

# Propusnost kao funkcija mehaničkog ponašanja stijenskih materijala

J. Pápay

IZVORNI ZNANSTVENI ČLANAK

Analizirano je djelovanje tlaka na propusnost korištenjem fenomenoloških modela. Prikazani su analitički algoritmi, koji sačinjavaju usklađenu jedinicu, za procjenu propusnosti stijene, iz toga proizlazi proizvodnost bušotine u slučaju krutih (nestlačivih), elastičnih, elastično-viskozni, elastično-plastičnih i elastično-plastičnih-viskozni stijena. Algoritmi se ujedno mogu koristiti za procjenu funkcija šupljikavost-tlak. Predstavljen je jedan primjer kako bi se prikazala primjena preporučenih metoda. Bez razumijevanja utjecaja naprezanja na propusnost u slučaju ležišta niske propusnosti i šupljikavosti ne može se predvidjeti proizvodnost bušotine. Analize potvrđuju da treba nastaviti s proučavanjem HT i HP ležišta kako bi se otkrio odnos između parametara stijene i naprezanja pri stlačivanju (toplinskom opterećenju) za stijene složenog mehaničkog ponašanja.

*Ključne riječi:* propusnost, šupljikavost, analitički algoritmi, proizvodnost bušotine

## Uvod

U specijalnim slučajevima - HP, HT i stijena niske šupljikavosti - zbog naprezanja pri stlačivanju (toplinskom opterećenju), propusnost (i šupljikavost) mogu mijenjati učinkovitost tehnologije pridobivanja. Taj je proces vrlo kompliciran i sofisticiran, zbog toga su za razumijevanje mehaničkog ponašanja stijena kao funkcije tlaka preporučene vrlo jednostavne materijalne jednadžbe.

Postoji mnogo materijalnih jednadžbi, opći oblik im je slijedeći:

$$g(\sigma, \varepsilon, \dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}, \tau) = 0$$

gdje je:

$g$  - opća oznaka funkcijskog odnosa,

$\sigma$  - naprezanje pri stlačivanju (normalno naprezanje),

$\dot{\sigma}$  - derivat stresa kao funkcija vremena,

$\varepsilon$  - specifična deformacija,

$\dot{\varepsilon}$  - derivat specifične deformacije kao funkcija vremena,

$\tau$  - vrijeme.

Rješenje ove materijalne jednadžbe je vrlo komplicirano, stoga se u praksi koristi opće aproksimativno rješenje - Kaliszky S.<sup>6</sup>

Specifična (tj. linearna) deformacija ( $\varepsilon$ ) je izračunata na slijedeći način: - Kaliszky S.<sup>6</sup> - koristeći princip superpozicije

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_v$$

i

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_p + \sigma_v$$

Indeks - komponenta (e) elastičnosti, (p) plastičnosti i (v) viskoznosti

Svojstva stijena (tj. propusnost, šupljikavost itd.) ovise o obujamskoj (volumetrijskoj) deformaciji, ali obujamska deformacija je proporcionalna linearnoj deformaciji, stoga je naša analiza temeljena na zakonima linearne

deformacije s nekim izmjenama. Na primjer promjena propusnosti ( $\Delta k$ ) zbog naprezanje pri stlačivanju (i/ili toplinskom naprezanju) izražena je aproksimativno:

$$\Delta k = \Delta k_e + \Delta k_p + \Delta k_v$$

Jer je  $\Delta k_v = \Delta k_v(\tau)$ , slijedi  $\Delta k = \Delta k(\tau)$ , što je ovisno o vremenu.

U slijedećem odjeljku prihvaća se taj princip kako bi se razumjelo neuobičajeno ponašanje tih stijena u usporedbi s konvencionalnim ( $\Delta k = 0$ ) ležišnim materijalom stijena.

Istraživači su već mnogo ranije uočili neuobičajeno ponašanje nekih stijena uslijed naprezanja pri stlačivanju ali u praksi tehnologije razrade ležišta to je bilo zanemareno.

Istraživanje u odnosu na propusnost kao funkciji tlaka počelo je 1956.-57. u bivšem Sovjetskom Savezu na polju Groznyenszkij. Majdebor V.N.<sup>11</sup> Kuszakov M.M., i Gudok N.Sz.<sup>7</sup>, laboratorijskim mjerenjima su pokazali da cikličko naprezanje pri stlačivanju ima za rezultat trajno smanjenje propusnosti. Abgrall E.<sup>1</sup> je dobio isti rezultat u odnosu na mjerenja šupljikavosti i propusnosti. On je prikazao histerezu tih parametara uključujući njihovu rezidualnu promjenu. Matveev I.M. (1965) - je prema Kotjahovu F.I.<sup>9</sup>, ispitivanjima na polju dokazao da u slučaju Malgobek-Voznyeszenkog ležišta, cikličko opterećenje bušotine (proizvodnja-injektiranje) indeks produktivnosti nije konstantan, postoji histereza. Nakon 2,5 mjeseci razlika u indeksu produktivnosti se smanjila. Neka od laboratorijskih mjerenja su pokazala da nakon određenog vremena rezidualna promjena propusnosti nestaje: Thomas R.D., Ward D.C.<sup>13</sup> ili Aggour M.A., Mallk S.A., Hararl Z.Y.<sup>2</sup> Na primjer Thomas R.D., Ward D.C.<sup>13</sup> su primijetili da je rezidualna promjena propusnosti zbog histereze nestala nakon 3-6 tjedana i jezgre su obnovile svoju prvobitnu propusnost. Ovo vrijeme se može skratiti stavljanjem jezgri u peć na 70 °C.

Aggour M.A., Mallk S.A., Hararl Z.Y.<sup>2</sup> analizirali su učinak cikličkog naprezanja pri stlačivanju.

Chen S., Li H., Zhang Q., Yang D.<sup>4</sup> su predstavili jednadžbu proizvodnosti naftne bušotine (L-6) na polju Qinszi u Kini, koja nije bila klasična (monotona) u odnosu na depresiju (naprezanje pri stlačivanju).

Podaci su sljedeći:

$\Delta p$ (bar)*	0	85	100	140	155	210	340	510
Proizvodnja (m <sup>3</sup> /d)*	0	120	130	147	148	140	120	35

napomena\*: podatak je pročitao iz predstavljene tablice

$$\Delta p_{opt} - 180 \text{ bar}; q_{max} - 150 \text{ m}^3/\text{d}$$

Ostali podaci: dubina produktivne zone 4 000 - 5 000 m (13 123 - 16 404 ft), frakturirane stijene (dolomit, argilit i pudingov kamen), propusnost matriksa (0,45-3,16 mD), propusnost pukotina (100 mD), nezasićena nafta, viskoznost nafte (5,73 cP). Tijekom mjerenja vrijeme stabilizacije je bilo 3 - 5 dana kroz sapnicu 4,5 - 8 mm (11,3/64 - 20,2/64 in.). U sljedećem slučaju, korištenjem fenomenoloških analiza, pokušavamo shvatiti već objašnjeno neuobičajeno ponašanje ležišnih stijena složenih mehaničkih svojstava, pretpostavljajući da se radi o izotermičkim procesima. U našim analizama nisu razmatrana oštećenja stijena. Preporučeni algoritmi mogu se primijeniti i za izračunavanje odnosa šupljikavost - tlak. Objašnjavamo ih samo za tlačno naprezanje tijekom proizvodnje.

## 1. Nestlačive (krute) ležišne stijene

Stijena je nestlačiva, prema tome propusnost ( $k$ ) je konstantna. U tom slučaju npr. protok bušotine izračunava se korištenjem dobro poznate Dupuitove jednadžbe:

$$q = \frac{2\pi hk}{\mu B} \frac{1}{s + \ln \frac{r_2}{r_1}} (p_2 - p_1) \quad (1)$$

gdje je:

$q$	protok
$h$	stvarna debljina produktivnog sloja
$k$	propusnost
$\mu$	viskoznost
$B$	volumni koeficijent
$p_2$	tlak pri vanjskom drenažnom radijusu ( $r_2$ )
$p_1$	tlak pri radijusu bušotine ( $r_1$ )
$s$	skin efekt (oštećenje)

## 2. Elastična ležišna stijena

### 2.1. Elastična ležišna stijena bez prijelazne komponente (neviskozne stijene)

U tom slučaju pretpostavljeno je:

$$k(p) = k_0 e^{-\alpha(p_2 - p)} \quad (2)$$

gdje je:

$k(p)$	tlak ovisan o propusnosti
$k_0$	referentna propusnost (pri tlaku $p_2$ )
$\alpha$	faktor stlačivosti propusnosti (mD/mD · 1/bar)

Na osnovu te jednadžbe Gorbunova A.T.<sup>5</sup> formula je:

$$q = \frac{2\pi hk}{\mu B} \frac{1}{s + \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ \frac{1 - e^{-\alpha(p_2 - p_1)}}{\alpha} \right] \quad (3)$$

Pápay J. (2009) je poopćio Gorbunovu formula na sljedeći način:

$$q = \frac{2\pi hk}{\mu B} \frac{1}{s + \ln \frac{r_2}{r_1}} e^{-i c_e p_0} \left[ \frac{e^{-i c_e p_2} - e^{-i c_e p_1}}{i c_e} \right] \quad (4)$$

gdje je:

- $p_0$  referentni tlak kod kojeg je referentna propusnost određena
- $i$  koeficijent strukture pora:
  - ako je stijena međučestične šupljikavosti jedan, tada je  $i=2$ ;
  - ako je stijena pukotinske šupljikavosti jedan, tada je  $i=3$ ;
- $c_e$  izotermički efektivni faktor stlačivosti šupljikavosti

Ako je  $k_0 = k = k_2$ ,  $p_0 = p_2$  i  $i c_e = \alpha$ , onda se jednadžba (4) svodi na jednadžbu (3) ili ako je  $\alpha=0$  dobiva se jednadžba (1). U slučaju jednadžbi (1), (2) i (3) funkcije  $q = q(\Delta p)$  su monotone.

Chen S., Li H., Zhang Q., Yang D.<sup>4</sup> su predložili sljedeću jednadžbu za dobivanje jednadžbe proizvodnosti maksimalne proizvodnje ( $q_{max}$ ) kod  $\Delta p$  vrijednosti ( $\Delta p_{opt}$ ): prema njihovim laboratorijskim mjerenjima je linearna funkcija naprezanja pri stlačivanju,  $a$  i  $b = konst.$

$$\alpha = a(p_2 - p_1) + b \quad (5)$$

$$\Delta p = p_2 - p_1;$$

Preporučeni oblik parametra stlačivosti - jednadžba (5) - može biti zamijenjen u obje jednadžbe (3) i (4).

Slika 1. prikazuje različite vrste jednadžbi proizvodnosti u slučaju laminarnog strujanja i čvrste (linija 1) ili elastične (linija 2 ili 3) stijene. U slučaju linije 3 jednadžba proizvodnosti nije monotona. U razmatranim slučajevima ne postoje histereze zbog cikličkog naprezanja pri stlačivanju.

U sljedećim točkama razmatrane su samo promjene propusnosti (šupljikavost se može analizirati na istovjetan način). Protok bušotine, temeljen na ovisnosti odnosa propusnost - tlak isključen je u sljedećim točkama zbog složenih relacija. Ako je promjena propusnosti, zbog naprezanja pri stlačivanju poznata, tada bi trebalo koristiti numerički model ili geometrijski prosjek propusnosti preporučeni za izračunavanje protoka bušotine itd.

### 2.2 Elastične ležišne stijene s prijelaznom komponentom (viskozne stijene)

Prema Kotjahovu F.I.<sup>9</sup> specifična linearna deformacija ( $\epsilon_e$ ) za elastične stijene može se podijeliti u dvije komponente: trenutačnu ( $\epsilon_{1e}$ ) i prijelaznu ( $\epsilon_{2e}$ ).

$$\epsilon_e = \epsilon_{1e} + \epsilon_{2e} \quad (6)$$

Prijelazna komponenta je prema Kotjahovu F.I.<sup>9</sup> ili prema Kaliszkyom S.<sup>6</sup>, jednaka:

$$\varepsilon_{2e} = \varepsilon_{2e0} \left( 1 - e^{-\frac{E}{\nu \tau}} \right) \quad (7)$$

gdje je:

$E$	modul elastičnosti
$\nu$	viskoznost stijene koja može ovisiti o brzini transversalnih valova
$\tau$	vrijeme
$\varepsilon_{2e0}$	specifična linearna deformacija za slučaj beskonačnog trajanja naprezanja

I propusnost i šupljikavost su proporcionalne volumnoj deformaciji. Šupljikavost je proporcionalna linearnoj deformaciji, stoga šupljikavost i propusnost mogu ovisiti o vremenu npr. eksponencijalno.

Prihvaćajući taj princip, zbog naprezanja pri stlačivanju, elastična promjena propusnosti (šupljikavosti) je:

$$\Delta k_e = \Delta k_{e1} + \Delta k_{e2} \quad (8)$$

gdje je:

$\Delta k_{e1}$	trenutačna promjena propusnosti
$\Delta k_{e2}$	promjena propusnosti ovisna o vremenu

Za izračun tih promjena preporučuju se slijedeće formule:

$$\Delta k_{e1} = I k_0 (1 - e^{-\alpha \Delta p}) \quad (9a)$$

i

$$\Delta k_{e2} = (1 - I) k_0 (1 - e^{-\lambda \tau}) (1 - e^{-\alpha \Delta p}) \quad (9b)$$

To znači da je viskozna komponenta ovisna o vremenu gdje je:

$I$	frakcija trenutačne promjene propusnosti u odnosu na ukupnu (u slučaju beskonačnog vremena)
$k_0$	referentna propusnost (npr. kod početnog tlaka $p_0$ koji je referentni)
$\Delta p = p_0 - p$	
$\alpha$	promjena specifične propusnosti zbog promjene jediničnog tlaka (mD/mD * 1/bar)
$\lambda$	brzina konvergencije za postizanje konačne propusnosti (1/dan ili 1/mjesec)
$\tau$	vrijeme (dan ili mjesec)

Ako je vrijeme beskonačno (ili dovoljno dugo), onda je:

$$\Delta k_e = k_0 (1 - e^{-\alpha \Delta p}) \quad (10)$$

Ovaj model odgovara Kelvin - Voightovom mehaničkom modelu stijene.

Ako se naprezanje pri stlačivanju mijenja kao funkcija vremena predlaže se slijedeći proces izračuna:

Vremenski korak	$\Delta \tau_1$	$\Delta \tau_2$	$\Delta \tau_3$	.....	$\Delta \tau_n$
$p_0 - p_i$ promjena tlaka	$\Delta p_1$	$\Delta p_2$	$\Delta p_3$	.....	$\Delta p_n$
$\Delta p$ za izračun	$(p_0 - p_1)/2$	$(p_0 - p_2)/2$	$(p_0 - p_3)/2$	.....	$(p_{n-2} - p_n)/2$

Vrijeme je:  $\tau = \sum \Delta \tau_i$ ; pojednostavljeno:  $\Delta \tau_1 = \Delta \tau_2 = \Delta \tau_3 = \Delta \tau_4 = \dots = \Delta \tau$

Promjena propusnosti izračunata je kao funkcija koraka u vremenu.

Na kraju **prvog vremenskog koraka** promjena propusnosti je:

$$\Delta k_{e1} = I k_0 (1 - e^{-\alpha \Delta p_1})$$

$$\Delta k_{e2} = (1 - I) k_0 (1 - e^{-\lambda \Delta \tau}) (1 - e^{-\alpha \Delta p_1})$$

i

$$\Delta k_e = \Delta k_{e1} + \Delta k_{e2} \Big|_1 \quad (11. a)$$

Na kraju **drugog vremenskog koraka** promjena propusnosti je:

$$\Delta k_{e1} = I k_0 (1 - e^{-\alpha (\Delta p_1 - \Delta p_2)})$$

$$\Delta k_{e2} = (1 - I) k_0 \left\{ (1 - e^{-2\lambda \Delta \tau}) (1 - e^{-\alpha \Delta p_1}) + (1 - e^{-\lambda \Delta \tau}) \left[ e^{-\alpha \Delta p_1} - e^{-\alpha (\Delta p_1 + \Delta p_2)} \right] \right\}$$

i

$$\Delta k_e = \Delta k_{e1} + \Delta k_{e2} \Big|_2 \quad (11. b)$$

Na kraju **n-tog vremenskog koraka** promjena propusnosti je:

$$\Delta k_{e1} = I k_0 \left( 1 - e^{-\alpha \sum_{i=1}^n \Delta p_i} \right)$$

$$\Delta k_{e2} = (1 - I) k_0 \left\{ (1 - e^{-n\lambda \Delta \tau}) (1 - e^{-\alpha \Delta p_1}) + (1 - e^{-(n-1)\lambda \Delta \tau}) \left[ 1 - e^{-\alpha \Delta p_1} - e^{-\alpha \sum_{i=1}^n \Delta p_i} \right] + \dots + (1 - e^{-\lambda \Delta \tau}) \left[ e^{-\alpha \sum_{i=1}^{n-2} \Delta p_i} - e^{-\alpha \sum_{i=1}^n \Delta p_i} \right] \right\}$$

and

$$\Delta k_e = \Delta k_{e1} + \Delta k_{e2} \Big|_n \quad (11. c)$$

### 3. Elastično - plastične ležišne stijene

Opisana su dva modela a ujedno je prikazana i koherencija među njima. Njihovo fizičko značenje predloženo je na slici 2.

Slika 2a. prikazuje propusnost u odnosu na tlak za slučaj elastične ležišne stijene bez viskozne komponente. Ako  $\Delta p$  raste, propusnost pada duž linije 012. Ako  $\Delta p$  pada, propusnost raste duž linije 210. Histereze propusnosti ne postoje.

Slika 2b. prikazuje propusnost u odnosu na tlak za slučaj plastičnih ležišnih stijena. U tom slučaju koeficijent elastičnosti je:  $\eta > 10$  (npr. model Gorbunova A.T.-1981). Ako  $\Delta p$  raste, propusnost pada duž linije 012. Ako je  $\Delta p = \Delta p_1$  propusnost je  $k_1$ . Ako  $\Delta p$  pada ( $\Delta p \rightarrow 0$ ), propusnost ostaje konstantna ( $k = k_1 = k'_1$ ). Ako je  $\Delta p$  veći od  $\Delta p_1$  ( $\Delta p \rightarrow \Delta p_1$ ), propusnost pada duž linije 12. Ako je  $\Delta p = \Delta p_2$  propusnost je  $k_2$ . Ako  $\Delta p$  pada, u odnosu na ( $\Delta p \rightarrow 0$ ) propusnost ostaje konstantna ( $k = k_2 = k'_2$ ) itd. To znači da nikad nema povratka na  $k_0$ , postoji histereza propusnosti, prema tome postoji i histereza kapaciteta proizvodnje.

Na slici 2c. prikazana je propusnost u odnosu na tlak za slučaj elastično-plastičnih ležišnih stijena. U tom je

slučaju koeficijent elastičnosti:  $0 < \eta < 10$  (npr. model Gorbunova A.T.-1981).

Ako  $\Delta p$  raste, propusnost pada duž linije 012. Ako je  $\Delta p = \Delta p_1$  tada je propusnost  $k_1$ . Ako  $\Delta p$  pada ( $\Delta p \rightarrow 0$ ), propusnost lagano raste ( $k > k_1$ ;  $k_{\max} = k'_1$ ). Ako  $\Delta p$  ponovo raste ( $\Delta p \rightarrow \Delta p_1$ ), propusnost lagano pada duž linije 1'1 ( $k < k'_1$ ;  $k_{\min} = k_1$ ). Ako je  $\Delta p$  veći  $\Delta p_1$  ( $\Delta p \rightarrow \Delta p_1$ ), propusnost pada duž linije 12. Ako je ( $\Delta p \rightarrow \Delta p_2$ ), propusnost je  $k_2$ . Ako  $\Delta p$  ponovo pada ( $\Delta p \rightarrow 0$ ), propusnost lagano raste duž linije 22' ( $k > k_2$ ;  $k_{\max} = k'_2$ ). Ako  $\Delta p$  ponovo raste ( $\Delta p \rightarrow \Delta p_2$ ), propusnost lagano pada ( $k < k'_2$ ;  $k_{\min} = k_2$ ) po istoj liniji. To znači da nikad nema povratka na  $k_0$  postoji histereza propusnosti, prema tome postoji i histereza kapaciteta proizvodnje.

Opisani procesi se mogu simulirati s dva prikazana analitička modela.

Modeli su temeljeni na slijedećim principima:

- funkcija  $k = k(\Delta p)$  je hiperbolička (model-I) ili eksponencijalna (model-II),
- postoje dvije vrste krivulja (slika 2b ili 2c), 012 glavna krivulja i sporedne krivulje 11' ili 22'. Obje vrste funkcija (glavna i sporedna krivulja) su funkcije iste vrste (hiperbolička ili eksponencijalna), ali su njihovi nagibi različiti. Nagib glavne krivulje je veći od nagiba sporedne krivulje. Posljednja je različita od svih drugih, ako se radi o elastično-plastičnoj stijeni, ako je stijena plastična tada je nagib sporednih krivulja nula,
- u točkama presjecišta stvarna propusnost je ista za obje vrste krivulja,
- $k_1$  or  $k_2$  je izračunat ( $\Delta p = 0$ ) pomoću propusnosti na presjecištu ( $k_1$  ili  $k_2$ ) i s nagibom (ili parametrom) sporednih funkcija prema danom algoritmu,
- promjena propusnosti je trenutna.

**Model - I** je proces Barenblatta G.I.<sup>3</sup>, (jednadžba -12a) i Korotaeva Ju.P., Gerova L.G., Zakirova Sz.N., Scserbakova G.A.<sup>10</sup>, (jednadžba -12b), koji je predložio hiperboličke funkcije (jednadžbe snage) za izračunavanje propusnosti u odnosu na naprezanje pri stlačivanju.

$$k = k_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\alpha^*} \text{ jednadžba glavne krivulje} \tag{12 a}$$

$$\alpha_i^* = \alpha^* \left( \frac{p_i}{p_0} \right)^{\eta^*} \text{ parametri pomoćnih krivulja} \tag{12 b}$$

**Model - II** je proces Gorbunova A.T.<sup>5</sup>, (jednadžbe 13a i 13b), koji je koristio eksponencijalne funkcije (npr. jednadžba 2) umjesto hiperboličkih:

$$k = k_0 e^{-\alpha(p_0 - p)} \text{ jednadžba glavne krivulje} \tag{13 a}$$

$$\alpha_i = \alpha e^{-\eta(p_0 - p_i)} \text{ parametri pomoćnih krivulja} \tag{13 b}$$

Usklađenost između dva modela je slijedeća:

$$\alpha = \alpha^* \frac{2,3}{p_0 - p} \log \frac{p_0}{p} \tag{14 a}$$

$$\eta = \eta^* \frac{2,3}{p_0 - p} \log \frac{p_0}{p} \tag{14 b}$$

Ako je  $p > 0,4p_0$  oba modela daju sličan rezultat.

Parametri u jednadžbama (12) i (13) su:

- $k_0$  referentna propusnost (kod početnog tlaka  $p_0$ ),
- $k$  stvarna propusnost (kod stvarnog ležišnog tlaka  $p$ ),
- $\alpha, \alpha^*$  koeficijenti stlačivosti koji se odnose na propusnost u slučaju da je stijena potpuno elastična,
- $\alpha_i, \alpha_i^*$  koeficijenti stlačivosti koji se odnose na propusnost u slučaju da se radi o elastično - plastičnoj stijeni, ( $\alpha > \alpha_i$ ;  $\alpha^* > \alpha_i^*$ )
- $\eta, \eta^*$  koeficijenti plastičnosti ako je:
  - $\eta = 0$  ležišna stijena je elastična
  - $0 < \eta < 10$  stijena je elastično-plastična
  - $\eta > 10$  stijena je elastično-plastična<sup>5</sup>

Oba modela uzimaju u obzir trenutnu promjenu propusnosti za elastično-plastičnu ležišnu stijenu.

#### 4. Elastično-plastična-viskozna stijena

Tekstura stijene može biti vrlo kombinirana, prema tome materijalna jednadžba je vrlo složena. U praksi se rješavanje materijalne jednadžbe često obavlja aproksimacijom i pojednostavljenjem. Za točno rješenje numeričkih modela preporuča se da se u obzir uzme kretanje fluida i mehaničko ponašanje stijenskih materijala. Ovi modeli se nazivaju povezani geomehanički modeli a posljednjih se godina sve više preporučuju i koriste u praksi. Mi predlažemo slijedeći algoritam za procjenu promjene propusnosti korištenjem principa superpozicije.

$$\Delta k_p = \eta^{**} (\Delta k_e + \Delta k_v)_{\max} \tag{15}$$

opaska: do točke u vremenu maksimalne promjene propusnosti  $(\Delta k_e + \Delta k_v)_{\max}$  razmatra se događa u tom periodu gdje je:

koeficijent plastičnosti ( $\eta^{**} \leq 1$ ), koji može biti konstantan ili ovisan o naprezanju pri stlačivanju (tj. eksponencijalan).

$$\eta^{**} = \eta_0^{**} e^{-c_\eta \Delta p_{\max}} \tag{16}$$

gdje je:

- $\eta_0^{**}$  referentni koeficijent elastičnosti
- $c_\eta$  parametar elastičnosti (npr.  $c_\eta = 0$ )
- $\Delta p_{\max}$  maksimalno naprezanje pri stlačivanju u vremenskom intervalu

Početak vremenskog intervala je uvijek  $\tau = 0$ , njegov kraj je stvarno vrijeme:  $\tau$ .

$$\Delta p_{\max} = [\rho_0(\tau = 0) - \rho(\tau)]_{\max}$$

Ukupna promjena propusnosti ovisna o vremenu je:

$$\Delta k(\tau) = \Delta k_e + \Delta k_v(\tau) + \Delta k_p \tag{17}$$

$(\Delta k_e + \Delta k_v)$  su izračunati prema podacima u točki 2.

Vrijednost  $\Delta k_p$  se nikada ne smanjuje već samo raste ili je konstantna. Na primjer ako od određene točke u vremenu naprezanje pri stlačivanju pada,  $\Delta k_p$  ostaje na svojoj prijašnjoj maksimalnoj vrijednosti. Kod plastičnih procesa propusnost se nikada ne obnavlja i nikada se ne vraća na početnu vrijednost.

Tablica 1.							
Vrsta stijene	1 mjesec	2 mjesec	3 mjesec	4 mjesec	5 mjesec	6 mjesec	Napomena
Čvrsta	0	0	0	0	0	0	$\alpha=0$
Elastična	40	40	40	0	0	0	$\alpha=0,005111/\text{bar}$
Elastično-viskozna	34	37,8	39,2	5,7	2,1	0,8	$l=0,6$ $\lambda=11/\text{mjesec}$
Elastična-plastična	40	40	40	40	40	40	$\eta > 10$
Elastična-plastična-viskozna	34	37,8	39,2	19,6	19,6	19,6	$l=0,6$ $\eta^{**} = \text{const}=0,5$

Napomena: proizvodnost bušotine je proporcionalna stvarnoj (srednjoj) propusnosti.

## Primjer

Početni ležišni tlak 200 bara (2 900 psi) kod  $\tau=0$ , nakon čega se trenutačno snižava  $\Delta p = \text{bar}$ . Tijekom tri mjeseca tlak 100 bara (1 450 psi), nakon čega se trenutačno povećava na početnu vrijednost. Trajanje ukupnog intervala je 6 mjeseci. Potrebno je izračunati promjenu propusnosti kao funkciju vremena, ako je početna propusnost 100 mD i pretpostavljena različita svojstva mehanike stijena. Rješenja su prikazana u slijedećoj tablici 1.

## Sažetak

- Na osnovu koherencije razvijeni su algoritmi za procjenu stvarne propusnosti ležišnih stijena, kao funkcije naprezanja pri stlačivanju u slučaju kada stijene imaju složeno mehaničko ponašanje.
- Protok bušotine ovisi o mehaničkim svojstvima stijene.
- Proizvodnost bušotine u posebnih slučajevima je ovisna o vremenu i u nekim slučajevima dolazi do histereze kapaciteta proizvodnje (utiskivanja).
- HT i HP ležišta niske šupljikavosti ponašaju se posve drugačije od klasičnog tipa ležišta zbog naprezanja pri stlačivanju,
- Točne analize ukazuju na važnost ispitivanja s obzirom na ležišne stijene koje imaju složena mehanička svojstva.



Autor:

**József Pápay**, Professor Emeritus - Miskolc University, Mol- PLC

UDK : 553.982 : 502.7 : 622.24.63 : 519.876.5

553.982 ležišta nafte i plina  
502.7 iscrpljivanje ležišta  
622.24.63 rudarstvo, bušotine, iscrpljivanje ležišta  
519.876.5 simulacije, algoritmi