POLA RADNIKA I KRUMPIR

Željko Brčić, Vinkovci

Kada se razgovara o rezultatima matematičkih natjecanja, uglavnom se ističe mjesto koje je učenik osvojio ili pak ostvareni broj bodova. Sam učenički rad, odnosno način na koji je taj uspjeh ostvaren, često je u drugom planu. U mnoštvu standardnih metoda rješavanja zadataka nerijetko iskoči neki zanimljiv ili originalni način razmišljanja. Dogodi se to čak i na školskoj razini, poput dvaju u nastavku teksta iznesenih primjera s ovogodišnjeg natjecanja učenika sedmih razreda.

Prvi je zadatak glasio: „Jedna osoba može obaviti neki posao za 12 dana, a neka druga osoba za 6 dana. Za koliko bi dana posao obavili radeći zajedno?”

Riječ je o standardnom (lakšem) zadatku, na natjecanju vrednovanom s 4 boda. Većina učenika rješavala je zadatak identično ponuđenom rješenju u kojem učenik zaključuje da prva osoba za jedan dan obavi $\frac{1}{12}$ posla, a druga osoba $\frac{1}{6}$ posla. Obojica zajedno u jednom danu mogu obaviti $\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ posla. Slijedi zaključak da im tada za cijeli posao trebaju 4 dana.

Ovako je glasilo drugo, „nestandardno” rješenje jednog od učenika: Ako neka osoba obavi posao za 6 dana, onda ona druga osoba, kojoj treba dvostruko više vremena, zapravo radi kao „pola” prve osobe. Treba, dakle, izračunati za koliko bi dana „jedna i pol” osoba napravila posao koji inače ona sama napravi za 6 dana. Rezultat se dobije iz obrnutog razmjera:

$$\begin{array}{l l} \downarrow\ 1 \text{ osoba} & 6 \text{ dana}\ \uparrow \\ \ 1.5 \text{ osoba} & x \text{ dana} \end{array}$$

$$1 : 1.5 = x : 6$$

$$1.5x = 6$$

$$x = 6 : 1.5$$

$$x = 4$$

Naravno, ovakva je situacija u stvarnom životu nemoguća (što bi to značilo „pola čovjeka”?), ali s matematičkog stajališta, učenikov način razmišljanja i postupak rješavanja, a i sam rezultat, sasvim su točni. Dakle, ako zanemarimo činjenicu da u realnom svijetu ne možemo čovjeka dijeliti na pola, iz činjenice da jedan čovjek posao obavi za 6 dana slijedi da „pola" tog čovjeka (dva puta manja veličina) taj isti posao obavi za dva puta više vremena, dakle za 12 dana. Često se za nekog vrijednog radnika kaže da radi za dvojicu, pa se isto tako za one manje vrijedne može reći da rade kao pola radnika.

Drugi je primjer sasvim suprotan. Na prvi pogled, učenikova ideja čini se prihvatljivom, ali se u konačnici pokazuje pogrešnom. Zadatak glasi: „Za neki iznos novca domaćica može kupiti 20 kg krumpira. Koliko krumpira može kupiti za isti novac nakon što se cijena krumpira snizi za 20%?".

U više učeničkih rješenja stoji zaključak da ako se cijena snizi za 20%, tada se očito može kupiti 20% više krumpira. Na njihovu žalost, to ne samo da nije očito, nego nije ni točno. Naime, cijena krumpira po kilogramu i količina kupljenog krumpira **jesu** obrnuto razmjerne veličine, no to znači **koliko puta** smanjimo cijenu krumpira, **toliko puta** poveća se količina koju za isti novac možemo kupiti. Ako uzmemo da je cijena krumpira bila c kuna, nakon smenjenja od 20%, ona iznosi $0.8c$. Dakle, smanjena je $c : 0.8c = 1.25$ puta. Količina kupljenog krumpira povećat će se 1.25 puta, odnosno iznosit će $20 \cdot 1.25 = 25$ kilograma.

Pokazali smo sljedeće: ako se cijena snizi za 20%, količina krumpira koja se može kupiti za isti novac neće se povećati za 20% nego za 25%. Učenici koji to nisu shvatili pomislili su da mogu kupiti 20% više od 20 kilograma, što je 4 kg, odnosno zajedno 24 kilograma. Točan je rezultat, kao što je već pokazano, ipak za kilogram veći.

Naravno, navedena obješnjenja o obrunuto razmjernim veličinama napisana su samo da bi se shvatilo pogrešno učeničko razmišljanje. Do točnog rezultata može se doći i jednostavnije, onako kako je i ponuđeno u rješenju: Uz početnu cijenu od c kuna po kilogramu, za 20 kg krumpira domaćica će platiti $20c$ kuna. Nova, 20% niža cijena krumpira, iznosi $0.8c$ kn/kg, pa se za $20c$ kuna može kupiti $20c : 0.8c = 25$ kilograma krumpira.