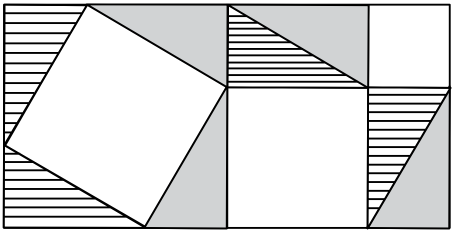
JOŠ JEDAN ZANIMLJIV DOKAZ PITAGORINOG POUČKA

Šefket Arslanagić, Sarajevo, BiH

Pitagora, veliki starogrčki matematičar, živio je i djelovao u 6. stoljeću prije Krista. Nakon učenja u Egiptu i Babilonu vratio se u Grčku i u Krotoni na jugu Italije osnovao filozofsku školu – **pitagorejce**. Djela mu nisu sačuvana pa se o njegovim matematičkim dostignućima zna samo iz izjava nekih matematičara. Pitagori se pripisuje prvi dokaz poučka o pravokutnom trokutu koji i danas nosi njegovo ime, a dokazuje činjenicu da je zbroj površina kvadrata nad katetama jednak površini kvadrata nad hipotenuzom. Pitagorin dokaz čisto je vizualan, bez podrške algebre i računanja. Prikazan je na slici 1.

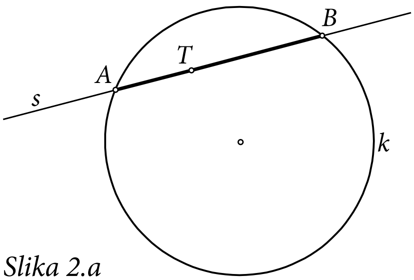


Slika 1.

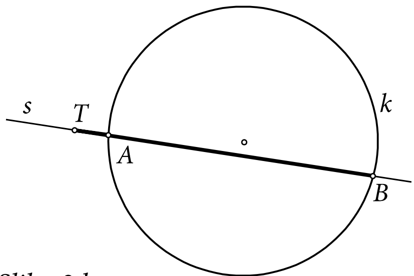
Danas je poznato više od 100 raznih dokaza Pitagorinog poučka. Recimo i to da je i 20. američki predsjednik **James A. Garfield (**1831. - 1881.**)**, dokazao Pitagorin poučak[1].

Izložit ćemo još jedan zanimljiv dokaz Pitagorinog pouča, a u njemu se koristi pojam potencije točke u odnosu na danu kružnicu[2].

Točkom T nacrtan je pravac s (sekanta) koji siječe kružnicu k u točkama A i B (slika 2.a – točka T je unutar kružnice k; slika 2.b – točka T je izvan kružnie k).



Slika 2.a



Slika 2.b

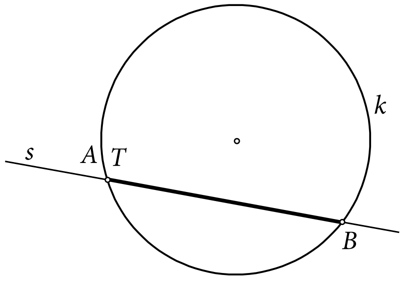
[1] Vidi članak *Kako je Garfield dokazao Pitagorin poučak* (Margita Pavleković, Matka broj 3, ožujak 1993.) te članak *James Garfield* (Tanja Soucie, Matka broj 74, prosinac 2010.)

[2] Vidi članak *Potencija točke s obzirom na kružnicu* (Renata Svedrec, Matka broj 28, lipanj 1999.)

Prema *poučku o potenciji točke u odnosu na kružnicu*[3] vrijedi:

Umnožak udaljenosti $|TA|$ i $|TB|$ točke T od sjecišta s kružnicom k je stalan, tj. ne ovisi o izboru sekante s. Umnožak $|TA| \cdot |TB|$ naziva se *potencijom točke T s obzirom na kružnicu k.*

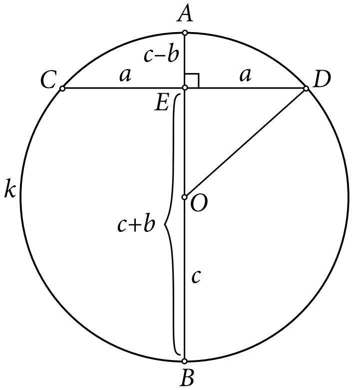
Uočite da je potencija točke T koja se nalazi na kružnici k s obzirom na tu kružnicu jednaka nuli (slika 3.).



Slika 3.

Neka je dana kružnica k sa središtem u točki O čiji je promjer $\overline{AB}$. Neka je $|AB| = 2c$, i $|OA| = |OB| = |OC| =$ $= |OD| = c$. Promjer $\overline{AB}$ raspolavlja tetivu $\overline{CD}$ u točki E; ($AB \perp CD$), te $|EC| = |ED| = a$ i $|OE| = b$.

Sada je $|AE| = c - b$ i $|BE| = c + b$ (slika 4.).



Slika 4.

Dakle, trokut OED je pravoukutan, s hipotenuzom $\overline{OD}$ i katetama $\overline{OE}$ i $\overline{ED}$.

Prema poučku o potenciji točke E u odnosu na kružnicu $k(O, c)$, imamo:

$$|AE| \cdot |BE| = |CE| \cdot |DE|,$$

tj. $(c - b)\,(c + b) = a \cdot a$.

Odatle slijedi da je $c^2 - b^2 = a^2$, tj. $c^2 = a^2 + b^2$, što je trebalo dokazati.

Literatura

1. Arslanagić, Š., *Metodička zbirka zadataka sa osnovama teorije iz elementarne matematike*, Grafičar promet d.o.o., Sarajevo, 2006.
2. Gusić, J., *Matematički rječnik*, Element, Zagreb, 1995.
3. Marić, A., *Trokut*, Element, Zagreb, 2007.
4. Posamentier, S. A., *Math Wonclers to Inspire Teachers and Students Association for Supervision and Curriculum Development*, Alexandria, Virginia, USA, 2003.

[3] *Ako se točkom T nacrta sekanta kružnice, onda umnožak udaljenosti točke T od sjecišta s kružnicom ne ovisi o izboru sekante.*