



## MATEMAGIČAR

᠓ᠠᠲᠠᠮᠠᠮᠠᠭᠢČᠠᠷ

### TABLICA ZBRAJANJA

Franka Miriam Brückler, Zagreb



Dagobertov prvi ovogodišnji ulazak u poznati nam razred obilježen je zbornim uzvikom: *Sretna Nova!* i Dagobertovim odgovorom: *I vama, djeco!* Kada je skinuo kaput i stao pred ploču, djeca su primijetila:

- *Nemate nikakve rekvizite sa sobom? Znači li to da ćemo opet raditi trik s brojevima?*

- *Da. Ali ne sasvim bez rekvizita. Kreda i ploča ipak će nam trebati.*

I Dagobert na ploči nacрта tablicu s po pet redova i stupaca.

- *A sad, neka mi netko kaže jedan dvoznamenkasti broj. Evo, neka Matija predloži broj.*

- *Može 25?*

- *Ma može. Evo, upisat ću prvu od te dvije znamenke u lijevi gornji, a drugu u desni donji kut tablice. A sad ću dalje popuniti tablicu brojevima koji se meni sviđaju. Pritom moram malo računati u glavi pa vas molim da budete tihi, tako ću brže popuniti tablicu s kojom ćemo izvesti trik.*

I tako, u otprilike jednoj minuti, Dagobert na ploči ispiše sljedeću tablicu:

2	6	7	11	4
12	16	17	21	14
9	13	14	18	11
4	8	9	13	6
3	7	8	12	5



- A sad trebam dobrovoljca koji će mi zavezati oči mojim šalom i doći pred ploču. Od nekolicine podignutih ruku, Dagobert odabra Ivaninu.

- Uzmi moj šal i zaveži mi oči tako da ne vidim što ćeš raditi.

Ivana učini tako, uz višestruko sumnjičavo mahanje rukom ispred Dagobertova nosa i razne grimase kako bi se uvjerila da Dagobert stvarno ništa ne vidi. To je, naravno, popraćeno glasnim smijehom razreda.

- A što je toliko smiješno? Dobro, znam da mi boja ovog šala nikad nije dobro pristajala, ali opet...

Nakon što se smijanje smirilo, Ivana upita:

I što sad?

- Uzmi spužvu u ruku. Izaberi neki broj u tablici i pobriši sve druge brojeve koji su u njegovom retku i stupcu.

Ivana izabere 18 i dalje postupi odgovarajuće.

- Jesam, što dalje?

- Sad izaberi neki od preostalih brojeva i pobriši sve druge brojeve koji su u njegovom retku i stupcu. Onda ponovno izaberi broj i pobriši sve druge brojeve koji su u njegovom retku i stupcu, i tako još dvaput. Na kraju će ti ostati pet brojeva.

Nakon malo brisanja, preostala je tablica

		7		
	16			
			18	
				6
3				



- Gotova sam.

- A sad, zbroji brojeve koji su ti preostali, a ja ću pogoditi zbroj.

Ivana zbroji  $3 + 16 + 7 + 18 + 6$ , a Dagobert, naravno, pogodi da je zbroj 50.

- Pa kako sad to?!

- Opisat ću vam kako svatko može konstruirati tablicu temeljenu na proizvoljnom polazno zadanom dvoznamenkastom broju, pa ćete sami shvatiti.

Sve u svemu, konstrukcija tablice kreće od proizvoljno zadanog ključnog broja (u gornjem primjeru to je bio 25) koji je pola konačnog zbroja. Njegove se znamenke zapišu u gornji lijevi, odnosno donji desni kut. Ti se brojevi rastave



na zbrojeve po dva broja za koje zamišljamo da su oznake odgovarajućih redaka i stupaca, što ćemo ovdje označiti brojevima u zagradama kao zaglavljima redova i stupaca. U našem je primjeru 2 rastavljen kao  $1 + 1$ , a 4 kao  $2 + 2$ :

	(1)				(3)
(1)	2				
(2)					5

Sada tablicu možemo konstruirati ako oznake prvog i zadnjeg stupca dopunimo oznakama za srednja tri stupca, tako da je zbroj oznaka svih stupaca ključni broj (ovdje 25). Dakle, 25 želimo rastaviti na zbroj pet brojeva, od kojih je jedan 1, a zadnji 3.

U konstrukciji tablice iz primjera uzet je rastav  $25 = 1 + 5 + 6 + 10 + 3$ . Isto tako učinimo s oznakama redaka (ako tablicu želimo konstruirati iz glave, bolje je rastave, odnosno oznake redaka i stupaca, stvarati postupno, no u praksi je jednostavnije unaprijed pripremiti nekoliko gotovih tablica). Za oznake redaka u tablici iz primjera uzet je rastav  $25 = 1 + 11 + 8 + 3 + 2$ .

	(1)	(5)	(6)	(10)	(3)
(1)	2	6	7	11	4
(11)	12	16	17	21	14
(8)	9	13	14	18	11
(3)	4	8	9	13	6
(2)	3	7	8	12	5

Tablicu popunimo brojevima koji su zbrojevi odgovarajućih oznaka redaka i stupaca (primjerice, 18 u trećem retku i četvrtom stupcu je  $8 + 10$ ). Sad sami zaključite zašto opisani postupak, kojim „preživljava” točno po jedan broj iz svakog retka i stupca, daje pet brojeva čiji je zbroj dvostruki polazni broj. Općenitije, trik se može temeljiti na bilo kojih deset brojeva raspoređenih kao oznake redaka i stupaca, a konačni je rezultat zbroj svih oznaka redaka i stupaca. Razmislite kako biste trik prilagodili za druge veličine tablica.

Ovaj trik i razne uz njega vezane zanimljivosti opisao je **Martin Gardner** 1959. u svome članku „Magic with a matrix” objavljenome u njegovoj knjizi „Hexaflexagons, probability paradoxes and the tower of Hanoi”, koja je ponovno izdana 2008. u izdanju Mathematical Association of America.

