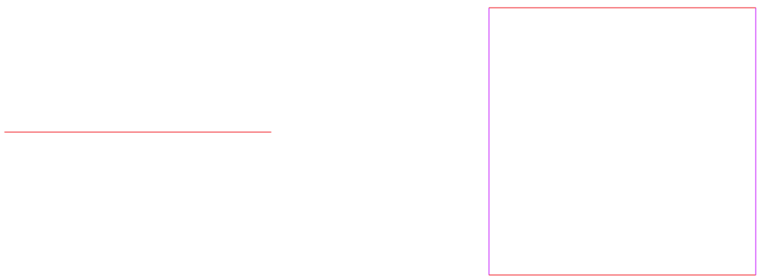
Hiperprostor

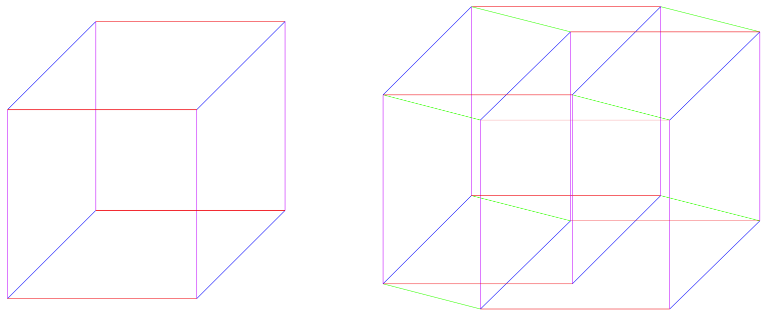
Tomislav Herman

Nije nam teško zamisliti jednodimenzionalni, dvodimenzionalni, pa i trodimenzalni prostor, to su redom pravac, ravnina i prostor (naš prostor gdje mi živimo). Očito je da u našem 3D prostoru kroz jednu točku možemo provući 3 međusobno okomita pravca, u 2D prostoru možemo samo 2 takva pravca, a u 1D samo jedan pravac. Vidimo da broj međusobno okomitih pravaca sa jednom zajedničkom točkom odgovara stupnju prostora. Kad bi postojao neki prostor u kojem se može jednom točkom provući 4 međusobno okomita pravca, to bi očito bio četverodimenzionalni prostor. To je nama neshvatljivo zato jer mi živimo, bolje reći, mi možemo djelovati u trodimenzionalnom prostoru, možemo se kretati naprijed-nazad, gore-dolje, lijevo-desno. Svaka naša pozicija može se odrediti pomoću 3 broja (x, y, z). Ako uzmemo neku točku kao ishodište i tada tom točkom možemo provući, kao što smo rekli, 3 međusobno okomita pravca x, y i z, tada je x naša udaljenost od ishodišta po pravcu x, y po pravcu y, a z po pravcu z. Zamislimo sada neki pravac t koji prolazi ishodištem i okomit je na x, y i z. Tada bi naš položaj u četverodimenzionalnom prostoru bio određen uređenom četvorkom (x, y, z, t). Teoretski postoji još pravaca okomitih na prethodne a da prolaze kroz ishodište. Recimo da ih ima n, tada je naš položaj u n-terodimenzionalnom prostoru određen uređenom n-torkom $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$. No čemu sve to kad si mi ne možemo predočiti ni četverodimenzionalni prostor. Da si olakšamo možemo promatrati odnos između dvodimenzionalnog i trodimenzionalnog prostora.
Zamislimo da postoje neki dvodimenzionalni matematičari koji se mogu gibati samo naprijed-nazad i gore-dolje. Njihova bi ravnina bila uronjena u trodimenzionalni prostor, ali oni ne bi mogli komunicirati s njim. Kod njih bi se kroz jednu točku mogla provući samo 2 okomita pravca. No, mi



Dužina (1D) i kvadrat (2D)

vidimo da se kroz tu istu točku mogu provući 3 međusobno okomita pravca. To što se nama čini logičnim njima se čini nemogućim (naime, oni bi od tog pravca vidjeli samo 1 točku i to onu koja se dobije kao presjek tog trećeg pravca i njihove ravnine, tj. ishodište njihovog sustava) . Na isti način se nama čini nemoguće kroz jednu točku provući 4 međusobno okomita pravca, a možda bi to nekim četverodimenzionalnim matematičarima bilo logično (kad bi postojali). Mi bismo tad od tog četvrtog pravca vidjeli samo 1 točku: presjek tog pravca s našim prostorom, tj. ishodište našeg sustava. Evo još jednog primjera. Zamislimo dvodimenzionalni zoološki vrt, koji posjećuju dvodimenzionalni matematičari. U tom zoološkom vrtu , među ostalim, jedan dvodimenzionalni tigar u dvodimenzionalnom kavezu i jedan dvodimenzionalni matematičar izvan kaveza koji uživa u pogledu na tigra. Možemo to predočiti kao točku (tigar) unutar pravokutnika (kavez) i još jednu točku izvan pravokutnika (matematičar). Taj matematičar osjeća se sigurno jer tigar ne može ni naprijed ni nazad ni lijevo ni desno, matematičar i tigar su potpuno odvojeni. A sad nastupamo mi. Uzmemo tigra, podignemo ga iz te ravnine (iz njegovog svijeta), prebacimo preko granice kaveza i vratimo natrag na ravninu. Više nema dvodimenzionalnog matematičara (pretpostavimo da je tigar gladan). Dvodimenzionalni matematičar ne bi ni znao što ga je snašlo. Najprije bi vidio tigra unutar kaveza, zatim bi tigar nestao, pa bi se pojavio izvan zatvora i, da više ne pričamo... A sad ovaj događaj dignimo za jednu dimenziju i mi se stavimo u ulogu dvodimenzionalnog matematičara, samo što smo mi sad 3D matematičari, unutar 3D kaveza je 3D tigar i sve to promatra jedan 4D matematičar, a mi i ne slutimo njegove namjere. Mi se osjećamo sigurno, tigar ne može ni naprijed, ni nazad ni lijevo ni desno, ni gore ni dolje (recimo da je kavez ograđen i s gornje i s donje strane radi još veće sigurnosti). Sada nastupa 4D matematičar, uzima tigra vadi ga iz našeg prostora i prebacuje preko granica kaveza i zatim ga vraća opet u naš prostor. Mi vidimo tigra unutar kaveza koji na trenutak nestaje i odmah potom se pojavljuje među nama, užasno zar ne? Sva sreća da ne postoje 4D matematičari. Postavlja se pitanje možemo li se zaštititi od 4D matematičara. Pogledajmo kako bismo zaštitili 2D matematičare od nas samih. Jedna od logičnih mogućnosti je da ih ogradimo jednim 3D kavezom oblika kvadra tako da je presjek tog kvadra i njihove ravnine upravo taj kavez u kojem se nalazi. Naime oni ne bi bili svjesni te zaštite, ali kad bi, znali bi koliko su sigurniji. E sad, da li se mi možemo zaštititi. Sami ne možemo, ali pretpostavimo da postoje dobri 4D matematičari koji bi to za nas učinili. Oni bi nas mogli ograditi nečim što odgovara našem kvadru u njihovom sustavu. Nazovimo to hiperkvadar. Sad bi presjek tog hiperkvadra s našim prostorom bio kvadar i mi ne bismo ni bili svjesni te zaštite. Sad kad nam je malo jasnija predodžba 4D prostora vratimo se malo matematici. U 1D sustavu postoji samo jedna vrsta ograničenog skupa točaka, to je dužina i veličinu tog podskupa možemo izraziti **duljinom (m)**. Dignimo se sad u sljedeću dimenziju: ravninu. Tu se broj vrsta ograničenih skupova točaka proširuje, osim dužine pojavljuje se i geometrijski lik čiju veličinu izražavamo duljinom^2 (m^2)- **površinom**. Sljedeća dimenzija, prostor ima još veći broj vrsta ograničnih skupova točaka. Osim dužine i geometrijskog lika postoji geometrijsko tijelo čiju veličinu izražavamo duljinom^3 (m^3)-**volumenom**. U četverodimenzionalnom sustavu osim dužina, likova i



Kocka (3D) i hiperkocka (4D)

tijela postoje hipertijela čija se veličina analogno izražava s duljinom^4 (m^4) i tu veličinu zovemo hipervolumen. Promotrimo sad obitelj kvadrata (duljine stranice a) kroz dimenzije. U 2D sustavu najsloženiji član te obitelji je sam kvadrat čija se površina izražava sa a^2, u 3D sustavu najsloženiji član je kocka čiji je volumen a^3, a ako prijeđemo u 4D sustav, najsloženiji član je hiperkocka čiji je hipervolumen analogno prethodnim članovima jednak a^4, i tako možemo ići u više dimenzije gdje se pojavljuju sve složeniji članovi čija se veličina izražava s a^5, a^6, a^7 itd. Slično je i s obitelji kruga, samo što je malo složenije izvesti formule za više stupnjeve. Npr. površina kruga je $r^2\pi$, volumen kugle je $\frac{4}{3}r^3\pi$, hipervolumen hiperkugle je $\frac{1}{2}\pi^2r^4$ itd., gdje je r polumjer. Jednadžba pravca u ravnini je

$$Ax + By + C = 0,$$

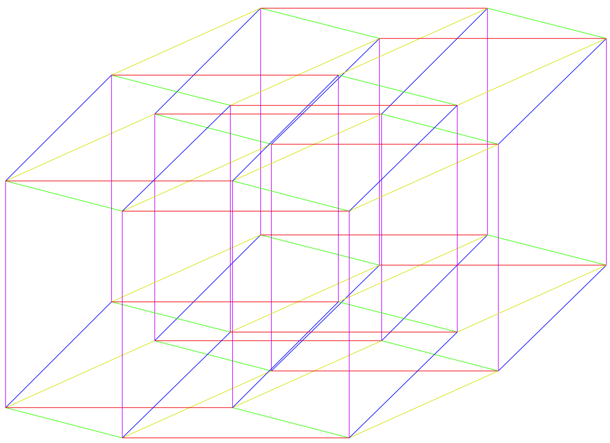
jednadžba ravnine u prostoru

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

slično je s jednadžbom prostora u hiperprostoru

$$Ax + By + Cz + Dt + E = 0.$$

Vidimo da se sve ponavlja. To pravilo nam je od velike koristi jer ne možemo sami sebi predočiti četverodimenzionalni sustav, a možemo ga primjenjivati i u još višim prostorima. Neki fizičari smatraju da je četvrta dimenzija zapravo vrijeme i da se sva materija (znači i mi) giba stalnom brzinom kroz tu dimenziju. Bolje reći, vrijeme je veličina koja se dobije kao omjer gibanja i stalne brzine u četvrtoj dimenziji. No to su sve samo pretpostavke, ali jedno je sigurno: mi našim osjetilima i našim djelovanjem možemo komunicirati s trodimenzionalnim prostorom. Iako, pretpostavimo li da je četvrta dimenzija vrijeme, možemo usporiti tok vremena ako se gibamo nekom brzinom u našem sustavu, ali time se bavi teorijska fizika, pa nećemo o tome raspravljati. I na kraju, evo još jedne zanimljivosti. Zamislimo neku ravninu na kojoj opet žive dvodimenzionalni matematičari, i kuglu koja stoji u prostoru a nema presjeka s tom ravninom. I sad, ako se ta ravnina počne gibati prema kugli (to za njih predstavlja gibanje po trećoj dimenziji), dotakne je, prođe kroz nju i nastavi se dalje gibati, postavlja se pitanje na koji način su dvodimenzionalni matematičari doživjeli taj prolaz. Odgovor je jednostavan. Vidjeli su presjek kugle s ravninom, tj. u trenutku dodira vidjeli su jednu točku, zatim se ta točka pretvorila u krug koji se povećavao do maksimalne vrijednosti (krug istog radijusa kao i kugla), i zatim se opet smanjivao do jedne točke i nestao. Isto vrijedi i za trodimenzionalni prostor. Ako izvan našeg prostora (u četverodimenzionalnom prostoru) postavimo hiperkuglu i ako se naš prostor počne gibati prema njoj i prođe kroz nju, mi bismo taj prolaz doživjeli kao točku koja se pretvara u kuglu čiji radijus raste sve do maksimalne vrijednosti (isti radijus kao i hiperkugla) i zatim pada do jedne točke i nestaje. Možemo reći da taj događaj, gledan našim očima, ostavlja trag u četvrtoj dimenziji i taj trag je upravo hiperkugla. U općem slučaju pri tom gibanju našeg sustava po četvrtoj dimenziji svako tijelo ostavlja trag: hipertijelo. To znači da i mi, ljudi, ostavljamo trag (ako pretpostavimo da se gibamo u vremenu) koji je zbog našeg gibanja u prostoru zakrivljen (ili u slučaju mirovanja ravan). Svaka čestica ostavlja jedan trag vrlo tankog presjeka, nešto kao nit (hipernit), a budući da smo i mi izgrađeni od čestica, moglo bi se reći da naš život nije ništa drugo nego jedan splet hiperniti koji je ograničen trenutkom našeg začeća i smrti. No, i to su samo nagađanja koja nastaju zbog naše nemogućnosti predodžbe više od 3 dimenzije.



Superhiperkocka (5D)