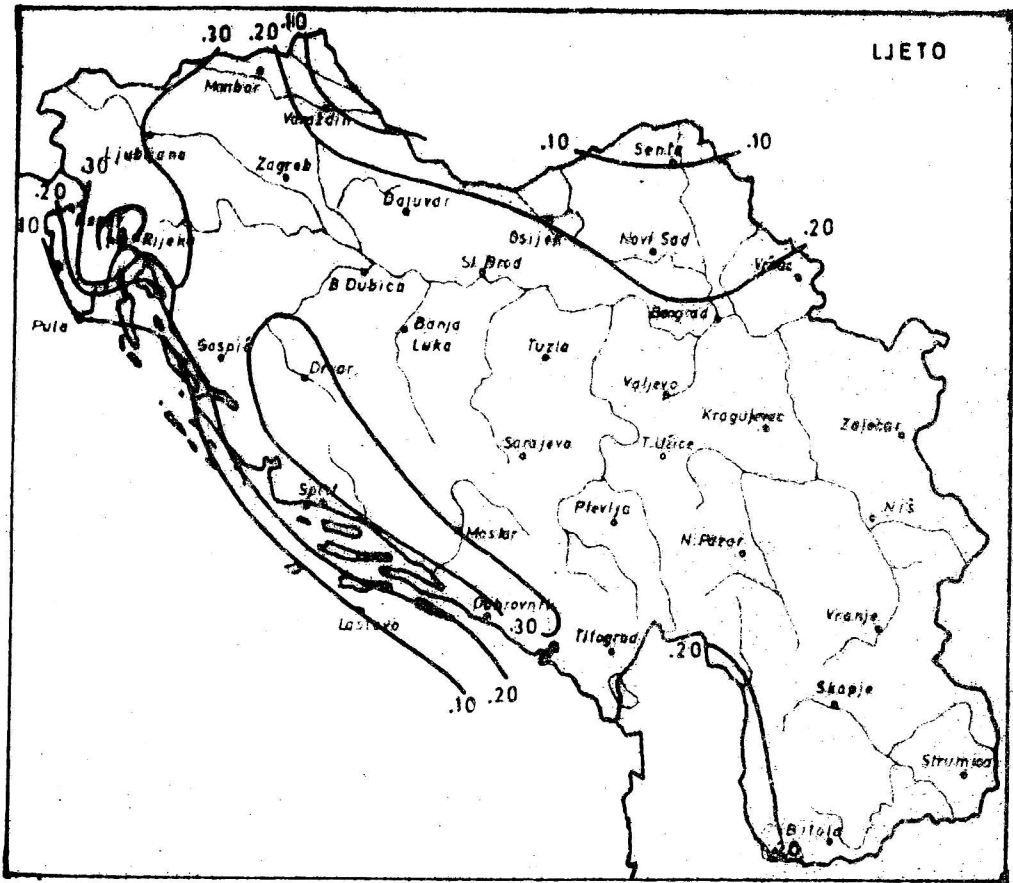
Gornja raspodjela koeficijenta r je slična raspodjeli čestina dana s oborinom. Iz ove sličnosti slijedi zaključak da veći broj dana s oborinom u zapadnim i jugozapadnim predjelima Jugoslavije zbog veće perzistencije neće imati za posljedicu i bitno manji broj sušnih razdoblja u odnosu na sjeverne i istočne krajeve koji imaju manji broj dana s oborinom, ali je raspored u ovim posljednjim povoljniji zbog manje izražene tendencije grupiranja kišnih i suhих dana.



Sl. 11.1 Prostorna razdioba srednjih godišnjih vrijednosti $P(S/S)$



Sl. 11.2 Prostorna razdioba srednjih godišnjih vrijednosti $r(S,S)$



Sl. 11.3 Raspodjela koeficijenta perzistencije $r(S,S) = r(K,K)$ u ljetno doba, za razdoblje 1925-40 iz [9]

Na slici 11.3 prikazana je raspodjela koeficijenta r u ljetno doba. Vrijednosti r su općenito manje ljeti, ali se i ovdje ističe nepovoljni režim oborina u krajnjim zapadnim predjelima i duž obale, koji u ovom slučaju ne uključuju područje Crne Gore.

Iz ovih rezultata se već vidi da bi proučavanje prelaznih vjerojatnosti i perzistencije po svim godišnjim dobama ili čak po mjesecima dalo značajne karakteristike ne samo sušnih razdoblja već hidrološkog ciklusa uopće.

5. REZIME I ZAKLJUČAK

Statistička analiza sušnih i kišnih perioda u gornjem slivu rijeke Save u razdoblju 1947-71, i usporedba istih s dugogodišnjim nizom za Zagreb-Grič, 1862-1971, ukazala je na neke značajne karakteristike sušnih razdoblja u promatranom području kako u pogledu vremensko-prostornih varijacija sušnih i kišnih perioda, tako i na karakteristike oborinskog režima uopće.

Raspodjela empiričkih sušnih razdoblja je pokazala da se najdulja razdoblja javljaju u hladno doba godine. Duljina razdoblja raste prema zapadnom području na stanicama većih nadmorskih visina, gdje doseže u prvoj kategoriji maksimalnu duljinu od 52 dana, a najveće čestine dugih sušnih razdoblja padaju na većini stanica u rujan i listopad. Duljine sušnih perioda rastu s povećanjem granične količine oborine i do- sižu u trećoj kategoriji u zapadnoj Sloveniji 92 dana, a u istočnoj manje. Najdulja razdoblja ove kategorije padaju u zimsko doba. U Zagrebu je najdulje razdoblje u promatranom periodu bilo 31 dan za prvu, a 58 dana za treću kategoriju, dok je u periodu 1862-1971. najdulje sušno razdoblje prve kategorije trajalo 32 dana, a treće 111 dana.

Teoretska razdioba čestina sušnih razdoblja za sve tri kategorije primjenom statističkog modela jednostavnih Markovljevih lanaca pokazuju u većini slučajeva dobro slaganje s empiričkim vrijednostima. Međutim, kod dugih sušnih perioda se pokazalo da se slijed sušnih dana ne može smatrati kao jednostavni Markovljev proces, jer uvjetna vjerojatnost za suhi dan iza suhog dana raste s dužinom perioda za sve tri kategorije. Ova činjenica je pokazana i za dugi niz Zagreba, za koji je izvršena modifikacija primjenjenog modela. Poka- zalo se da model Markovljevih lanaca drugog reda, kod kojeg su poznate ne samo ukupne čestine sušnih razdoblja, već i opažene čestine sušnih razdoblja od jednog dana i srednja prelazna vjerojatnost za sušni dan za n veći od jedan, daje bolje rezultate teoretskih čestina u uporedbi s empiričkim. Međutim, kako ova modifikacija zahtjeva i veći broj parameta- tara izračunatih iz uzoraka, a metoda jednostavnih Markov- vljevih lanaca daje dobre rezultate za većinu mjeseci, odre- djeni su povratni periodi sušnih razdoblja za sve tri kate- gorije, jednostavnim modelom. Za duga sušna razdoblja prema tome rezultate treba interpretirati kao minimalni broj dana u tom razdoblju.

Iz uvjetnih vjerojatnosti za kišni i sušni dan određen je koeficijent perzistencije, i promatrane su njegove vre- menske i prostorne promjene za procjenu varijabilnosti kiš- nih i sušnih razdoblja. Visoka perzistencija označuje da se sušna i kišna razdoblja pojavljuju u grupama, pa je zaklju- čeno da najveću tendenciju grupiranja pokazuju zapadniji

predjeli na većim visinama u hladno doba godine. Ljeti su prostorne razlike u koeficijentu perzistencije između istočnih i zapadnih predjela manje, a ujedno je i vrijednost ovog koeficijenta manja, pa su u to doba kišni, a time i sušni periodi više slučajno raspoređeni.

Za 30-godišnja razdoblja za Zagreb-Grič prikazane promjene koeficijenta perzistencije za sve tri kategorije sušnih razdoblja, su pokazale da perzistencija pada s većom graničnom oborinom između kišnih i sušnih razdoblja i da koeficijenti nisu konstantne veličine, pa se ukazalo na važnost proučavanja kako prostornih tako i vremenskih varijacija koeficijenta perzistencije za različite klasifikacije sušnih i kišnih razdoblja.

LITERATURA

- [1] *Brooks, C.E.P. and N. Carruthers, 1953: Handbook of Statistical Methods in Meteorology. Her Majesty's Stationary Office, London, str. 412.*
- [2] *Chatfield, D., 1966: Wet and dry spells. Weather, Vol. 21, 308-310.*
- [3] *Cook, D.S., 1953: The duration of wet and dry spells at Moncton, N.B., QJRMS, Vol. 79, 536-538.*
- [4] *De Lannoy, W. and H. Declair, 1971: Long dry spells at Uccle-Brussels (Belgium) and related circulation patterns (1886-1965). Tijdschrift van de Belgische Vereniging voor Aardrijkskundige Studies. Jaargang XL, No. 2, 247-262.*
- [5] *Delijančić, I. 1965: Beskišni periodi u Jugoslaviji u periodu 1951-60. U publikaciji: "Agroklimatsko izučavanje suše u Jugoslaviji" Savezni hidrometeorološki zavod, Beograd.*
- [6] *Gabriel, K.R. and J. Neumann, 1962: A Markov chain model for daily rainfall Occurrence at Tel Aviv. QJRMS, Vol. 88, 90-95.*
- [7] *Geofizički zavod, opservatorij Zagreb-Grič: Klimatski podaci opservatorija Zagreb-Grič za period 1862-1967. Sveučilište u Zagrebu, 1970.*
- [8] *Jovanović S. i N. Djordjević, 1974: Sušni periodi, njihovo trajanje i entropija (Fenomen suše), Beograd, (nepublicirano).*
- [9] *Juras, J., 1973: Procjena čestina sušnih razdoblja u Jugoslaviji primjenom modela Markovljevih lanaca. IX Savjetovanje klimatologa Jugoslavije, Pale-Stambolčić, 27-29 Juni 1973, 179-187.*
- [10] *Jurčec, V., 1974: Statistical analysis of dry spells and Rainfall extremes during 1947-1971. Proceedings of the 13th International Meeting on Alpine Meteorology, Saint - Vincent, 17-19. September 1974. Rivista Italiana di Geofisica Vol. I (1975), 125-133.*

- [11] *Jurđec, V., 1974: Statistička analiza oborinskog režima u gornjem slivu rijeke Save u dugogodišnjim periodima u odnosu na količine oborina u periodu rujan-listopad 1974. godine. Izvanredne meteorološke i hidrološke prilike u SR Hrvatskoj za vrijeme poplava u rujnu i listopadu 1974. godine. RHMZ SRH, Zagreb, 1974, 69-76.*
- [12] *Longley, R.W., 1953: The length of dry and wet periods. QJRMS, Vol. 79, 520-527.*
- [13] *Savezni hidrometeorološki zavod, 1957: Padavine u Jugoslaviji 2. Rezultati osmatranja za period 1925-40, Beograd.*
- [14] *Tafra, T., 1974: Analiza kišnih i sušnih razdoblja za Zagreb-Grič u periodu 1862-1971. SHMZ (nepublicirano).*
- [15] *Weiss, L.L., 1964: Sequences of wet and dry days described by a Markov chain probability model. Mon. Wea. Rev. Vol. 92, 169-176.*
- [16] *Wiser, E.M., 1965: Modified Markov probability models of sequences of precipitation events. Mon. Wea. Rev., Vol. 93, 511-516.*
- [17] *WMO Technical Note 71, 1966: Statistical analysis and prognosis in meteorology, Geneva, 197.*

LIST OF TABLES

1. Absolute frequencies of dry spells (daily precipitation amount less than 0.1 mm) for each month at Zagreb-Grič, 1862-1971
2. χ^2 -test and Kolmogorov test for the distribution of frequencies of dry (a) and wet (b) spells. Zagreb-Grič, 1862-1972
3. Conditional probabilities at Zagreb-Grič 1862-1972
4. χ^2 -test and Kolmogorov test for the distribution of frequencies of dry spells according to the Markov chain model of the second order. Zagreb-Grič, 1862-1972
5. The coefficients of persistence for three categories of dry spells. Zagreb-Grič 1862-1971

LIST OF FIGURES

1. Region of the upper part of Sava river basin. Stations and their altitudes
2. Distribution of absolute cumulative frequencies for January, April, July and August. Rateče-Planica, 1947-71
3. The empirical conditional probabilities $P_e(S/S)$ for categories 0.1, 1.0, 5.0 mm compared with the constant values $P(S/S)$ (straight lines) used in the model, for four midseasonal months. Rateče-Planica, 1947-71
4. Secular variation of the mean annual frequencies of wet days ($RR \geq 0.1$ mm and $RR \geq 1.0$ mm) and their ratio Q .
5. The dependence of conditional probability $P(S_{n+1}/S_n)$ on the duration of dry period (n) based on the frequency of dry spells at Zagreb-Grič, 1862-1972
- 6a. Return periods of dry spells (category 0.1 mm). Jezersko, 1947-71
- b. The same, as 6a. for Celje
- 7a. The same as 6a. for category 1.0 mm
- b. The same as 6b. for category 1.0 mm
- 8a. Return periods of dry spells (category 1.0 mm). Zagreb-Grič 1862-1971
- b. Return periods of dry spells (category 5.0 mm). Zagreb-Grič 1862-1971
- 9a. Return periods of dry spells (category 5.0 mm) Jezersko, 1947-1971
- b. Return periods of dry spells (category 5.0 mm). Celje 1947-1971

- 10a. The coefficient of persistence r_B and r and climatological probabilities $P(S)$ for categories 0.1, 1.0 and 5.0 mm. 30-years periods, Zagreb-Grič
- b. Conditional probabilities $P(S/S)$ and $P(K/K)$, and climatological probabilities $P(K)$ for categories 0.1, 1.0, 5.0 and 10.0 mm. 30-years periods, Zagreb-Grič
- 11.1. Space distribution of annual mean values $P(S/S)$ over Yugoslavia for the period 1951-1960
- 11.2. Space distribution of annual mean values of the coefficient of persistence $r/S, S/ = r/K, K/$
- 11.3. Space distribution of the coefficient of persistence during summer season (1925-1940). From [9].

THE STATISTICAL ANALYSIS OF DRY AND WET SPELLS BY THE APPLICATION OF MARKOV CHAIN PROBABILITY MODEL

SUMMARY

The statistical Markov chain probability model has been based on the assumption that the probability of rainfall on any day depends only on the circumstances whether the previous day was wet or dry. These circumstances define the conditional probabilities, the only parameters in this simple model, which together with the absolute probabilities for a dry or wet day give an estimate for the theoretical frequencies of dry or wet spells.

A dry spell of length n is defined as a sequence of n -dry days preceded and followed by a wet day. Dry days are classified in three categories depending on the precipitation amount in 24 hours as less than 0.1 mm, 1.0 mm and 5.0 mm, respectively. The frequency distribution for dry spells was estimated for each month during the period 1947-1971 in the upper part of the Sava river basin (Fig.1).

It has been shown that the highest frequencies of dry spells (Fig. 2) occur during the cold season of the year (September to March) and the lengths of the longest spells were decreasing from the western stations at higher altitudes to the eastern stations downslope of the Alps. Using the simple model, the theoretical frequencies for short spells somewhat overestimate, and for longest spells underestimate the observed frequencies (Fig. 3). Better results are achieved by the Markov chain model of the second order.

The probability expressed in terms of an average recurrence interval was shown for selected stations in the area for each month (Figs. 6-10). Comparison with the long term records at Zagreb (1862-1971) indicates that in the considered period particularly October appears as an outstanding month with much longer dry spells, indicating clearly a climatic change in the precipitation regime of October.

Finally, the model was applied for the estimation of persistence, which has shown that the persistence also decreases from the west to the east in the area, and from the colder to the warmer months. Comparison with the distribution of persistence for the entire area of Yugoslavia (Fig. 13.2, 13.3) shows that the largest persistence is found in the mountainous area of Slovenia and along the Adriatic coast. During the summer the coefficient of persistence is generally lower. This indicates that during the cold season particularly at higher altitudes, dry as well as wet spells, appear in clusters, whereas in summer the rainy days are much more randomly distributed.