



Renata Svedrec, Zagreb

Površine figura na geoploči

Umatici broj 73 upoznali smo *geoploču*. Osnovna (najjednostavnija) *geoploča* može biti napravljena od drveta (ili deblje plutene ploče), s 25 čavlića raspoređenih u kvadratnu mrežu (5×5) na jednakim razmacima (udaljenostima) od, primjerice, 1 cm. Rastezanjem gumenih traka od čavlića do čavlića možemo formirati različite figure kojima možemo proučavati njihova svojstva. Umjesto rada na konkretnim (originalnim ili priručnim) *geopločama*, moguće je koristiti i samo točkasti papir.¹

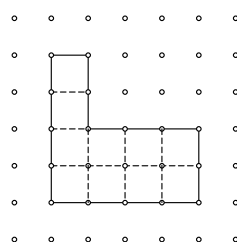
Primjer 1. Na *geoploči* napravimo lik kao na slici (na rubu).

Kolika je njegova površina ako je udaljenost dviju susjednih točaka u redu/stupcu jednaka 1 cm?

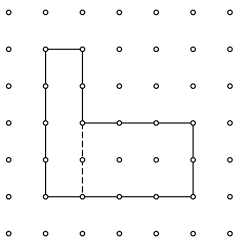
Rješenje: Zadatak možemo riješiti na nekoliko načina:

a) prebrojavanjem jediničnih kvadratića,

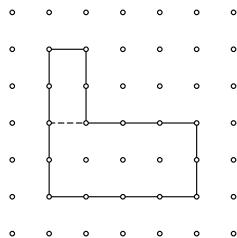
$$1 + 1 + 4 + 4 = 10$$



b) dijeljenjem lika na pravokutnike,



$$1 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 10$$

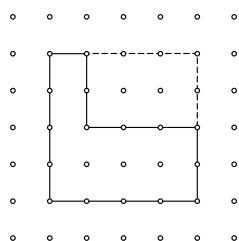


$$1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 10$$

¹Ako je moguće, možete koristiti elektronske aplikacije koje su (besplatno) dostupne na različitim internet-skim adresama (npr.: <http://nrch.maths.org/5648>, <http://mste.illinois.edu/users/pavel/java/geoboard/>, http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_172_g_2_t_3.html ili <http://www.mathplayground.com/geoboard.html>).

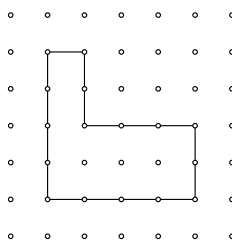


c) nadopunjavanjem lika na veći pravokutnik,



$$4 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 10$$

d) primjenom Pickove formule².



Ako je u broj unutarnjih čvorova, a r broj čvorova na rubu mnogokuta, njegovu površinu možemo izračunati koristeći izraz (tzv. *Pickovu formulu*) $p(u, r) = u + \frac{1}{2} \cdot r - 1$. Budući da je za zadani mnogokut $u = 3$ i $r = 16$, uvrštavanjem u Pickovu formulu dobivamo $p = 3 + \frac{1}{2} \cdot 16 - 1 = 3 + 8 - 1 = 10$.

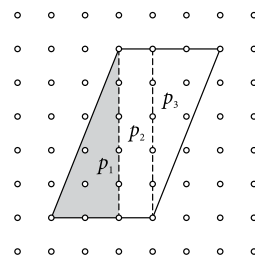
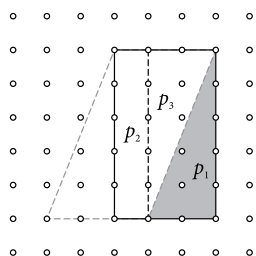
Primjer 2. Na *geoploči* napravimo lik kao na slici (na rubu).

Kolika je njegova površina ako je udaljenost dviju susjednih točaka u retku/stupcu jednaka 1 cm?

Rješenje: Zadatak ćemo riješiti na dva načina.

a) Podijelimo zadani lik kao na slici:

a zatim dio (pravokutni trokut) površine p_1 „premjestimo” u novi položaj:



Tako je zadani lik (paralelogram) transformiran u pravokutnik jednake površine. Površina je jednaka $3 \cdot 5 = 15$.

²Vidi članak Petra Mladinića „Površina likova u cjelobrojnoj mreži” objavljen u *Matki* broj 77.

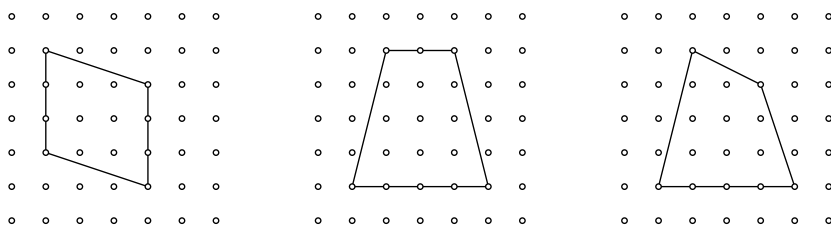


b) Podijelimo zadani paralelogram na isti način kao u prvom načinu rješavanja, tj. na dva sukladna pravokutna trokuta (površine $p_1 = p_3 = (2 \cdot 5) : 2 = 5$) i pravokutnik površine $p_2 = 1 \cdot 5 = 5$.

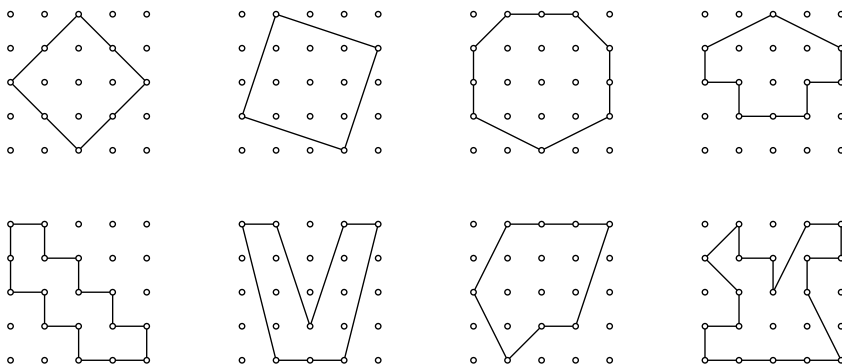
Površina zadanog lika je $p_1 + p_2 + p_3 = 15$.

Zadatci:

1. Na *geoploči* prikazite sljedeće likove pa izračunajte površinu svakoga od njih ako je udaljenost dviju susjednih točaka u redku/stupcu jednaka 1 cm.



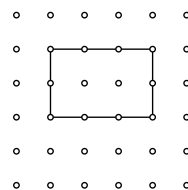
2. Na *geoploči* prikazite sljedeće likove pa izračunajte površinu svakoga od njih ako je udaljenost dviju susjednih točaka u redku/stupcu jednaka 1 cm.



3. Na *geoploči* prikazite najmanje pet međusobno nesukladnih četverokuta s površinom jednakom $8 \text{ (cm}^2\text{)}$. Nacrtajte odgovarajuće slike na točkastom papiru.

4. Na *geoploči* napravite pravokutnik kao na slici.

Podijelite taj pravokutnik na dva dijela jednakih površina. Učinite to na što više različitih načina i nacrtajte odgovarajuće slike na točkastom papiru.



Svaki Matkač koji pošalje najmanje pet različitih rješenja zadatka 4., dobit će jednu knjigu iz Matkine biblioteke ili Matkinu bilježnicu.

