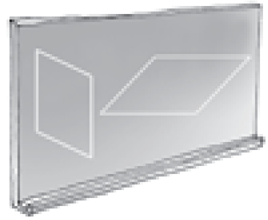
Matka 19 (2010./2011.) br. 76

ELASTIČNA MATEMATIKA

Renata Svedrec, Zagreb

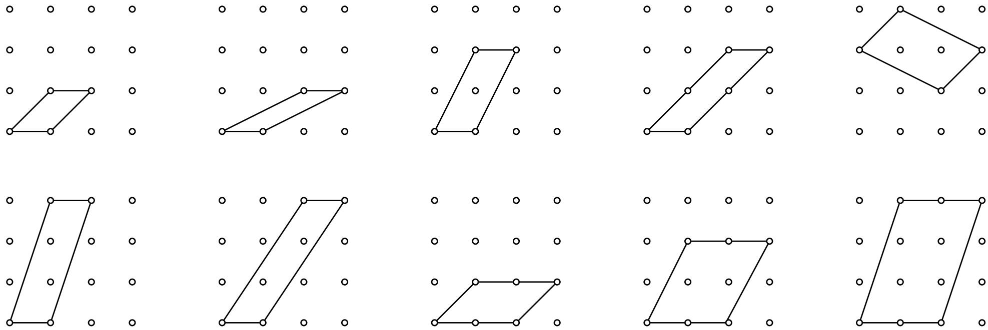
Paralelogrami na *geoboard* ploči

U Matki broj 73 upoznali smo *geoboard* ploču. Osnovna (najjednostavnija) *geoboard* ploča može biti napravljena od drveta (ili deblje plutene ploče), s 25 čavlića raspoređenih u kvadratnu mrežu (5 × 5) na jednakim razmacima (udaljenostima) od, primjerice, 1 cm. Rastezanjem gumenih traka od čavlića do čavlića možemo formirati različite figure kojima možemo proučavati njihova svojstva. Umjesto rada na konkretnim (originalnim ili priručnim) *geoboard* pločama, moguće je koristiti i samo točkasti papir.[1]



Primjer 1. Na *geoboard* ploči dimenzija 4 × 4 napravimo sve međusobno nesukladne nepravokutne paralelograme. Koliki je najveći broj elastičnom vrpcom obuhvaćenih čavlića? Nacrtajmo odgovarajuće slike na točkastom papiru.

Rješenje:

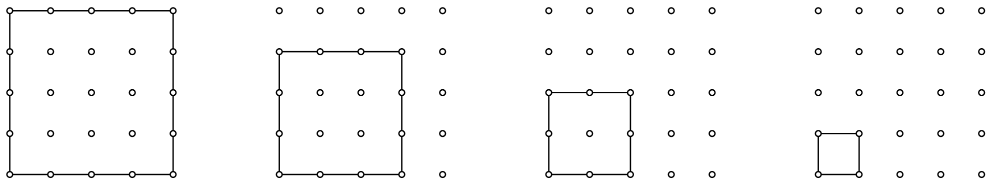


Najveći broj čavlića obuhvaćenih elastičnom vrpcom je 10 (6 na rubu i 4 u unutrašnjosti).

Primjer 2. Na *geoboard* ploči dimenzija 5 × 5 napravimo sve međusobno nesukladne kvadrate. Nacrtajmo odgovarajuće slike na točkastom papiru. Izračunajmo površinu svakoga od njih ako je udaljenost dviju susjednih točaka u retku/stupcu jednaka 1 cm. Koji od tih kvadrata ima najmanju površinu?

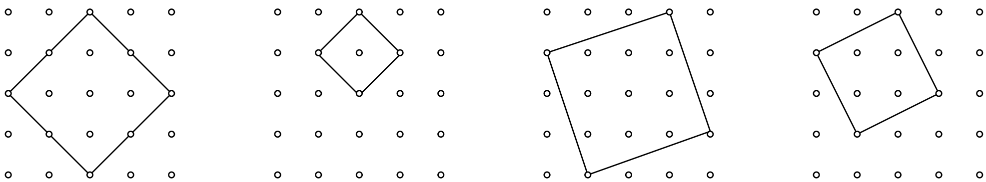
Rješenje: Prvo crtamo kvadrate kojima su stranice usporedne mreži koju određuju čvorovi ploče. Uočite da je za njihovo prikazivanje na *geoboard* ploči dovoljna jedna elastična vrpca.

[1]Ukoliko je moguće, možete koristiti elektronske aplikacije koje su (besplatno) dostupne na različitim internetskim adresama (npr.: http://nrich.maths.org/5648, http://mste.illinois.edu/users/pavel/java/geoboard/, http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_172_g_2_t_3.html ili http://www.mathplayground.com/geoboard.html).



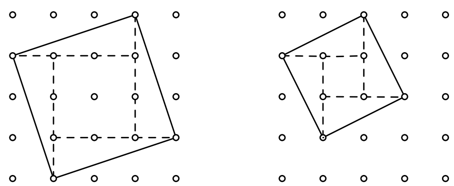
Površine ovih kvadrata računamo prema formuli $p = a^2$ (a je duljina stranice kvadrata) i one redom iznose 16 cm^2, 9 cm^2, 4 cm^2 i 1 cm^2.

Zatim crtamo kvadrate kojima stranice nisu usporedne mreži koju određuju čvorovi ploče. I njih na *geoboard* ploči možemo prikazati pomoću samo jedne elastične vrpce.



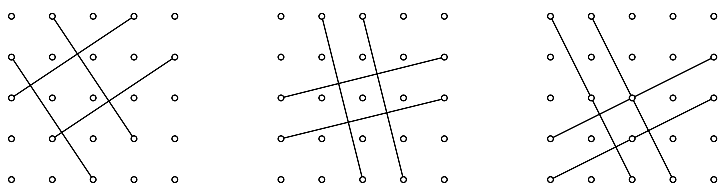
Površine prvih dvaju kvadrata računamo prema formuli $p = (d \cdot d) : 2$ (d je duljina dijagonale kvadrata) i one redom iznose $(4 \cdot 4) : 2 = 8$ cm^2, odnosno $(2 \cdot 2) : 2 = 2$ cm^2.

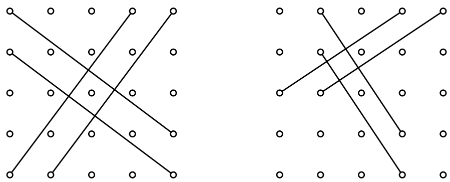
Da bismo izračunali površine drugih dvaju kvadrata, podijelit ćemo ih (duž mreže) na jedan kvadrat i četiri sukladna pravokutna trokuta, kao što prikazuje sljedeća slika:



Površina prvoga od njih je $2 \cdot 2 + 4 \cdot (3 \cdot 1) : 2 = 10$ cm^2, a drugoga $1 \cdot 1 + 4 \cdot (2 \cdot 1) : 2 = 5$ cm^2. (Uočite da je primjenom Pitagorina poučka moguće izračunati duljine stranica ovih kvadrata.)

No, uzmemo li više (4) elastičnih vrpci, moći ćemo prikazati i kvadrate koji imaju manju površinu, no njihovi vrhovi neće biti u čvorovima *geoboard* ploče!



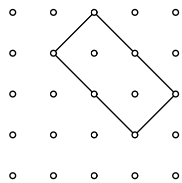


Intuitivno je jasno da najmanju površinu ima kvadrat nacrtan na posljednjoj slici. Pozivamo Matkače da izračunaju kolike su površine ovih pet kvadrata.

Zadatci:

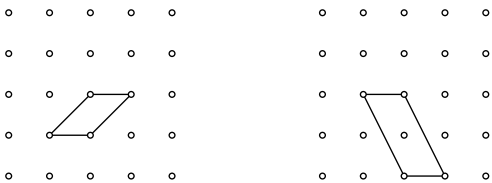
1. Na *geoboard* ploči dimenzija 5 × 5 prikažite sve međusobno nesukladne nepravokutne paralelograme. Nacrtajte odgovarajuće slike na točkastom papiru. Izračunajte površinu svakoga od njih ako je udaljenost dviju susjednih točaka u retku/stupcu jednaka 1 cm.

2. Na *geoboard* ploči dimenzija 5 × 5 prikažite paralelogram s površinom jednakom kao pravokutnik na slici na rubu:



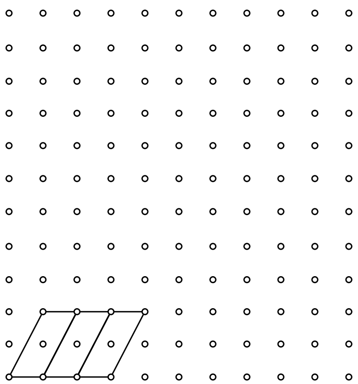
Nacrtajte odgovarajuću sliku na točkastom papiru.

3. Na *geoboard* ploči dimenzija 5 × 5 prikažite paralelogram sličan zadanom:



Nacrtajte odgovarajuće slike na točkastom papiru.

4. Nastavite niz paralelograma na *geoboard* ploči dimenzija 11 × 11.



Nacrtajte odgovarajuću sliku na točkastom papiru i ispunite tablicu:

Duljina stranice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Površina	2	4	6							
Broj čavlića (točaka) na rubu	4	6	8							
Broj čavlića (točaka) u unutrašnjosti	1	2	3							