Mr Tihomir Hunjak
Fakultet organizacije i informatike
V a r a ž d i n

UDK: 65.012.122:519.7/.8
Znanstveni rad

# RANGIRANJE ALTERNATIVA U PROBLEMIMA ODLUČIVANJA

*U radu se prikazuju četiri metode za formiranje rang liste alternativa u problemima odlučivanja. Prikazane metode ilustrirane su pomoću istog primjera.*

## 1. UVOD

U procesu odlučivanja, u fazi predlaganja odluke, često se informacije o prihvatljivosti pojedine definirane alternative nastoje sintetizirati u obliku njihove rang liste. Formirati rang listu alternativa neke odluke nije teško ukoliko se djelotvornost te odluke mjeri jednim atributom koji se koristi kao kriterij. Međutim, u situaciji kada se alternative opisuju s više atributa koji se koriste kao kriteriji, moguće je definirati različita stajališta s kojih se rješava taj problem. Zbog toga se u formiranju rang liste mogu primijeniti različite metode koje mogu dati i različite rang liste prihvatljivosti alternativa. Zadatak formiranja rang liste postaje još složeniji ukoliko kriteriji izbora imaju različite relativne važnosti. U ovom radu prikazuju se četiri metode koje se u tom slučaju mogu primijeniti, iako je broj postojećih metoda i njihovih varijacija daleko veći. Dvije od tih metoda (Metoda linearne asignacije i Kompromisno programiranje) reprezentiraju tzv. kompenzatorni model odlučivanja, dok se preostale dvije metode (ELECTRE i PROMETHEE) primjenjuju u slučaju nekompenzatornog modela odlučivanja. Problemi vezani uz primjenu ovih metoda, kao što je to npr. problem određivanja težina kriterija, te problem normalizacije podataka iz tabele odlučivanja, u ovom radu se ne razmatraju. Metode se prikazuju u svojoj najjednostavnijoj verziji i primijenjene su na isti primjer. Cilj rada je da se pokažu različite mogućnosti formuliranja i rješavanja problema određivanja rang liste alternativa.

## 2. PRIMJER

Sve četiri metode koje se prikazuju u ovom radu iustrirane su na istom primjeru. Taj primjer je dosta jednostavan, ali omogućava da se shvate osnovni principi funkcioniranja metoda. Zadatak je rangirati pet tipova automobila koji su opisani s četiri kriterija prema slijedećoj tabeli.

| težine | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 |
|---|---|---|---|---|
| kriteriji | cijena (u 000 d) | potrošnja (u l/100 km) | izgled | uvjeti održavanja |
| automobil | | | | |
| A1 | 3000 | 6 | 1 | 1 |
| A2 | 2000 | 7 | 2 | 2 |
| A3 | 1500 | 10 | 4 | 3 |
| A4 | 1400 | 9 | 5 | 5 |
| A5 | 1200 | 7 | 3 | 4 |

Tabela 1. Tabela odlučivanja za primjer

Uz ovaj primjer potrebno je dati neka dodatna objašnjenja:

1. Primjer je konstruirao autor ovog rada i isključiva mu je namjena da se na njemu pokaže kako se primjenjuju različite metode rangiranja.
2. Težine kriterija su normalizirane, tj. njihova suma iznosi 1.
3. Treći i četvrti kriterij su kvalitativni - automobili su rangirani prema izgledu, a također su rangirani u odnosu na kriterij uvjeti održavanja.
4. Svi kriteriji su kriteriji troška (veći broj znači slabiju alternativu).

Napomenimo još da će se u daljnjem tekstu za skup alternativa koristiti oznaka A, a pojedine alternative označit će se s $A_i$, $i=1,\dots,n$. Kriteriji će se označavati s $f_j$, $j=1,\dots,k$.

## 3. METODA LINEARNE ASIGNACIJE

Informacije potrebne da bi se primijenila ova metoda jesu:
- rang liste alternativa po pojedinim kriterijima
- težine kriterija.

Na osnovi podataka iz tabele odlučivanja tabela s rang listama automobila iz našeg primjera izgleda ovako:

| | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,15 | 0,15 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ | $f_{21}$ | $f_{22}$ |
| A1 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| A2 | 4 | 2,3 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| A3 | 3 | 5 | 4 | 3 | 5 | 5 |
| A4 | 2 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4 |
| A5 | 1 | 2,3 | 3 | 4 | 3 | 2 |

Tabela 2. Rang liste

Kako su po kriteriju $f_2$ A2 i A5 jednako rangirani, iz rang liste po kriteriju $f_2$ izvode se dvije nove rang liste $f_{21}$ i $f_{22}$ čije su težine jednake polovici težine rang liste $f_2$ i u kojima su automobili A2 i A5 rangirani naizmjenično na 2. i 3. mjesto.

U slijedećem koraku formira se matrica P formata nxn čiji elementi imaju slijedeće značenje:

$p_{ij}$ = suma težina kriterija po kojima je alternativa Ai rangirana na j-to mjesto.

Jasno je da veća vrijednost $p_{ij}$ znači i veću opravdanost postavljanja alternative Ai na j-to mjesto rang liste.

Osnovne ideje na kojima se temelji metoda linearne asignacije jesu:

- poželjno je da se pojedina alternativa nađe na onom mjestu za koje nju veže najveća vrijednost $p_{ij}$
- traži se ona rang lista koja ima najveću sumu tih vrijednosti.

Matematički model koji osigurava postizavanje takve rang liste poznat je kao linearan model asignacije. Formalni zapis tog modela je

$$\text{Max} \sum_i \sum_j p_{ij} \, x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=1, \qquad i=1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1, \qquad j=1,\dots,n$$

$$x_{ij}=1 \text{ ili } 0$$

Značenje upotrijebljenih oznaka i ograničenja je slijedeće:

1. $x_{ij}$ je varijabla koja može poprimiti vrijednosti 0 ili 1 sa slijedećom interpretacijom ovih mogućnosti:
   - ako je $x_{ij}=1$, alternativa i dolazi na j-to mjesto rang liste
   - ako je $x_{ij}=0$, alternativa i ne dolazi na j-to mjesto rang liste.
2. Ograničenjima $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1$, $j=1,\dots,n$ sprečava se postavljanje različitih alternativa na isto mjesto rang liste.
3. Ograničenjima $\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=1$, $i=1,\dots,n$ osigurava se smještaj svake alternative na samo jedno mjesto u rang listi.
4. Traženjem maksimuma funkcije cilja $\sum_i \sum_j p_{ij} \, x_{ij}$ tražimo onu rang listu kojoj pripada najveći ukupni zbroj težina koje pripadaju alternativama na osnovi pozicija koje zauzimaju na rang listi.

Ovaj problem može se rješavati kao problem 0-1 programiranja primjenom odgovarajućih algoritama.Međutim,uspješnije je upotrijebiti mađarsku metodu.[1]

*1) Vidi npr.Lj.Martić,Matematičke metode za ekonomske analize II, Narodne novine, Zagreb, 1972.*

Za naš primjer imamo:

$$P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0,3 \\ 0 & 0,55 & 0,15 & 0,3 & 0, \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0,3 & 0 & 0,3 & 0,4 \\ 0,3 & 0,15 & 0,35 & 0,2 & 0 \end{bmatrix}$$

Odgovarajući problem linearne asignacije je

$$\mathrm{Max}(0,7x_{11}+0,3x_{15}+0,55x_{22}+0,15x_{23}+0,3x_{24}+0,5x_{33}+0,2x_{34}+0,3x_{35} +0,3x_{42}+0,3x_{44}+0,4x_{45}+0,3x_{51}+0,15x_{52}+0,35x_{53}+0,2x_{54})$$

uz ograničenja $\sum_{i=1}^{5} x_{ij}=1,\ j=1,\dots,5$

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij}=1,\ i=1,\dots,5$$

$$x_{ij}=0 \text{ ili } 1$$

Riješi li se ovaj problem mađarskom metodom, dobiju se slijedeće vrijednosti varijabli za koje funkcija cilja postiže maksimalnu vrijednost (vrijednost funkcije cilja nije važna za problem rang liste):

$x_{11}=1$, $x_{22}=1$, $x_{33}=1$, $x_{45}=1$, $x_{54}=1$, ostale varijable imaju vrijednost 0.

U skladu sa značenjem varijabli $x_{ij}$ interpretacija ovog rješenja je rang lista

A1, A2, A3, A5, A4.

## 4. KOMPROMISNO PROGRAMIRANJE

Bit ove metode je u tome da se definira tzv. **idealno rješenje** $A^*$ za koje vrijedi

$$f_j(A^*) = \begin{cases} \max\limits_i f_j(A_i) & \text{ukoliko je } f_j \text{ kriterij dobiti} \\ \min\limits_i f_j(A_i) & \text{ukoliko je } f_j \text{ kriterij troška.} \end{cases}$$

Za naš primjer, idealno rješenje bio bi automobil čija bi cijena bila 1200000, koji bi trošio 6 l na 100 km, koji bi bio najljepši i najprihvatljiviji po uvjetima održavanja. Na osnovi podataka iz tabele odlučivanja idealno rješenje bi bilo opisano slijedećim vrijednostima

$$A^* = (1200,\ 6\ ,\ 1\ ,\ 1\ ).$$

Ovo idealno rješenje predstavlja točku u prostoru kriterija (u našem primjeru radi se o četverodimenzionalnom prostoru) i svaka od alternativa predstavlja također jednu točku u tom prostoru. Ideja metode je ta da se alternative rangiraju prema udaljenosti od idealne točke, a ta se udaljenost mjeri u $L_2$ metrici[2]. Za svaku od alternativa $A_i$ $i=1,\dots,5$ tu udaljenost možemo izračunati direktno na osnovi podataka iz tabele odlučivanja bez njihovog svođenja na usporedive skale, ako se upotrijebi formula

$$L_2(A_i) = \left( \sum_{j=1}^{k} w_j^2 \left| \frac{f_j^* - f_j(A_i)}{f_j^* - f_{jm}} \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

gdje su $w_j$ $j=1,\dots,k$ težine kriterija, $f_j^*$ je vrijednost j-tog kriterija za idealno rješenje, $f_{jm}$ je najslabija vrijednost za kriterij j, a $f_j(A_i)$ je vrijednost j-tog kriterija za alternativu $A_i$. Iz gornje formule može se vidjeti da se udaljenosti računaju u skladu s pretpostavkom o svođenju kriterijalnih vrijednosti iz tabele odlučivanja na linearizirano skalu [0,1]. Ponderi $w_j$ djeluju tako da povećavaju učešće kriterijalne vrijednosti važnijeg kriterija. Primijeni li se gornja

---

*2) Može se upotrijebiti i neka druga metrika. Metrika $L_2$ preporuča se zbog podudaranja s uobičajenom interpretacijom pojma udaljenosti točaka u prostoru.*

formula na podatke iz tabele odlučivanja, dobiju se slijedeće $L_2$ vrijednosti:

$L_2(A1)=0,3$ $L_2(A2)=0,1685$, $L_2(A3)=0,3536$, $L_2(A4)=0,363$, $L_2(A5)=0,1953$.

(izračunajmo npr. $L_2(A3)$

$$L_2(A3)=\left(0,3^2\cdot\left(\frac{1200-1500}{1200-3000}\right)^2+0,3^2\cdot\left(\frac{6-10}{6-10}\right)^2+0,2^2\cdot\left(\frac{1-4}{1-5}\right)^2+0,2^2\cdot\left(\frac{1-3}{1-5}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = 0,3536$$

Na osnovi izračunatih $L_2$ vrijednosti automobile iz našeg primjera možemo rangirati na slijedeći način:

A2, A5, A1, A3, A4 .

## 5. METODA ELECTRE

Načinjene su četiri varijante metode ELECTRE (vidjeti (2)) koje su promjenljive u postupku odlučivanja.Važno je naglasiti da inzistiranje na formiranju rang liste pomoću ove metode(za rangiranje se koristi varijacija ELECTRE II) osiromašuje mogućnosti analize međusobnih odnosa alternativa, jer neke među njima mogu biti neusporedive prema relaciji dominacije u smislu ELECTRE. Napomenimo još da se za relaciju dominacije koristi termin "outranking relation" za što još nije uveden odgovarajući pojam iz našeg jezika, već se u tu svrhu koriste sintagme "relacija dominacije u smislu ELECTRE", "relacija višeg ranga", ili, jednostavno, "alternativa $A_k$ je bolja (u smislu ELECTRE) od alternative $A_l$".

Tri su karakteristična koraka u primjeni metode ELECTRE:

1. prikupljanje i priprema podataka u obliku tabele odlučivanja
2. konstruiranje relacije preferencije među alternativama
3. korištenje ove relacije za izbor neke od alternativa ili za njihovo rangiranje.

Relacija preferencije između dvije alternative $A_k$ i $A_l$ konstruira se na osnovi dvaju indeksa - indeksa suglasnosti $c_{kl}$ (ovaj indeks mjeri odupiranje alternative $A_l$ dominaciji alternative $A_k$). Smatra se da je $A_k$ bolja od $A_l$ (u smislu ELECTRE) ako je indeks suglasnosti $c_{kl}$ veći od određene vrijednosti $\bar{c}$ i ako je indeks nesuglasnosti $d_{kl}$ manji od vrijednosti $\bar{d}$. Za vrijednosti $\bar{c}$ i $\bar{d}$ uzimaju se obično srednje vrijednosti indeksa suglasnosti i indeksa nesuglasnosti. Međutim, zaključak o odnosu alternativa $A_k$ i $A_l$ ne donosi se samo na temelju jednokratne provjere odnosa indeksa suglasnosti i indeksa nesuglasnosti prema paru vrijednosti $(\bar{c},\bar{d})$već se ove vrijednosti variraju da bi se donio zaključak o eventualnoj dominaciji jedne alternative nad drugom, ili se prihvaća zaključak o relaciji indiferencije između promatranih alternativa. Vrijednosti indeksa suglasnosti i nesuglasnosti upisuju se u odgovarajuće matrice.

Matrica indeksa suglasnosti

Indeks suglasnosti $c_{kl}$ jednak je zbroju težina kriterija po kojima alternativa $A_k$ nije slabija od alternative $A_l$

$$c_{kl} = \sum_{i/f_{ik} \geqq f_{ij}} w_i$$

Izračunaju li se svi indeksi suglasnosti, dobije se matrica suglasnosti

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0,7 & 0,7 & 0,7 & 0,7 \\ 0,3 & 0, & 0,7 & 0,7 & 0,7 \\ 0,3 & 0,3 & 0 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,8 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \bar{c} = 0,515$$

Matrica indeksa nesuglasnosti

Da bi se izmjerilo odupiranje pojedine alternative dominaciji neke druge, potrebno je sve kriterijalne vrijednosti svesti na usporedive skale. Postoji više načina da se to uradi, a za metodu ELECTRE preporuča se postupak vektorske normalizacije. Taj postupak sastoji se u tome da se elementi pojedinog stupca iz tabele odlučivanja podijele korijenom iz sume kvadrata elemenata tog stupca. Ako elemente tabele odlučivanja označimo s $x_{ij}$, a elemente normalizirane tabele $x^*_{ij}$, veza između tih vrijednosti može se zapisati u obliku:

$$x_{ij}^{*} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_i x_{ij}^2}}$$

Za naš primjer normalizirana tabela odlučivanja je

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0,6947 | 0,3381 | 0,1348 | 0,1348 |
| 0,4631 | 0,3944 | 0,2697 | 0,2697 |
| 0,3473 | 0,5634 | 0,5394 | 0,4045 |
| 0,3242 | 0,5071 | 0,6742 | 0,6742 |
| 0,2779 | 0,3944 | 0,4045 | 0,5394 |

Relativna važnost pojedinog kriterija dolazi do izražaja na taj način da se svaki od stupaca normalizirane tabele odlučivanja množi s ponderom tog kriterija, te da se time skale koje pripadaju kriteriju s manjim ponderom skraćuju u odnosu na one s većim ponderima. Ponderirana normalizirana tabela odlučivanja dobije se, dakle, tako da se stupci u normaliziranoj tabeli odlučivanja pomnože redom s 0,3 , 0,3 , 0,2 , 0,2 . Dobije se tabela

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0,2084 | 0,1014 | 0,0270 | 0,0270 |
| 0,1389 | 0,1183 | 0,0539 | 0,0539 |
| 0,1042 | 0,1690 | 0,1079 | 0,0809 |
| 0,0973 | 0,1521 | 0,1348 | 0,1348 |
| 0,0834 | 0,1183 | 0,0809 | 0,1079 |

Na osnovi vrijednosti iz ove tabele izračunaju se indeksi nesuglasnosti $d_{kl}$

$$d_{kl} = \max_{j/f_j(A_l) \geq f_j(a_k)} |x_{kj} - x_{lj}| \, / \, \max_{j \in J} |x_{kj} - x_{lj}|$$

(maksimalna razlika po kriterijima po kojima je $A_l$ bolja od $A_k$ dijeli se s maksimalnom razlikom po svim kriterijima.

Dobije se matrica indeksa nesuglasnosti

$$D = \begin{array}{|ccccc|} \ast & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0{,}387 & \ast & 0{,}643 & 0{,}514 & 1 \\ 0{,}776 & 1 & \ast & 0{,}314 & 1 \\ 0{,}97 & 1 & 1 & \ast & 1 \\ 0{,}647 & 0{,}972 & 0{,}533 & 0 & \ast \end{array} \qquad \bar{d} = 0{,}746$$

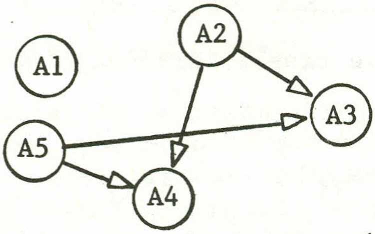
Na osnovi matrice suglasnosti C i matrice nesuglasnosti D formira se matrica incidencije MI u kojoj su elementi

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ako je } c_{ij} \geq \bar{c} \text{ i } d_{ij} \leq \bar{d} \\ 0 & \text{ako nije ispunjen gornji uvjet} \end{cases}$$

Za naš primjer matrica incidencije je

$$MI = \begin{array}{|ccccc|} \ast & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ast & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \ast & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ast & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \ast \end{array}$$

Smatra se da je alternativa $A_k$ bolja od alternative $A_l$ ako je $m_{kl} = 1$. Matrici incidencije može se pridružiti odgovarajući graf incidencije u kojem su lukovima povezane alternative između kojih postoji relacija preferencije. Za naš primjer taj graf je




Alternative koje nisu dominirane (u matrici incidencije u pripadnim stupcima ne nalazi se jedinica) čine tzv. j e z g r u skupa A. Za primjer koji rješavamo ta jezgra je podskup {A1, A2, A5}. Alternative A3 i A4 očito su najslabije. Daljnja analiza odnosa među alternativama oslanja se na promatranje stabilnosti sastava jezgre ovisno o variranju parametara $\bar{c}$ i $\bar{d}$ , te težina vrijednosti kriterija. Ako se u postupku odlučivanja zahtijeva rang lista alternativa, a nju nije moguće formirati samo na osnovi analize sastava jezgre (kao u rješavanom primjeru ukoliko stanemo kod dobivene matrice incidencije), računaju se još dvije vrijednosti:

- čista vrijednost suglasnosti s dominacijom
- čista vrijednost nesuglasnosti s dominacijom

te se dobivene vrijednosti koriste kao dodatne informacije za rangiranje alternativa.

Čista vrijednost suglasnosti s dominacijom računa se prema formuli:

$$c_k = \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{n} c_{kl} - \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{n} c_{lk}$$

(od sume k-tog reda u matrici C oduzme se suma k-tog stupca). Za naš primjer te vrijednosti su

$c_1 = 1,6,\ c_2 = 0,5,\ c_3 = -1,6,\ c_4 = -1,6,\ c_5 = 1,1,$

a rang lista prema tim vrijednostima je

A1, A5, A2, (A3 i A4).

Čista vrijednost nesuglasnosti računa se prema formuli

$$d_k = \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{n} d_{kl} - \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{n} d_{lk}$$

Odgovarajuće vrijednosti za naš primjer su

$d_1 = 1,20,\ d_2 = -1,428,\ d_3 = 0,724,\ d_4 = 2,142,\ d_5 = -1,848$

pa je, prema tim vrijednostima, rang lista

A5, A2, A3, A1, A4.

Na osnovi grafa dominacije, čistih vrijednosti suglasnosti s dominacijom te čistih vrijednosti nesuglasnosti s dominacijom i bez daljnjih suptilnijih razmatranja odnosa između alternativa može se prihvatiti rang lista za naš problem odlučivanja

A1, A5, A2, A3, A4.

## 6. METODA PROMETHEE

Slično kao kod prikaza metode ELECTRE i ovu metodu možemo prikazati kao postupak u dva koraka:

1. korak: konstruira se relacija preferencije na skupu alternativa
2. korak: ova relacija koristi se za rangiranje alternativa ili za formiranje prijedloga odluke u nekom drugom obliku.

Opći kriterij

Podsjetimo se da smo s A označili skup alternativa.

Funkcija preferencije je funkcija oblika

$$P: A\mathrm{x}A \to (0,1)$$

a karakteriziraju je slijedeća svojstva:

$P(A_k,A_l) = 0$ - ne postoji preferencija između alternativa $A_k$ i $A_l$

$P(A_k,A_l) \sim 0$ - $A_k$ je slabo preferirana u odnosu na $A_l$

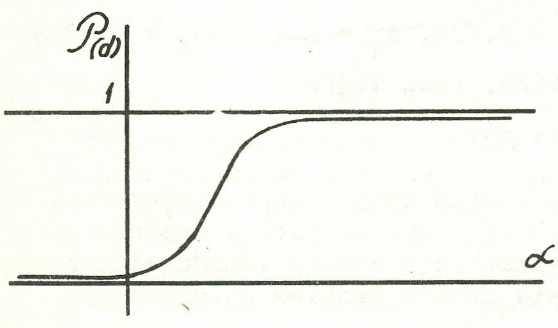
$P(A_k,A_l) \sim 1$ - $A_k$ je strogo preferirana u odnosu prema $A_l$

$P(A_k,A_l) = 1$ - $A_k$ je striktno preferirana u odnosu na $A_l$.

U praksi, funkcija $P(A_k,A_l)$ je funkcija razlike između vrednovanja alternativa $A_k$ i $a_l$, tj.

$$P(A_k,A_l) = \mathcal{P}(f(A_k) - f(A_l))$$

i njezin graf je oblika




$d = f(A_k)-f(A_l)$

S funkcijom (d) usko je povezana funkcija o p ć i k r i t e r i j

$$H(d) = \begin{cases} P(A_k, A_l), & d \geq 0 \\ P(A_l, A_k), & d \leq 0 \end{cases}$$

Za funkciju $\mathcal{P}(d)$ mogu se upotrijebiti različiti tipovi funkcija, ovisno o karakteristikama problema i kriterija koji se koriste u odlučivanju.

Indeks višekriterijalne preferencije

Pretpostavimo da smo za svaki kriterij $f_j$, $j=1,\ldots,k$ odredili funkciju preferencije $P_j$ i težinu tog kriterija $w_j$.
Indeks višekriterijalne preferencije definira se kao ponderirana aritmetička sredina funkcija preferencije

$$\Pi(A_k, A_l) = \frac{\sum\limits_j w_j P_j (A_k, A_l)}{\sum\limits_j x_j}$$

Taj indeks odražava intenzitet preferencije alternative $A_k$ nad alternativom $A_l$ kada se simultano promatraju svi kriteriji. Osnovno svojstvo tog indeksa je $0 \leq \Pi(A_k, A_l) \leq 1$, a interpretacija njegovih međuvrijednosti temelji se na slijedećim interpretacijama krajnjih vrijednosti indeksa višekriterijalne preferencije:

$\Pi(A_k, A_l) \sim 0$ – alternativa $A_k$ slabo je preferirana u odnosu na alternativu $A_l$

$\Pi(A_k, A_l) \sim 1$ – alternativa $A_k$ strogo je preferirana u odnosu na alternativu $A_l$.

Rangiranje alternativa pomoću metode PROMETHEE

Na osnovi indeksa višekriterijalne preferencije odnos između alternativa $A_k$ i $A_l$ može se prikazati orijentiranim grafom u kojem je svakom luku pridružen indeks višekriterijalne preferencije

$$\begin{tikzcd} A_k \arrow[r, bend right, "\Pi(A_k,A_l)"'] & A_l \arrow[l, bend right, "\Pi(A_l,A_k)"'] \end{tikzcd}$$

Zbroj vrijednosti izlaznih lukova čvora $A_i$ predstavlja mjeru karaktera dominacije čvora $A_i$:

$$\Phi^+ (A_i) = \sum_{A_j \varepsilon A} (A_i, A_j)$$

Ova vrijednost naziva se i z l a z n i   t o k . Slično se svakom čvoru može pridružiti u l a z n i   t o k :

$$\Phi^- (A_i) = \sum_{A_j \varepsilon A} (A_j, A_i)$$

koji mjeri intenzitet dominiranja čvora $A_i$.

Razlika između ulaznog i izlaznog toka naziva se č i s t i   t o k

$$\Phi(A_i) = \Phi^+(A_i) - \Phi^-(A_i)$$

a rang lista alternativa formira se na osnovi čistog toka u skladu s

$A_k \ \Pi_2 \ A_l$ ($A_k$ je bolja od $A_l$ u smislu metode PROMETHEE II) ako je $\Phi(A_k) \geqq \Phi(A_l)$

$A_k \ I_2 \ A_l$ (između $A_k$ i $A_l$ je relacija indiferencije) ako je $\Phi(A_k) = \Phi(A_l)$

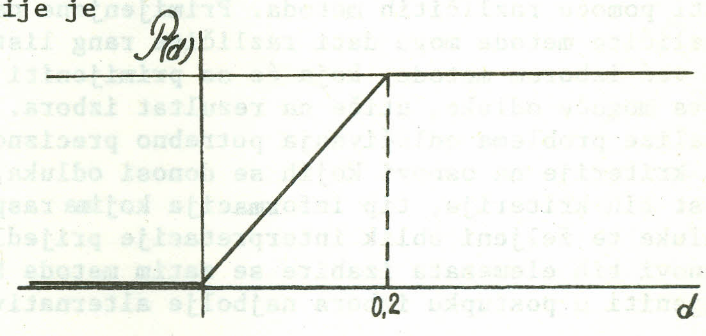
Primjer koji je rješavan pomoću metoda prikazanih u prethodnom tekstu riješen je i pomoću metode PROMETHEE. Podaci iz tabele odlučivanja svedeni su na linearizirani skalu 0-1.

| | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 |
|---|---|---|---|---|
| | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ |
| A1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| A2 | 0,66 | 0,75 | 0,75 | 0,75 |
| A3 | 0,83 | 0 | 0,25 | 0,5 |
| A4 | 0,89 | 0,25 | 0 | 0 |
| A5 | 1 | 0,75 | 0,5 | 0,25 |

Za sve kriterije primijenjena je ista, jednostavna funkcija preferencije definirana na slijedeći način:

$$P(A_k, A_l) = \begin{cases} 1 & f(A_k) - f(A_l \geq 0,2 \\ 5(f(A_k) - f(A_l)), & f(A_l) - f(A_l) \leq 0,2 \end{cases}$$

Graf te funkcije je




U slijedećoj tabeli dane su vrijednosti indeksa višekriterijalne preferencije. Na desnoj i donjoj margini tabele upisani su ulazni i izlazni tokovi.

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | $\Phi^+(A_i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 2,8 |
| A2 | 0,3 | | 0,7 | 0,7 | 0,4 | 2,1 |
| A3 | 0,3 | 0,255 | | 0,4 | 0,2 | 1,155 |
| A4 | 0,3 | 0,3 | 0,39 | | 0 | 0,99 |
| A5 | 0,3 | 0,3 | 0,755 | 0,865 | | 2,22 |
| $\Phi^-(A_i)$ | 1,2 | 1,555 | 2,545 | 2,665 | 1,3 | |

Izračunaju li se čisti tokovi, dobije se

$\Phi(A1) = 1,6, \quad \Phi(A2) = 0,545, \quad \Phi(A3) = -1,38, \quad \Phi(A4) = -1,675$

$\Phi(A5) = 0,921$

Konačna rang lista alternativa dobije se na osnovi vrijednosti čistog toka:

A1, A5, A2, A3, A4.

Vidi se da se ova rang lista podudara s rang listom dobivenom pomoću metode ELECTRE.

## 7. ZAKLJUČAK

Rang lista alternativa u problemu odlučivanja može se formirati pomoću različitih metoda. Primijenjene na isti problem, različite metode mogu dati različite rang liste. To znači da se već izborom metode, koja će se primijeniti u postupku izbora moguće odluke, utiče na rezultat izbora. Stoga je tokom analize problema odlučivanja potrebno precizno identificirati kriterije na osnovi kojih se donosi odluka, relativnu važnost tih kriterija, tip informacija kojima raspolaže donosilac odluke te željeni oblik interpretacije prijedloga odluke. Na osnovi tih elemenata izabire se zatim metoda koja će se primijeniti u postupku izbora najbolje alternative.

## LITERATURA

1. J.P.Brans, B.Mareschal, Ph.Vincke: PROMETHEE: A NEW FAMILY OF OUTRANKING METHODS IN MULTICRITERIA ANALYSIS, Vrije Universiteit Brussel, 1984.

2. Y.Crama, P.Hansen: AN INTRODUCTION TO THE ELECTRE RESEARCH PROGRAMME.

3. Hwang C.L., Yoon K.: MULTIPLE ATTRIBUTE DECISION MAKING, Springer Verlag, New York, 1981.

Hunjak T. Rangiranje alternativa Zbornik radova(1985/86),9-10
u problemima odlučivanja

Hunjak T. Ranking of alternatives in decision-making problems

S U M M A R Y

In this paper four methods for ranking alternatives in decision-making problems are descriebed. These methods are ilustrated by the same example.