

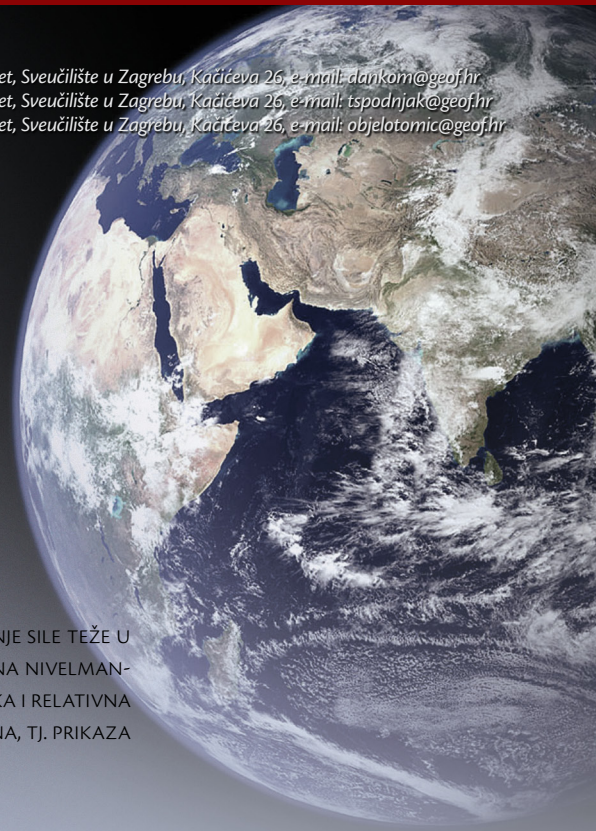
dr. sc. Danko Markovinović, dipl. ing. geod.
Tanja Špodnjak, mag. ing. geod. et geoinf.
Olga Bjelotomić, dipl. ing. geod.

► Zavod za geomatiku, Katedra za državnu izmjeru, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, e-mail: dankom@geof.hr
► Zavod za geomatiku, Katedra za državnu izmjeru, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, e-mail: tšpodnjak@geof.hr
► Zavod za geomatiku, Katedra za državnu izmjeru, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, e-mail: objelotomic@geof.hr

UTJECAJ SILE TEŽE U GEOMETRIJSKOM NIVELMANU

SAŽETAK

U RADU SE DAJE PRIKAZ PODJELE SUSTAVA VISINA S OZBIROM NA NAČIN NA KOJI SE UZIMA UBRZANJE SILE TEŽE U NJIHOVOM ODREĐIVANJU I DEFINIRANJU. U PRAKTIČNOM DIJELU RADA PRIKAZANA SU I OBJAŠNJENA NIVELMANSKA I GRAVIMETRIJSKA IZMJERA NA TEST PODRUČJU ŠESTINA. OBAVLJENA SU PRECIZNA NIVELMANSKA I RELATIVNA GRAVIMETRIJSKA MJERENJA U SVRHU USPOREDBE NORMALNIH ORTOMETRIJSKIH I NORMALNIH VISINA, TJ. PRIKAZA UTJECAJA MJERENJA UBRZANJA SILE TEŽE DUŽ GEOMETRIJSKOG NIVELMANSKOG VLAKA.



KLJUČNE RIJEČI
sustavi visina
geometrijski nivelman
relativna gravimetrija
gravimetrijska
i nivelmanska izmjera
područje Šestina
usporedba normalnih
i ortometrijskih visina

1. UVOD

Jedna od osnovnih zadaća geodezije je određivanje oblika geoida kojeg smatramo referentnom plohom potencijala ubrzanja sile teže koja opisuje oblik Zemlje. Geoid je tzv. ekvipotencijalna ili nivo ploha istog potencijala sile teže, kontinuirana je, prostorno razvedena i zatvorena. U svrhu korištenja visinskih koordinatnih sustava, geoid se definira kao referentna ploha (nulte visine) za određivanje apsolutnih visina i u svakoj svojoj točki je okomita na smjer sile teže.

Problem određivanja oblika Zemlje povezan je s modeliranjem Zemljinog polja ubrzanja sile teže, odnosno plohe geoida. Stoga se polju ubrzanja sile teže posvećuje veliki značaj u geodeziji. Visine točaka na Zemljinoj površini definiraju se u odnosu na neku referentnu plohu, najčešće nivo plohu mora. Postoji više sustava visina koji se razlikuju s obzirom na način na koji se uzima u obzir ubrzanje sile teže. Polje ubrzanja sile teže ima veliki značaj i za određivanje te definiranje visina. S obzirom da nije poznata točna distribucija dubinskih masa, na Zemljinoj površini se mjere njeni efekti putem raznih fizikalnih veličina, te se upotrebljavaju u modeliranju polja sile teže. Postoje razni geodetski zadaci koji zahtijevaju vrijednost visina točaka u realnom polju sile teže Zemlje.

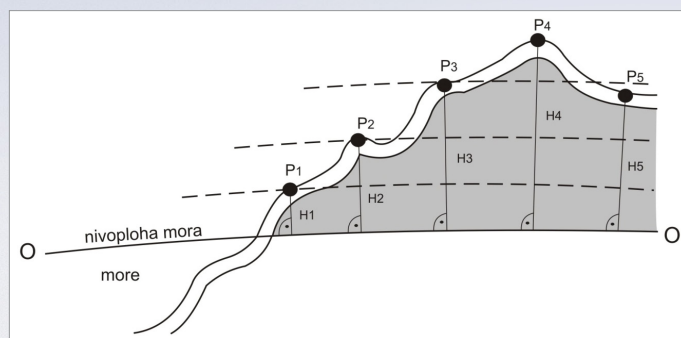
2. SUSTAVI VISINA

Sustavi visina međusobno se razlikuju s obzirom na način na koji se uzima u obzir ubrzanje sile teže prilikom njihova definiranja. Geopotencijalne kote definirane su kao razlika potencijala dviju nivoploha. One nemaju dimenziju visina i služe za određivanje drugih sustava visina. Dinamičke visi-

ne se dobiju dijeljenjem geopotencijala s normalnom vrijednosti ubrzanja sile teže (koja je konstanta) i nemaju karakter visina, iako imaju dimenziju visina. Geopotencijalne kote i dinamičke visine se mogu odrediti bez hipoteze o rasporedu masa u Zemljinoj unutrašnjosti, ali nemaju veći značaj u svakodnevnoj geodetskoj praksi. Ortometrijska visina, kao udaljenost od plohe geoida do neke točke na fizičkoj površini Zemlje duž vertikale kroz tu točku, definirana je u realnom polju sile teže Zemlje. Za njeno računanje potrebno je poznavanje srednje vrijednosti ubrzanja sile teže \bar{g} duž realne težišnice u točki mjerenja. Normalne visine su nastale zbog nemogućnosti određivanja ortometrijskih visina bez hipoteze o rasporedu masa unutar Zemlje. Definirane su u normalnom polju sile teže Zemlje dijeljenjem geopotencijala s poznatim srednjim normalnim ubrzanjem sile teže $\bar{\gamma}$. Sustav elipsoidnih visina je u potpunosti geometrijski definiran i ne ovisi o ubrzanju sile teže.

2.1 POJAM VISINE I VISINSKE RAZLIKE

Visina neke točke P_1, P_2, \dots, P_n je vertikalna udaljenost te točke od neke unaprijed usvojene nivoplohe, odnosno zamišljene plohe, koja je u svakoj svojoj točki okomita na smjer težišnice. Ukoliko uzmemo za nivoplohu da je srednja mirna razina mora, koju zamišljamo produženu ispod kontinenta, tada se vertikalna udaljenost točke P_1, P_2, \dots, P_n od naziva nadmorska ili apsolutna visina (slika 1), (Čubranić, 1974).



SLIKA 1. Pojam visine



Na slici 1. linija O-O predstavlja srednju mirnu razinu mora, odnosno nivoplohu mora produženu ispod kontinenta, a H_1, H_2, \dots, H_n su nadmorske visine točaka P_1, P_2, \dots, P_n . Ova razina odgovara srednjem vodostaju mora, koji se određuje opažanjima na mareografima kroz višegodišnje razdoblje. Visinske razlike dviju ili više točaka nazivamo relativnim visinama, a definiramo ih kao razliku vertikalnih udaljenosti između horizontalno postavljene ravnine na tim točkama i označavamo je sa Δh (Čubranić, 1974).

2.2 METODE ODREĐIVANJA VISINA

Danas razlikujemo nekoliko metoda za određivanje visina i visinskih razlika (vrsta nivelmana), a to su: geometrijski, trigonometrijski, hidrostatski, barometrijski nivelman, te GNSS (Global Navigation Satellite System) nivelman (Bašić, 2009).

Trigonometrijski nivelman je posredna metoda određivanja visinskih razlika mjerenjem vertikalnog kuta i horizontalne ili kose duljine između točaka. Primjenjuje se na neravnom, vrlo strmom terenu gdje se uporaba direktnih metoda mjerenja čini nepraktična i dugotrajna. Visinska razlika Δh između dviju točaka se dobije pomoću horizontalne udaljenosti između točaka i vertikalnog kuta φ pod kojim se točke dogledaju.

Hidrostatski nivelman se zasniva na principu spojenih posuda. Pribor za niveliranje se sastoji od dvije staklene cijevi, koje su međusobno spojene gumenim crijevom napunjenim tekućinom (alkoholom ili destiliranom vodom). Prema zakonu spojenih posuda razina vode u jednoj i drugoj posudi je ista, a pored vizualnog očitavanja, moguće je i precizno očitavanje posebnim mjernim uređajima.

Barometrijski nivelman se zasniva na principu da tlak zraka pada s porastom visine, moguće je određivati visinske razlike na temelju mjerenja tlaka zraka. Kako bi mogli određivati visinske razlike ovom metodom, potrebno je poznavati nadmorske visine točaka na kojima počinje i završava mjerenje. Na taj način se kalibrira mjerna skala barometrijskog nivelmana.

GNSS nivelman je kombinacija globalnih navigacijskih satelitskih sustava i geoida, dobivaju se elipsoidne visine, koje same po sebi nemaju konkretnu upotrebu, već ih je korištenjem lokalnog modela geoida potrebno pretvoriti u neki od postojećih sustava visina.

Geometrijski nivelman je metoda određivanja visinska razlika δh između točaka A i B pomoću horizontalne vizure. Na točke se postavljaju mjerne letve, a između njih nivelir. Visinsku razliku δh dobijemo iz razlika očitavanja na letvama.

Prema namjeni nivelman možemo podijeliti na generalni i detaljni. Generalnim nivelmanom se određuju nadmorske visine osnovnih repera. Detaljni nivelman se veže na generalni, a služi za određivanje visina niza točaka koje karakteriziraju vertikalni prikaz terena. Generalni nivelman se prema traženoj točnosti (Kapović, 2008) dijeli na: a) *Nivelman visoke točnosti* - niveliranje u oba smjera, iz sredine, točnost je izražena vjerojatnom slučajnom pogreškom η koja iznosi ± 1.00 mm/km i pridodaje joj se vrijednost vjerojatne sistematske pogreške δ , koja iznosi ± 0.20 mm/km; b) *Precizni nivelman* - niveliranje u oba smjera, iz sredine, $\eta = \pm 2.00$ mm/km i $\zeta = \pm 0.40$ mm/km; c) *Tehnički nivelman povećane točnosti* - niveliranje u oba smjera, iz sredine, $\eta = \pm 5.00$ mm/km i d) *Tehnički nivelman* - niveliranje u jednom smjeru, $\eta = \pm 8.00$ mm/km.

Geometrijski nivelman i ovisnost o putu niveliranja

Niveliranjem se dobivaju visinske razlike δh duž nivelmanske linije od početne točke P_1 do točke P_2 (slika 2). Suma niveliranih visinskih razlika može se pisati kao (Heiskanen i Moritz, 1967):

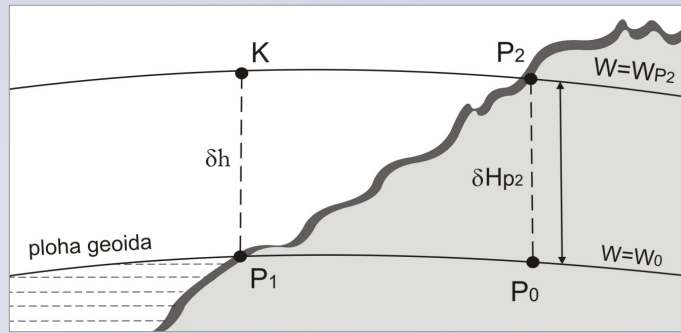
$$\Delta H = \sum_{P_1}^{P_2} \delta h = \int_{P_1}^{P_2} dh \quad (1)$$

Suma ovih niveliranih visinskih razlika neće biti jednaka razlici ortometrijskih visina točaka P_1 i P_2 , čak i kada bi uklonili sve sistematske i slučajne pogreške, uz pretpostavku apsolutne točnosti mjerenja. Razlog tome je neparalelnost nivoploha, zbog čega možemo reći da je nivelirana visina ΔH , koja se dobije zbrojem niveliranih visinskih razlika, ovisna o putu.

Neparalelnost nivoploha se može pokazati na slici 2. Ako niveliramo po

dva različita puta: a) od P_1 do točke K, pa zatim do točke P_2 i b) P_1 do točke P_0 , pa zatim do točke P_2 .

Za put a) veličina H_{P_2} je određena odsječkom $\overline{P_1K}$, dok je za put b) određena odsječkom $\overline{P_0P_2}$. Pri tome zbog neparalelnosti nivoploha vrijedi $\overline{P_1K} \neq \overline{P_0P_2}$. Kod mjerenja na kraćim udaljenostima, koja ne zahtijevaju visoku točnost, neparalelnost nivoploha se može gotovo zanemariti. Tada mjerena visinska razlika δh dviju točaka odgovara razlici ortometrijskih visina. Kod većih udaljenosti efekt neparalelnosti nivoploha može postići centimetarski iznos i više, te se ne smije zanemariti u geodetskim zadacima.



SLIKA 2. Geometrijski nivelman

Kako bi dobili stvarnu visinu H iznad nivoplohe potrebno je uzeti u obzir ubrzanje sile teže g , odnosno razliku potencijala, te slijedi (Heiskanen i Moritz, 1967):

$$-\delta W = g \delta n = g' \delta H_A \quad (2)$$

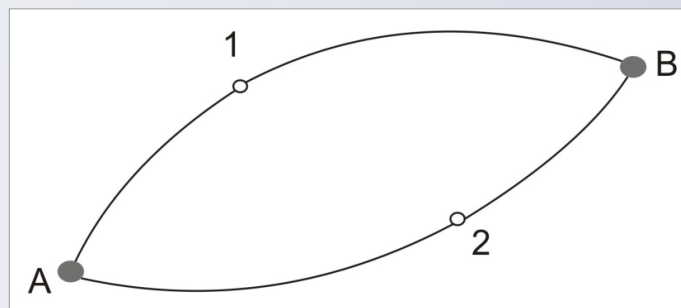
gdje je g ubrzanje sile teže na stajalištu, a g' sila teža duž težišnice točke A u δH_A , te vrijedi:

$$\delta H_A = \frac{g}{g'} \delta n \neq \delta n \quad (3)$$

Jednadžbom (2) izražena je fizička veza, što znači da nema direktne geometrijske povezanosti između nivelirane visinske razlike i ortometrijske visine. Ako se mjeri ubrzanje sile teže g tada imamo:

$$W_B - W_A = - \int_A^B g \delta n \quad (4)$$

te dobivamo integral neovisan o putu niveliranja, što znači da različite linije koje povezuju točke A i B moraju dati iste rezultate (slika 3). To slijedi iz činjenice da je W funkcija samo položaja, tako da svakoj točki odgovara jedinstvena vrijednost potencijala W . Dakle, ako niveliramo od točke A do točke B linijom 1, dobit ćemo isti rezultat kao da se nivelira od A do B linijom 2.



SLIKA 3. Zatvoreni poligon

Kako bi izračunali δh potrebno je mjeriti ubrzanje sile teže g duž nivelmanske strane, čime dobivamo razlike potencijala točaka čija se visinska razlika određuje. Razlike potencijala predstavljaju osnovu za sve teorije visina, te se i ortometrijske visine moraju razmatrati kao veličine izvedene iz razlike potencijala. Niveliranje bez mjerenja ubrzanja sile teže strogo gledano nema smisla, iako se primjenjuje u praksi, jer upotreba niveliranih visina vodi nezatvaranjima figura (Heiskanen, 1967).

Geopotencijalne kote

Geopotencijalna kота predstavlja o putu neovisan integral, koji se označava sa C i dan je izrazom (Torge, 1989):

$$C = \int_0^B gdn = W_0 - W_B = \Delta W \quad (5)$$

gdje je W_0 potencijal koji odgovara plohi geoida i iznosi $W_0 = 62\,636\,860.850 \pm 20 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (Wellenhof i Moritz, 2005). Izraz (5) predstavlja prirast potencijala ubrzanja sile teže uzet sa suprotnim predznakom, u točki B u odnosu na geoid. Geopotencijalna kота se izražava u geopotencijanim jedinicama, gdje vrijedi $1 \text{ GPU} = 1 \text{ kgal m}$, i to je zapravo razlika potencijala koja nema dimenziju visine. Da bi se dobila dimenzija za visine mora se podijeliti sa vrijednošću ubrzanja sile teže g , odnosno:

$$\text{VISINA} = \frac{\text{Razlika potencijala}}{\text{Ubrzanje sile teže}} \quad (6)$$

Dinamičke visine

Dinamičke visine mogu se definirati kao vrijednost koja se dobije dijeljenjem potencijala s normalnom vrijednosti ubrzanja sile teže γ_0^{45} na visini $H=0$ i širini $\varphi=45^\circ$, a dane su izrazom (Bašić, 2008):

$$H^{\text{din}} = \frac{C}{\gamma_0^{45}} \quad (7)$$

gdje je $\gamma_0^{45} = 9.806199203 \text{ ms}^{-2}$ za geodetski referentni sustav GRS80. Pri tome se dinamičke visine razlikuju od geopotencijalnih kота samo u jedinicama, jer se dijeljenjem s navedenom konstantom geopotencijalnu kotu pretvara u dužinu.

Ortometrijske visine

Ortometrijske visine definirane su kao linearna udaljenost od plohe geoida do točke na fizičkoj površini Zemlje, duž vertikale kroz tu točku (slika 4). Zbog toga imaju nejednak geometrijski i fizikalni značaj. Geopotencijalna kота točke B (slika 4) je dana kao:

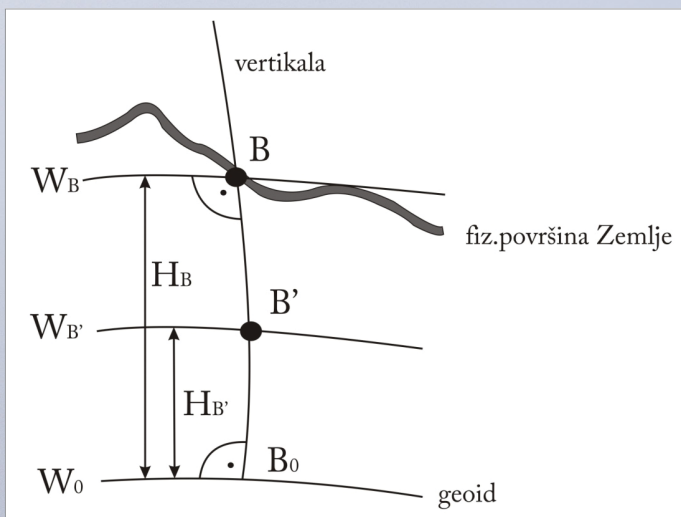
$$C_B = W_0 - W_B \quad (8)$$

gdje je H_B njena ortometrijska visina i predstavlja dužinu vertikale između točaka B i B_0 .

Vrijednost ortometrijske visine je dana kao:

$$H_B = \frac{C_B}{g} \quad (9)$$

gdje je \bar{g} srednja vrijednost ubrzanja sile teže duž vertikale između točke B_0 na geoidu i točke B na fizičkoj površini Zemlje.



SLIKA 4. Ortometrijske visine

Ortometrijska visina ovisi o srednjoj vrijednosti ubrzanja sile teže \bar{g} koja se ne može direktno mjeriti, već se može izračunati samo ukoliko je poznat raspored masa (gustoće) između geoida i fizičke površine Zemlje. Stoga je ortometrijske visine moguće izračunati samo uz hipoteze o rasporedu gustoće (Bašić, 2008).

Redukcija ubrzanja sile teže po Poincaré-Prey metodi

Da bi rezultate niveliranja pretvorili u ortometrijske visine potrebna je vrijednost ubrzanja sile teže g' unutar Zemlje. Budući da se g' ne može mjeriti, izračunava se redukcijom mjerenih vrijednosti sile teže na Zemljinoj površini po metodi Poincaré-Prey:

$$g_{B'} = g_B + 0.0848(H_B - H_{B'}) \quad (10)$$

gdje je g u $(10^{-5} \text{ ms}^{-2})$, a H u kilometrima.

Metode određivanja srednje vrijednosti ubrzanja sile teže

Kako bi dobili vrijednost ortometrijske visine neke točke potrebno je poznavati srednju vrijednost ubrzanja sile teže \bar{g} . S obzirom na način određivanja srednje vrijednosti ubrzanja sile teže danas postoji više metoda od kojih su najpoznatije Helmertova, Niethammerova i Maderova metoda. Helmertova metoda se zasniva na pojednostavljenoj Poincaré-Prey redukciji ubrzanja sile teže (ibid):

$$\bar{g} = g + 0.0424H \quad (g \text{ u } 10^{-5} \text{ ms}^{-2}, H \text{ u km}) \quad (11)$$

gdje g označava ubrzanje sile teže mjereno na Zemljinoj površini. Faktor 0.0424 odnosi se na normalnu gustoću $\rho = 2.67 \text{ gcm}^{-3}$. Konačni izraz za tzv. Helmertove visine glasi (Wellenhof i Moritz, 2005):

$$H = \frac{C}{g + 0.0424H} \quad (12)$$

gdje je C u g.p.u., g u 10^{-5} ms^{-2} , a H u kilometrima. Ova aproksimacija zamjenjuje reljef beskonačnom Bouguerovom pločom konstantne visine i gustoće.

U planinskim područjima i za postizanje najviše točnosti Helmertova metoda ponekad ne daje zadovoljavajuće rezultate, te je potrebno primijeniti strožu Prey-ovu redukciju u tri koraka. Praktičnu primjenu predložio je Niethammer, uzimajući u obzir utjecaj topografije, uz pretpostavku normalnog gradijenta slobodnog zraka $\partial\gamma/\partial\eta$, te da je od geoida do Zemljine površine gustoća konstantna.

Maderova metoda zasniva se na pretpostavci o linearnoj promjeni ubrzanja sile teže g duž vertikale. Pri tome je dovoljno izračunati \bar{g} kao aritmetičku sredinu iz ubrzanja sile teže g mjenjenog na Zemljinoj površini i ubrzanja sile teže g_0 izračunatog po metodi Prey-a u odgovarajućoj točki na geoidu P_0 .

Normalne visine

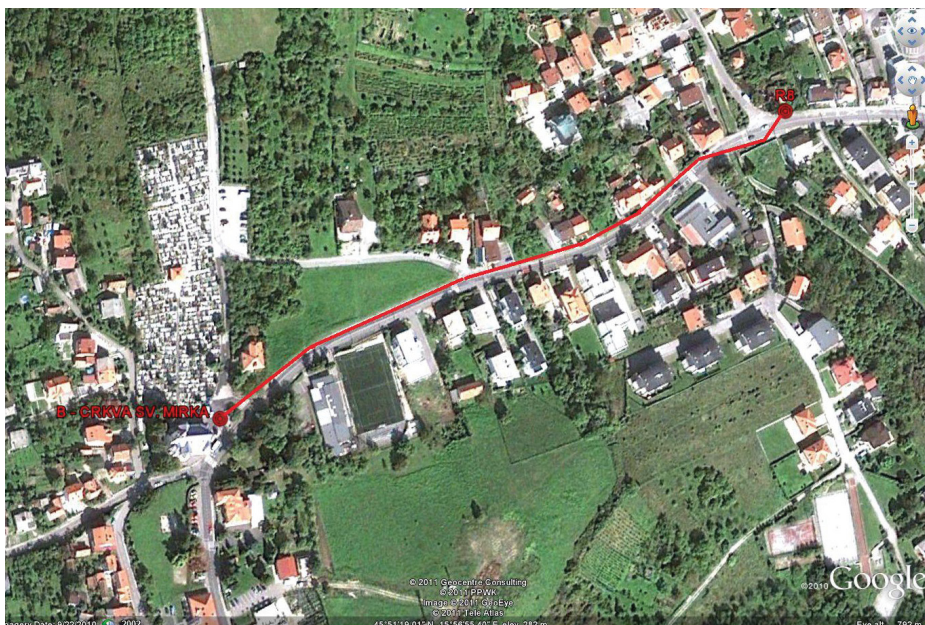
Kod normalnih visina realno polje sile teže Zemlje se zamjenjuje normalnim poljem te vrijedi $W = U, g = \gamma$ i $T = 0$. Uz ovu pretpostavku normalne visine H^N se računaju prema izrazu:

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (13)$$

Normalne visine uvodi M. S. Molodenski, koristeći normalno polje sile teže Zemlje umjesto realnog, budući da se bez hipoteza o rasporedu masa u Zemljinoj unutrašnjosti ne mogu odrediti ortometrijske visine, gdje je $\bar{\gamma}$ normalno srednje ubrzanje sile teže (Torge, 1989).

Elipsoidne visine

Elipsoidne visine možemo definirati kao udaljenost od referentne plohe (elipsoida) do točke promatranja, mjereno duž normale na elipsoid u toj točki. Sustav elipsoidnih visina je geometrijski definiran i potpuno je neovisan o Zemljinom polju sile teže. Značaj ovih visina je što se određuju satelitskim metodama mjerenja, odnosno pomoću GNSS-a. Kao što je poznato, GNSS-om se dobivaju globalne pravokutne koordinate koje se jednostavno mogu transformirati u sustav elipsoidnih geodetskih koordinata φ, λ, h .



SLIKA 5. Put nivelmanskih i gravimetrijskih mjerenja



SLIKA 6. Nivelmanska izmjera

3. ODREĐIVANJE VISINA I UBRZANJA SILE TEŽE NA TEST-PODRUČJU »ŠESTINE«

Odabrana lokacija za test-izmjernu nivelmanskog i gravimetrijskog vlaka se nalazi u Šestinama (zagrebačka podsljemenska zona). Nivelmanski vlak se proteže od repera R8 koji se nalazi na pročelju kuće Šestinski kraljevec br., duž Šestinske ceste do repera B, koji se nalazi u blizini crkve Sv. Mirka (slika 5). Područje obuhvata u jednom smjeru je u duljini od cca 620 m i karakterizira ga postupan rast terena.

U svrhu određivanja ortometrijskih visina u test-nivelmanskome vlaku i vrijednosti ubrzanja sile teže u gravimetrijskom vlaku, postavljeno je ukupno deset stajališta na kojima su obavljena nivelmanska i gravimetrijska mjerenja. Mjerenja su obavljena 13.05. i 14. 05. 2010. godine po sunčanom i toplom vremenu. Tijekom izmjere se na cesti odvijao gust promet.

3.1 NIVELMANSKA IZMJERA

Za određivanje visinskih razlika se koristio digitalni nivelir Leica DNA03 (slika 6). Nivelir Leica DNA03 (URL-1), koji je u vlasništvu Katedre za državnu izmjernu Zavoda za geomatiku Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu i dolazi u kompletu s kodnom teleskopskom letvom. Slika kodnog dijela letve preslikava se u instrumentu i predstavlja referentni signal. Za vrijeme mjerenja vidljivi dio letve se snimi linijskim dekodrom, što predstavlja mjerni signal. Taj mjerni signal se uspoređuje s referentnim, te se dobivaju podaci o visini i horizontalnoj udaljenosti. Za potrebe mjerenja je korištena i nivelmanska papuča. Za početnu i završnu točku nivelmanskog vlaka uzet je reper R8, čija normalna ortometrijska visina u novom visinskom datumu HRVS71 iznosi 255,2560 m.

Izmjerna nivelmanske figure je obavljena metodom preciznog nivelmana u zatvorenom nivelmanskome vlaku. U nivelmanskome vlaku je potrebno zadovoljiti uvjet da je zbroj visinskih razlika jednak nuli. Ovaj uvjet prilikom izmjere na terenu ujedno služi kao kontrola u svrhu uočavanja eventualnih grubih pogrešaka. U nivelmanskome vlaku duljine 1220,08 m suma visinskih razlika nesugla-

sica zatvaranja figure iznosila 1,7 mm. Važno je napomenuti da je visinska razlika od repera R8 do točke B iznosila 35,01 m na duljini od 610,04 m.

Izjednačenje ukupno 24 visinske razlike se obavilo po metodi najmanjih kvadrata (Feil, 1989). Definitivne vrijednosti visina točaka nivelmanskog vlaka i pripadajuća ocjena točnosti, prikazane u tablici 1.

3.2 GRAVIMETRIJSKA IZMJERA

Za određivanje razlika ubrzanja sile teže u terenskoj izmjeri se koristio relativni gravimetar AutoGrav Scintrex CG-5 u vlasništvu Katedre za državnu izmjernu Zavoda za geomatiku Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Mjerni sustav se zasniva na kvarcnom sustavu izvrsnih elastičnih svojstava, čime je omogućeno njegovo korištenje bez istezanja i pojave naglih šokova. Na ispitnu masu djeluje sila teža, koja je uravnotežena pomoću opruge i relativno male elektrostatičke sile koja vraća test masu u početno stanje. Nulti položaj test mase se nalazi 8,9 cm od donjeg ruba instrumenta, a određuje se pomoću kapacitativnog mjernog pretvarača koji se mijenja uslijed promjene iznosa ubrzanja sile teže. Mjera relativne vrijednosti ubrzanja sile teže na stajalištu je povratni napon, koji se konvertira u digitalni signal i kao takav odlazi na obradu u sustav za prikupljanje podataka, prikaz na ekranu i pohranu u memoriju. Više o relativnom gravimetru Scintrex CG-5 vidi u (Markovinović, 2008; Markovinović, 2009; Scintrex Ltd, 2010).

Mjerni signal zasniva se na jedno-sekundnim vremenskim intervalima, što znači da se jednom svake sekunde analogni signali prikupljaju, a na ekranu se osvježavaju podaci za vrijednost ubrzanja sile teže i pripadajuće statističke vrijednosti. Tijekom mjerenja upravljački i kontrolni mehanizmi relativnog gravimetra CG-5 primjenjuju korekcije i obrađuju signal mjerenja iz senzora, pohranjuju podatke i primjenjuju kontrolne funkcije.

Geometrijskim nivelmanom su određene visine točaka unutar nivelmanskog vlaka na test području Šestina. Kako bi dobili ortometrijske visine istih točaka, potrebno je poznavati vrijednosti ubrzanja sile teže na tim točkama. Ubrza-

Točka	H [m]	st.dev. [mm]
1	255,525	0,003
2	257,622	0,004
3	260,738	0,005
4	264,579	0,006
5	268,250	0,007
6	271,879	0,008
7	275,671	0,008
8	279,471	0,009
9	282,932	0,009
10	286,757	0,009
B	290,268	0,010

TABLICA 1. Izjednačene visine točaka i pripadajuća ocjena točnosti

Točka	g [10^{-5} ms^{-2}]	st. dev. [10^{-9} ms^{-2}]
R8	980658,853	0,021
1	980658,970	0,029
2	980658,739	0,036
3	980657,948	0,046
4	980656,953	0,058
5	980656,035	0,050
6	980655,256	0,054
7	980654,447	0,058
8	980653,570	0,062
9	980652,777	0,065
10	980651,786	0,068
B	980650,924	0,071

TABLICA 2. Računanje geopotencijalnih kota i ortometrijskih visina

nje sile teže na točkama nivelmanske figure određeno je relativnom gravimetrijskom metodom, tj. mjerenjem razlika ubrzanja sile teže između pojedinih točaka, paralelno sa izvedbom geometrijskog nivelmana.

Prije terenskih mjerenja postavljeni su parametri mjerenja. Parametri mjerenja se odnose na identifikator mjerenja, ime korisnika, ime mjernika, koordinate i oznaku točke. Samo mjerenje se obavljalo u 5 ponavljanja po 60 sekundi. U postavkama mjerenja nije korišten seizmički filter. Pri gravimetrijskoj izmjeri se vodio zapišnik s podacima visine instrumenta, tlaka zraka (hPa) i temperature (°C). Mjerenja su izvedena metodom profila. Početna točka gravimetrijskog vlaka je bila točka iz Gravimetrijske mreže Grada Zagreba TM26 na Mirogoju, čija vrijednost ubrzanja sile teže iznosi $980650,858 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ (Markovinović, 2009).

Tijekom mjerenja ubrzanja sile teže, mjerni sustav i interni softver automatski obrađuju sljedeće korekcije: korekciju nagiba, temperaturnu kompenzaciju i korekciju zbog utjecaja Zemljinih plimnih valova (Markovinović, 2008). Naknadnom obradom provedene su korekcije zbog visine instrumenta, promjene atmosferskog tlaka, promjene položaja pola Zemlje i hoda gravimetra. U našem slučaju hod gravimetra modeliran je metodom linearne regresije, na temelju ponovljenih mjerenja na gravimetrijskoj točki TM26 na Mirogoju.

U gravimetrijskom vlaku su izmjerene 24 razlike ubrzanja sile teže, koje su izjednačenje po metodi najmanjih kvadrata u programskom paketu Columbus (URL-2). Definitivne vrijednosti ubrzanja sile teže na točkama gravimetrijskog vlaka i pripadajuća ocjena točnosti, prikazane su u tablici 2.

3.3 USPOREDBA VISINA

Nakon što su izjednačenjem određene vrijednosti ubrzanja sile teže za svaku točku unutar nivelmanske figure, te njihove normalne ortometrijske visine, obavljena su računanja geopotencijalnih kota i ortometrijskih visina opažanih točaka. U tablici 3. prikazane su vrijednosti geopotencijalnih kota točaka, te srednja vrijednost ubrzanja sile teže, te izračunate ortometrijske visine.

Iz tablice se vidi da je minimalna razlika od 2,8 mm u točki 1, a maksimalna od 3,6 mm u točki B, koja se nalazila u blizini crkve. Navedene vrijednosti nisu zanemarive kod preciznih geodetskih zadataka, te se obavezno kod zahtjevnijih geodetskih područja (velike visinske razlike, veliki nagib terena) duž nivelmana treba odrediti vrijednosti ubrzanja sile teže u svrhu definiranja i računanja ortometrijskih visina.

4. ZAKLJUČAK

U geodetskoj upotrebi postoji više visinskih sustava. Navedeni sustavi visina se međusobno razlikuju s obzirom na način na koji se uzima u obzir ubrzanje sile teže prilikom njihova definiranja, odnosno s obzirom na odabir referentne plohe.

Visine i visinske razlike između točaka na fizičkoj površini Zemlje najčešće se u geodetskoj praksi određuju metodom geometrijskog nivelmana. Ukoliko se nivelira po zatvorenoj nivelmanskoj figuri, suma niveliranih visinakah razlika neće biti jednaka nuli unatoč uklanjanju svih sistematskih i slučajnih pogrešaka, te uz apsolutnu točnost mjerenja. Razlog tome je neparalelnost nivoploha, zbog čega je nivelirana visina ΔH ovisna o putu. Kako bi dobili jednoznačna mjerenja, neovisna o putu niveliranja, potrebno je uzeti u obzir utjecaj ubrzanja sile teže u nivelmanskim mjerenjima.

U praktičnom dijelu rada geometrijskim nivelmanom određene su precizne visine točaka unutar nivelmanske figure u Šestinama, prilikom čega je nezatvaranje figure iznosilo 1,7 mm. S ciljem uklanjanja utjecaja neparalelnosti nivoploha na nivelirane visinske razlike, te računanja ortometrijskih visina, paralelno s nivelmanom izvedena su i relativna gravimetrijska mjerenja razlika ubrzanja sile teže između točaka unutar figure. Prilikom obra-

Točka	H [m]	C [g.p.u.]	[10^{-5} m/s^2]	H _{orto} [m]	(H _{orto} -H) [m]
1	255,526	250,586	980658,993	255,529	0,0028
2	257,625	252,645	980658,753	257,627	0,0029
3	260,736	255,696	980657,962	260,739	0,0029
4	264,477	259,364	980656,967	264,480	0,0030
5	268,249	263,063	980656,050	268,252	0,0031
6	271,880	266,624	980655,278	271,884	0,0032
7	275,670	270,340	980654,468	275,674	0,0033
8	279,474	274,070	980653,591	279,477	0,0034
9	282,931	277,461	980652,805	282,935	0,0035
10	286,759	281,214	980651,814	286,762	0,0036
B	290,270	284,657	980650,948	290,274	0,0036
				min	0,0028
				maks	0,0036
				stdev	0,0003
				sredina	0,0032

TABLICA 3. Računanje geopotencijalnih kota i ortometrijskih visina

de podataka gravimetrijska očitavanja su korigirana za redukciju zbog visine instrumenta. promjene tlaka zraka i zbog gibanja pola Zemlje. te za hod gravimetra modeliran metodom linearne regresije. Konačne vrijednosti ubrzanja sile teže u točkama nivelmanske figure određene su izjednačenjem po metodi najmanjih kvadrata. Prije nego se pristupilo računanju ortometrijskih visina. određene su geopotencijalne kote točaka. kao direktan rezultat nivelmana kombiniranog s mjerenjem ubrzanja sile teže. Srednja vrijednost ubrzanja sile teže u pojedinoj točki izračunata je po Helmertovoj metodi primjenom pojednostavljene Poincaré-Prey redukcije ubrzanja sile teže. Na temelju izračunatih geopotencijalnih kota i srednje vrijednosti ubrzanja sile teže određene su ortometrijske visine točaka unutar nivelmanske figure.

Usporedbom izračunatih ortometrijskih i niveliranih visina uočava se da je minimalna razlika između niveliranih i ortometrijskih visina na početku nivelmanskog vlaka, u točki 1 iznosa 2,8 mm, maksimalna u točki 3,6 mm. Dobivene razlike u visinama točaka su značajne za visokoprecizne geodetske radove i pokazuju da se ubrzanje sile teže obavezno mora uzeti u obzir pri svim ozbiljnijim radovima u geodetskoj praksi. To se posebno odnosi na brdsko-planinska područja, gdje su veće visinske razlike i promjene ubrzanja sile teže, te na dulje nivelmanske vlakove u takvim područjima gdje efekt neparalelnosti nivoploha može doseći centimetarsku vrijednost i više.

LITERATURA

- › Bašić, T. (2008): Predavanja iz kolegija Državna izmjera, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- › Bašić, T. (2009): Predavanja iz kolegija Fizikalna Geodezija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- › Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- › Heiskanen, W. A.; Moritz, H. (1967): Physical geodesy, W. H. Freeman, San Francisco.
- › Wellenhof, B.H.; Moritz, H.(2005): Physical geodesy, Springer WienNewYork.
- › Kapović, Ž. (2008): Predavanja iz kolegija Inženjerska geodezija u graditeljstvu, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- › Markovinović, D. (2008): Signal ubrzanja sile teže mjeren relativnim gravimetrom Scintrex CG-5 u Gravimetrijskoj mreži grada Zagreba. Zbornik radova I. simpozija ovlaštenih inženjera geodezije »Hrvatska geodezija - izazovi struke u 21. stoljeću«, Zagreb
- › Markovinović, D. (2009): Gravimetrijski referentni sustav Republike Hrvatske, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- › Scintrex Limited (2010): Operation manual Scintrex Autograv CG-5, Scintrex Limited, Concord, Ontario, Canada.
- › Torge, W. (1989): Gravimetry, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- › URL-1: <http://www.leica-geosystems.com>, (10.05.2010.).
- › URL-2: <http://www.bestfit.com>, (17.12.2010.).