

NEMOGUĆE FIGURE

Nikol Radović, Sisak

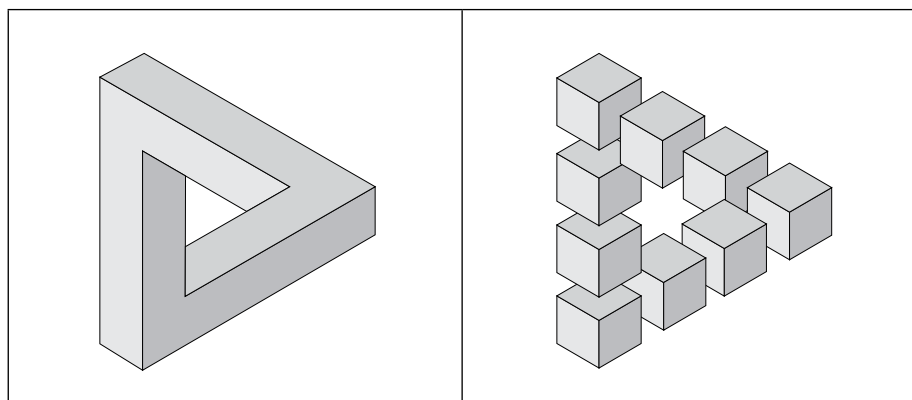
Nastavak iz Matke 75.

U prijašnjim brojevima Matke crtali smo/konstruirali različite *iluzijel sketcholuzije* i animirali ih. No, postoje iluzije čija je konstrukcija zahtjevna. Te iluzije svrstavamo u grupu *nemogućih figura/iluzija*. Znalci kažu da su *nemoguće figure* trijumf mašte i razigranosti nad realnošću, ali i da su nelogična maska logičnosti.

U Matkama 53. i 54. prikazane su različite nemoguće figure, a u Matki 10 dana je konstrukcija nemogućeg trokuta, uz prikaz slika nacrtanih programom *Mathematica*.

Imajući to sve na umu, možemo se zapitati je li moguće nacrtati/konstruirati *nemoguće iluzije* uz pomoć *Sketchpada*? Pokušajmo!

Primjer 13. Nacrtajmo *sketcholuziju* prema iluziji na slici 75.a).



a)

Penroseov trokut

b)

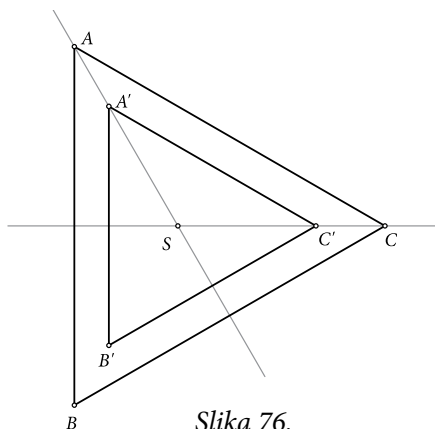
Slika 75.

Korak 1. Nacrtajmo jednakostraničan trokut ABC .

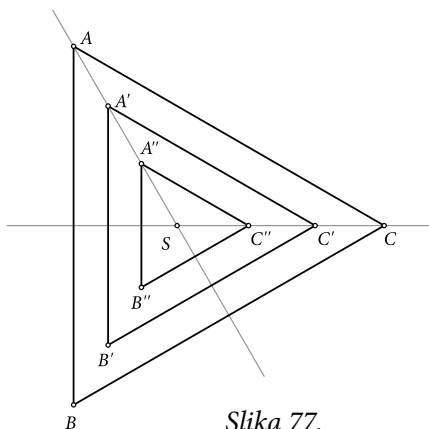
Korak 2. Nacrtajmo visine toga trokuta, a točku presjeka označimo sa S (Uočite: trokut ABC je jednakostraničan, ista točka je i sjecište simetrala stranica ili simetrala kutova).



Korak 3. Označimo točku S i u izborniku *Transformacije* odaberimo naredbu *Označite središte* (ili dva puta kratko kliknemo na točku). Označimo vrhove i stranice trokuta te u izborniku *Transformacije* odaberimo naredbu *Dilatirajte*. Neka je prvi koeficijent jednak $\frac{2}{3}$. Rezultat opisane transformacije bit će trokut $A'B'C'$ (slika 76.). Za drugi koeficijent stavimo $\frac{1}{3}$. Na taj način nacrtali smo „koncentrične trokute” (slika 77.).



Slika 76.

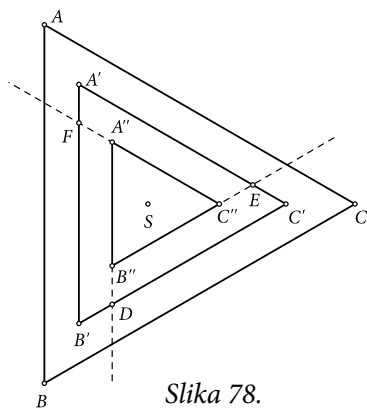


Slika 77.

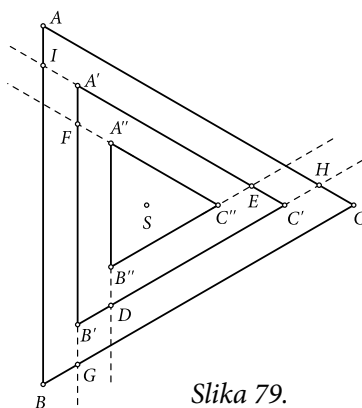
Korak 4. „Izbrišimo” nacrtane visine i točku S .

Korak 5. Nacrtajmo polupravac $A''B''$. Taj polupravac siječe stranicu $\overline{B'C'}$ trokuta $A'B'C'$ u točki D . Nadalje, polupravac $B''C''$ siječe stranicu $\overline{C'A'}$ trokuta $A'B'C'$ u točki E , odnosno točka F je presjek polupravca $C''A''$ i stranice $\overline{A'B'}$ trokuta $A'B'C'$ (slika 78.).

Korak 6. Zamjenom trokuta $A'B'C'$ trokutom ABC , te primjenom postupka opisanog u Koraku 5., na polupravce $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ nacrtat ćemo točke G , H , I (slika 79.).



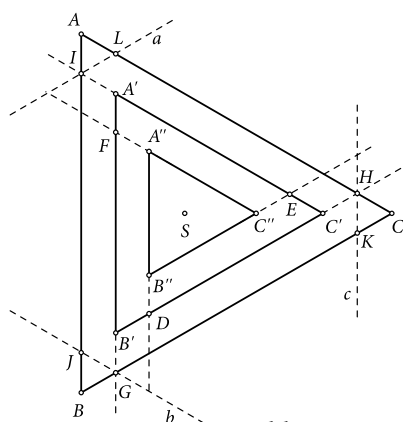
Slika 78.



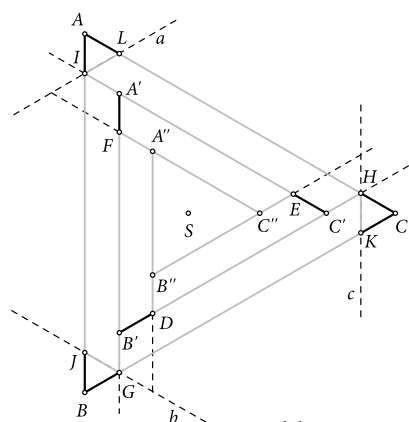
Slika 79.



Korak 7. Točkom H nacrtajmo pravac c usporedan sa stranicom \overline{AB} trokuta ABC (označimo točku H i stranicu trokuta $\overline{AB} \rightarrow$ *Konstrukcije* \rightarrow *Paralela*). Točka $K = c \cap \overline{BC}$ (označimo pravac c i stranicu trokuta $\overline{BC} \rightarrow$ *Konstrukcije* \rightarrow *Presjek*). Nadalje, točkom I nacrtajmo pravac a usporedan sa stranicom \overline{BC} trokuta ABC . Točka $L = a \cap \overline{CA}$ (sjecište pravca a i dužine \overline{CA} trokuta ABC). Još je preostalo točkom G nacrtati pravac b usporedan sa stranicom \overline{CA} trokuta ABC . Pravac b i stranica \overline{AB} sijeku se u točki J (slika 80.).



Slika 80.



Slika 81.

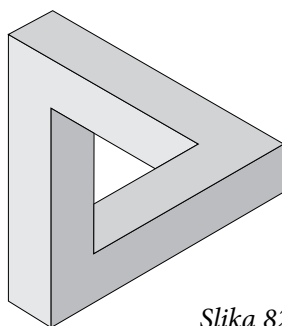
Korak 8. Redom crtajmo dužine (označimo dvije točke \rightarrow *Konstrukcije* \rightarrow *Dužina*; dok je dužina označena odaberemo \rightarrow *Zaslon* \rightarrow *Širina crte* \rightarrow *Debelo*) \overline{HK} , \overline{HL} , \overline{LI} , \overline{IJ} , \overline{JG} , \overline{GK} , \overline{HD} , $\overline{DA''}$, $\overline{EB''}$, \overline{EI} , \overline{FG} , $\overline{FC''}$. (Promjenu širine crte dovoljno je učiniti jednom, jer u idućem koraku ponavlja prethodni.)

Korak 9. Označimo točke H, D, B'', E, I, L pa u izborniku *Konstrukcije* odaberimo naredbu *Unutrašnjost poligona*. Budući da je po definiciji boja unutrašnjost poligona žuta, dok je označena površina u izborniku *Zaslon* odaberimo naredbu *Boja*. U ovom slučaju za što bolji efekt preporuča se odabir određene boje i njezino toniranje, primjerice odabir najsvjetlije nijanse sive boje.

Korak 10. Označimo redom točke H, K, G, F, A'', D kao u *Koraku 9.* konstruirajmo poligon. Boja poligona neka je nekoliko nijansi tamnija od boje poligona iz *Koraka 9.*

Korak 11. Označimo redom točke E, C, F, G, J, I , te kao u *Koraku 9.* konstruirajmo poligon. Boja poligona neka je nekoliko nijansi tamnija od boje poligona iz *Koraka 10.* „Izbrišimo” sve pomoćne dužine i pravce, kao i točke. Na slici 82. je *sketcholuzija* nacrtana prema iluziji sa slike 75.

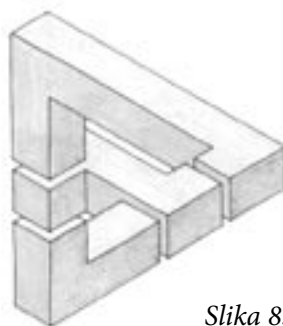




Slika 82.

Napomena. Opisana konstrukcija i konstrukcija u Matki 10. razlikuju se u Koraku 3. Naime, ako je zadana dužina \overline{XY} duljine d jednaka udaljenosti stranica „koncentričnih trokuta”, opisana konstrukcija može se provesti i u *Sketchpadu*, ali se stranice trokuta moraju crtati/konstruirati kao dužine na pravcima jer će u protivnom promjena duljine d rezultirati nestankom slike, a to se ne bi smjelo dogoditi.

Primjer 14. Nacrtajmo *sketcholuziju* prema iluziji na slici 83.



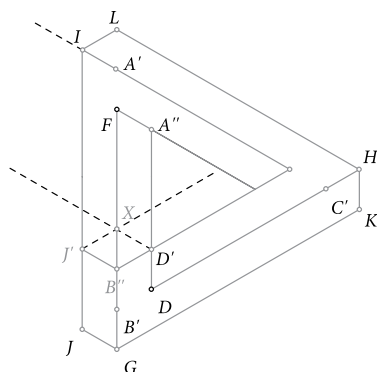
Slika 83.

Koraci 1.-7. isti su kao u **Primjeru 13.**

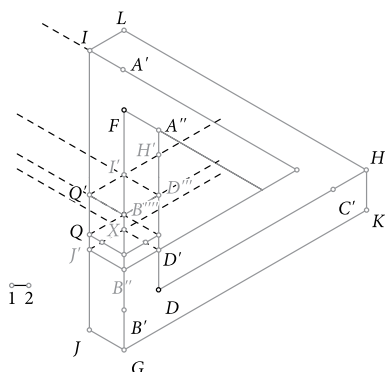
Korak 8. Označimo točke G i B' (pazite na poredak!) pa u izborniku *Transformacije* odaberimo naredbu *Označite vektor*. Za taj vektor translirajmo točku B' . Točkom B'' crtamo pravce usporedne s dužinom \overline{GJ} i \overline{GK} ili, jednostavnije, primijenimo translaciju za vektor $\overline{GB''}$ na dužine i točke tako da nacrtamo četverokut $J'B''D'X$ (slika 84.).

Korak 9. Nacrtajmo proizvoljnu dužinu $\overline{I2}$. Duljina te dužine određivat će udaljenost „kockica”. Najjednostavnije je crtanje/konstrukcija translacijom. Kako bi si olakšali samu konstrukciju/crtanje, ta dužina definirat će sve udaljenosti. Dakle, transformacijom ravnine translacijom xy -puta nacrtat ćemo sliku 85.



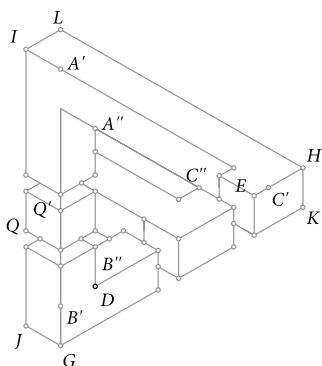


Slika 84.



Slika 85.

Korak 10. Konstruirat ćemo kvadre čije su stranice usporedne sa stranicom \overline{LH} nemogućeg trokuta iz **Primjera 13.**, pri čemu su razmaci između pojedinih dijelova jednaki duljini dužine $\overline{J2}$. (slika 86.).



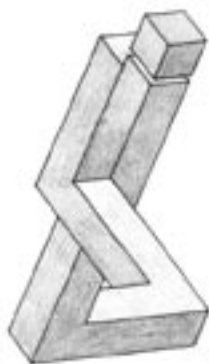
Slika 86.



Slika 87.

Korak 11. Ponavljamo **Korake 9.-11.** iz **Primjera 13.** „Brisanje” svih točaka i pomoćnih dužina rezultat će *sketcholuzijom* na slici 87.

Primjer 15. Postupak opisan u **Primjeru 13.** može se doraditi tako da se nacrtu/konstruira *sketcholuzija* prema iluziji na slici 88.



Slika 88.



Najprije treba nacrtati nemogući trokut iz **Primjera 13.** Na nemogući trokut „nalijepit” ćemo kvadre tako da produžimo stranice trokuta u bridove kvadrate, da bismo na kraju, slično **primjeru 14.**, dodali i kockicu (slika 89.).





Slika 89.

Zadatak. Pomoću *Sketchpada* konstruirajte *sketcholuziju* prema predlošku na slici 75.b). Najbolji radovi bit će objavljeni i nagrađeni.

Literatura:

1. M. Gardner: *The Colossal Book of Mathematics*, W. W. Norton & Company, New York, 2001.
2. R. Scitovski, K. Scitovski: *Nemoguće figure*, Matka 3 (1994./ 1995) 10, 55 – 60.
3. N. Radović: *Nemoguće figure*, Matka 14 (2005./ 2006.) 53, 8 – 11.
4. N. Radović: *Nemoguće figure i još malo*, Matka 14 (2005./ 2006.) 54, 94 – 97.
5. N. Radović: *Koktel iluzija*, Matka 15 (2006./ 2007.) 58, 79 – 83.
6. T. Pappas: *The Joy of Mathematics Discovering Mathematics All Around You*, Wide World Publishing/ Tetra, San Carlos, 2006.



Dragi naši
Matkači želimo
vam
ugodne ljetne
praznike
Uredništvo Matke!

