

ODREDJIVANJE TEŽINA KRITERIJA KOD  
VIŠEKRITERIJALNOG IZBORA INVESTI-  
CIJSKIH PROJEKATA POMOĆU METODE  
SVOJSTVENOG VEKTORA I METODE EN-  
TROP IJE

*U radu je prikazana primjena metode svojstvenog vektora i metode entropije za odredjivanje težina kriterija kod višekriterijalnog izbora investicijskih projekata. Razmotreni su i mogući uzroci razlika između izračunatih i procijenjenih vrijednosti težina.*

## 1. UVOD

Kada se problem izbora neke od mogućih varijanti jedne odluke promatra s višekriterijalnog aspekta, javlja se problem odredjivanja važnosti kriterija u skladu s kojima se vrši taj izbor. Najčešće, taj se problem u praksi rješava konzultiranjem eksperata koji procjenjuju važnost pojedinog kriterija za situaciju odlučivanja i pridružuju svakom od njih odgovarajući ponder.

Da bi se smanjio utjecaj subjektivnih procjena težina kriterija na odluku, razvijane su metode koje omogućuju njihovo egzaktnije odredjivanje. U ovom su radu prikazane dvije takve metode. Jedna od njih je metoda svojstvenog vektora za koju je potrebno odrediti relativne važnosti jednog kriterija u odnosu na drugi za svaki par kriterija i na osnovi tih procjena izračunaju se težine pojedinih kriterija. Druga metoda, metoda entropije, osim za računanje težina kriterija, može poslužiti i za korekciju težina ako se one procjenjuju.

---

*U radu su prikazani rezultati istraživanja provedenih u toku dosadašnjeg rada u okviru projekta 71.1.0, koji financira Suda za znanost SR Hrvatske.*

## 2. METODA SVOJSTVENOG VEKTORA

Pomoću ove metode odredjuju se težine kriterija na osnovi procjene relativnih važnosti jednog kriterija u odnosu na drugi za svaki par kriterija (pretpostavlja se da je moguće preciznije odrediti odnos važnosti jednog kriterija prema drugom za svaki par kriterija nego procijeniti sve težine kriterija odjednom).

## 2.1. Kratak opis metode

Pretpostavlja se da je poznata matrica  $A = [a_{ij}]$  čiji su elementi  $a_{ij} = w_i/w_j$ , gdje je  $w_i$ ,  $i=1, \dots, n$  težina (ponder)  $i$ -tog kriterija.

Množenjem matrice  $A$  s vektorom  $w^T = [w_i]^T$  dobije se

$$Aw^T = n w^T \quad (2.1)$$

a otuda proizlazi

$$(A-nI) w^T = 0 \quad (2.2)$$

Zbog svojstava elemenata matrice  $A$  (vidi C.L.Hwang, K.Yoon, [1], str. 42) sustav jednažbi (2.2) ima samo trivijalno rješenje.

Vektor težina dobiva se rješavanjem sustava jednažbi

$$Aw^T = \lambda_{\max} w^T \quad (2.3)$$

gdje je  $\lambda_{\max} = \sum_i w_i = 1$  najveća svojstvena vrijednost matrice  $A$ .

## 2.2. Saatyeva skala za odredjivanje relativnih važnosti kriterija

Potrebni podaci za metodu svojstvenog vektora su procjene relativne važnosti jednog kriterija prema drugom za svaki par kriterija. Te relativne važnosti odredjuju se pomoću Saatyeve skale s 5 vrijednosti i 4 medjuvrijednosti u skladu s objašnjenjima danim u slijedećoj tabeli:

| Intenzitet važnosti | Definicija                                   | Objašnjenje  |
|---------------------|--|--|
| 1                   | jednaka važnost                              | dva kriterija jednako mjere doprinos cilju   |
| 3                   | jedan kriterij je neznatno važniji od drugog | na osnovi iskustva i procjene daje se mala prednost jednom kriteriju u odnosu na drugi                   |
| 5                   | jedan kriterij je bitno važniji od drugog    | na osnovi iskustva i procjene daje se stroga prednost jednom kriteriju u odnosu na drugi                 |
| 7                   | dokazana važnost                             | jedan kriterij se strogo favorizira u odnosu na drugi i njegova dominacija je dokazana u praksi          |
| 9                   | apsolutna važnost                            | na najvišem mogućem nivou dokazana je prednost jednog kriterija nad drugim                               |
| 2,4,6,8             | medjuvrijednosti                             | kad procjena relativne važnosti kriterija zahtijeva kompromis između dva od gore definiranih intenziteta |

### 2.3. Primjer

Metoda svojstvenog vektora primijenjena je za odredjivanje težina kriterija u slučaju izbora investicijskih projekata u procesu regionalnog razvoja.

Kao kriteriji za izbor poslužili su: sadašnja vrijednost projekata ( $S_0$ ), ukupna investicijska ulaganja (TI),  $S_0/TI$ , zaposlenost (Z),  $S_0/Z$  i  $TI/Z$ . Ekspertna procjena relativnih važnosti kriterija pomoću Saatyveve skale nalazi se u slijedećoj matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 & 1 & 7 \\ 1/5 & 1 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/3 \\ 1/5 & 5 & 1 & 1/5 & 1/3 & 1/3 \\ 1 & 5 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 3 & 1 & 1 & 7 \\ 1/7 & 3 & 3 & 1/5 & 1/7 & 1 \end{bmatrix}$$

Objašnjenje: u prvom redu nalaze se vrijednosti  $w_1/w_j$ ,  $j = 1, \dots, 6$ , tj. procjene relativnih važnosti prvog kriterija ( $S_0$ ) u odnosu na sve ostale kriterije.

Najveća svojstvena vrijednost ove matrice je:  $\lambda_{\max} = 6.6682$ . Riješi li se s ovim podacima sustav jednažbi (2.3), dobije se slijedeći vektor težina kriterija

$$w = [0.2861 \quad 0.0359 \quad 0.0713 \quad 0.2622 \quad 0.2647 \quad 0.0799]$$

Zanimljivo je usporediti na ovaj način izračunate težine kriterija s procijenjenim težinama koje su (vidi [2], str.615-616):

$$0,2 \quad 0,15 \quad 0,15 \quad 0,2 \quad 0,2 \quad 0,1$$

(u spomenutom materijalu težine su određene tako da se ukupna vrijednost težina /20/ raspodijelila na kriterije - ovdje su dane vrijednosti komponenata normaliziranog vektora težine). Budući da se vidi razlika između procijenjenih vrijednosti težina i onih izračunatih pomoću metode svojstvenog vektora, može se zaključiti da procjena težina i procjena relativnih važnosti kriterija nisu bile konzistentne.

### 3. METODA ENTROPIJE

U slučaju kada je poznata matrica odlučivanja, za izračunavanje težina kriterija moguće je koristiti metodu entropije. Također, ova se metoda može koristiti i za korigiranje subjektivno procijenjenih težina kriterija.

#### 3.1. Kratak opis metode

Elemente matrice odlučivanja označimo s  $x_{ij}$  (to je vrijednost  $j$ -te atribucije za  $i$ -tu varijantu odluke).

Projektni rezultat atributa  $j$  definira se na slijedeći način:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_i x_{ij}}$$

U skladu sa Shannonovom definicijom entropije, entropija skupa projektnih rezultata atributa  $j$  je

$$E_j = - \frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m p_{ij} \ln p_{ij}. \quad (3.1)$$

Stupanj diverzifikacije informacija odredjenih atributom  $j$  može se definirati kao

$$d_j = 1 - E_j$$

Na osnovi ovih vrijednosti računaju se težine kriterija po formuli

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_j d_j} \quad (3.2)$$

Ukoliko su težine kriterija procijenjene subjektivno, one se mogu korigirati koristeći formulu

$$w_j^o = \frac{\lambda_j w_j}{\sum_j \lambda_j w_j} \quad (3.3)$$

gdje je  $\lambda_j$  oznaka za procijenjenu težinu kriterija  $j$ .

### 3.2. Primjer

Odredjivanje težina kriterija pomoću metode entropije provedeno je na slučaju opisanom u točki 2.3. Matrica odlučivanja za taj slučaj je

| kriterij | $S_o$  | TI     | $S_o/TI$ | Z   | $S_o/Z$ | TI/Z |
|----------|--------|--------|----------|-----|---------|------|
| projekti |        |        |          |     |         |      |
| I        | 398000 | 71000  | 5.6      | 587 | 678     | 121  |
| II       | 257000 | 200000 | 1.3      | 270 | 952     | 741  |
| III      | 120000 | 55000  | 2.2      | 202 | 594     | 272  |
| IV       | 9000   | 1000   | 9.0      | 6   | 1500    | 167  |
| V        | 33000  | 8000   | 4.1      | 14  | 2357    | 571  |
| VI       | 22000  | 6000   | 3.7      | 24  | 917     | 250  |
| VII      | 11000  | 4000   | 2.7      | 99  | 1222    | 444  |

Matrica odgovarajućih projektnih rezultata je

$$[P_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.4862 & 0.2058 & 0.1958 & 0.4884 & 0.0825 & 0.0472 \\ 0.3024 & 0.5797 & 0.0455 & 0.2246 & 0.1158 & 0.2888 \\ 0.1412 & 0.1549 & 0.0769 & 0.1681 & 0.0723 & 0.1060 \\ 0.0106 & 0.0029 & 0.3147 & 0.0050 & 0.1825 & 0.0651 \\ 0.0388 & 0.0232 & 0.1434 & 0.0116 & 0.2867 & 0.2295 \\ 0.0259 & 0.0174 & 0.1294 & 0.0200 & 0.1116 & 0.0974 \\ 0.0129 & 0.0116 & 0.0944 & 0.0824 & 0.1487 & 0.1730 \end{bmatrix}$$

Pomoću formule (3.1) izračunate su slijedeće vrijednosti entropija projektnih rezultata atributa koji su korišteni kao kriteriji:

$$[E_j] = [0.6775 \quad 0.5964 \quad 0.9183 \quad 0.6924 \quad 0.9477 \quad 0.9164]$$

Težine kriterija izračunate pomoću formyle (3.2) jesu

$$[w_j] = [0.3225 \quad 0.4036 \quad 0.0817 \quad 0.3076 \quad 0.0533 \quad 0.0836]$$

Kako su za opisani slučaj investicijskog odlučivanja poznate i procijenjene težine kriterija

$$[\lambda_j] = [0.2 \quad 0.15 \quad 0.15 \quad 0.2 \quad 0.2 \quad 0.1]$$

izračunate su i korigirane vrijednosti ovih težina pomoću formule (3.3),

Dobivene su vrijednosti

$$[w_j^0] = [0.2961 \quad 0.2777 \quad 0.0563 \quad 0.2823 \quad 0.0489 \quad 0.0385]$$

Usporede li se procijenjene vrijednosti težina i ove korigirane vrijednosti, vidljive su značajnije razlike. Očito se kod procjena važnosti kriterija nije postupalo u skladu s logikom metode entropije.

### 3. ZAKLJUČAK

Prikazane metode, metoda svojstvene vrijednosti i metoda entropije mogu se primijeniti u postupku izbora investicijskih projekata za odredjivanje težina kriterija u skladu s kojima se donosi odluka. U primjeni ovih metoda na istom primjeru

dobivene su vrijednosti težina kriterija od kojih se neka značajno razlikuju. Potrebno je objasniti:

- a) razlike u vrijednostima procijenjenih težina i težina izračunatih pomoću prikazanih metoda
- b) razlike između vrijednosti težina izračunatih pomoću prikazanih metoda.

Razlike pod a) posljedica su nekonzistentnosti između procjene svih težina kriterija i procjene relativnih važnosti tih kriterija pomoću Saatyveve skale, odnosno očitog odsustva logike na kojoj počiva metoda entropije u postupku procjene težina kriterija. Razlike do kojih je došlo računanjem težina pomoću jedne i druge metode posljedica su toga da kod procjene relativnih važnosti kriterija, koje su osnova za primjenu metode svojstvenog vektora, također nije postupano u skladu s logikom metode entropije. U svakom slučaju, razlike do kojih je došlo treba koristiti kao argument u prilog uključivanju egzaktnih metoda u postupak odredjivanja težina kriterija kod višekriterijalnog izbora investicijskih projekata.

#### LITERATURA

1. C.L.Hwang, K.Yoon, *Multiple Attribute Decision Making*, Springer-Verlag, New York, 1981, str. 41-56.
- 2) "FOIP STUDIJ", Slučaj VI, Ekonomski institut Zagreb, Zagreb, 1980.

Primljeno: 1985-01-03

Hunjak T. *Assessing weights of the criteria for multicriteria choice of investment projects using the eigenvector method and entropy method*

#### S U M M A R Y

*In this paper, the eigenvector method and entropy method for assessing weights of the criteria for multicriteria choice of investment projects are presented. The difference between the computed and evaluated values of the weights are discussed.*