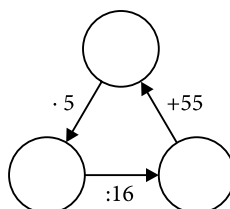


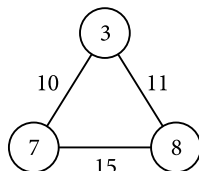
Na školskom/gradskom natjecanju iz matematike u Republici Hrvatskoj, 25. siječnja 2008. godine, učenicima sedmih razreda postavljen je sljedeći zadatak:

U kružnice upišite brojeve tako da vrijede naznačene računске radnje. Postupak obrazložite!



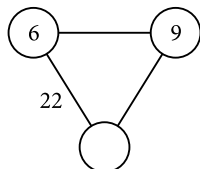
U ovom članku rješavat ćemo slične, ali ipak različite zadatke.

**Primjer 1.** Promotrimo li sliku 1., lako ćemo uočiti sljedeće: u kružnice u vrhovima trokuta upisani su pozitivni cijeli brojevi, a uz stranice trokuta upisani su zbrojevi susjednih brojeva.

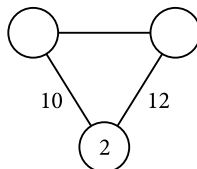


Slika 1.

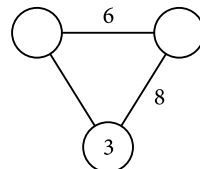
**Zadatak 1.** Primijenite isto pravilo i riješite probleme zadane na slikama 2., 3. i 4.



Slika 2.



Slika 3.

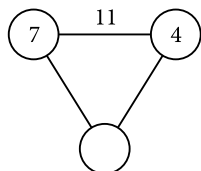


Slika 4.

Vjerujemo da ste zadatak uspješno riješili! Možda su se neki od vas zapitali moraju li brojevi u kružnicama i na stranicama biti isključivo pozitivni i cijeli. Pokažite primjerima mogu li se koristiti negativni cijeli brojevi i/ili razlomci.

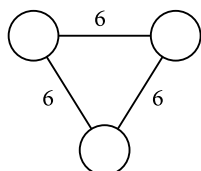


**Zadatak 2.** Je li moguće riješiti zadatak uz uvjete prikazane na slici 5.?



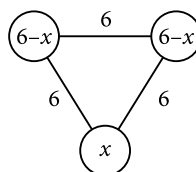
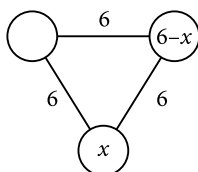
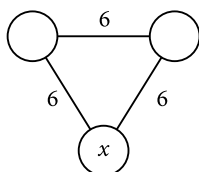
Slika 5.

**Primjer 2.** Koristeći pravilo iz prošlog primjera, odredimo brojeve koji nedostaju na slici 6.

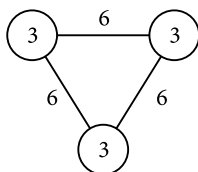


Slika 6.

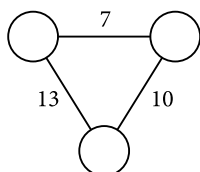
*Rješenje:* Promotrimo niz slika.



Budući da mora biti  $(6 - x) + (6 - x) = 6$ , zaključujemo da je  $x = 3$ , tj. konačno rješenje zadatka je:



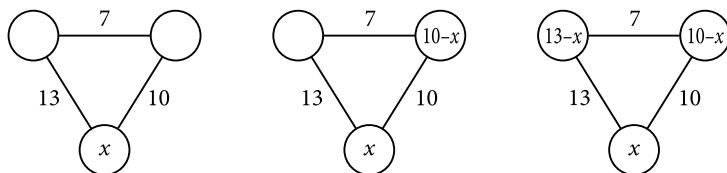
**Primjer 3.** Koristeći pravilo iz prvog primjera, odredimo brojeve koji nedostaju na slici 7.



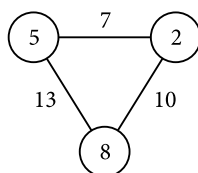
Slika 7.



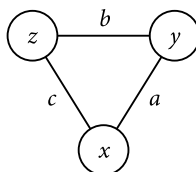
*Rješenje:* Postupamo kao u prošlom primjeru.



Budući da mora biti  $(13 - x) + (10 - x) = 7$ , zaključujemo da je  $x = 8$ , tj. konačno rješenje zadatka je:



**Poopćenje:** Uz oznake kao na slici 8., odredimo brojeve  $x$ ,  $y$  i  $z$  (ako je zadano  $a$ ,  $b$  i  $c$ ).



Slika 8.

Prema ranije korištenom pravilu, zaključujemo da vrijedi:

$$x + y = a \tag{1}$$

$$y + z = b \tag{2}$$

$$z + x = c \tag{3}$$

Zbrajanjem jednačbi (1), (2) i (3) dobivamo  $2(x + y + z) = a + b + c$ , tj.

$$x + y + z = \frac{a + b + c}{2}. \tag{4}$$

Oduzimanjem jednakosti (1) od (4) dobivamo

$$(x + y + z) - (x + y) = \frac{a + b + c}{2} - a, \text{ tj.}$$

$$z = \frac{b + c - a}{2}, \tag{5}$$



a oduzimanjem jednakosti (2) od (4) dobivamo

$$(x + y + z) - (y + z) = \frac{a + b + c}{2} - b, \text{ tj.}$$

$$x = \frac{a + c - b}{2}, \quad (6)$$

i konačno

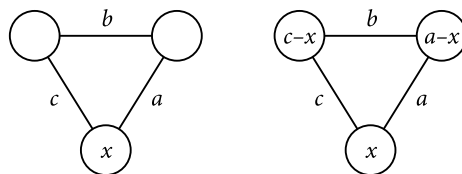
$$y = \frac{a + b - c}{2}. \quad (7)$$

Primijetite da uz podatke iz primjera 3. ( $a = 10$ ,  $b = 7$  i  $c = 13$ ), na te-

melju izraza (5), (6) i (7) dobivamo da je  $z = \frac{b + c - a}{2} = \frac{7 + 13 - 10}{2} = 5$ ,

$$x = \frac{a + c - b}{2} = \frac{10 + 13 - 7}{2} = 8 \text{ i } y = \frac{a + b - c}{2} = \frac{10 + 7 - 13}{2} = 2.$$

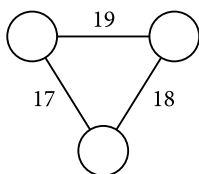
Poopćenje se može napraviti i na drugi način:



Odatle slijedi da je  $(c - x) + (a - x) = b$ , odnosno  $2x = a - b + c$ , tj.

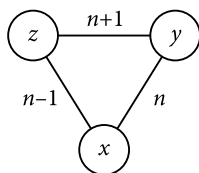
$$x = \frac{a + c - b}{2}, \text{ itd.}$$

**Zadatak 3.** Koristeći pravilo iz prvog primjera, odredite brojeve koji nedostaju na slici 9. (Uočite da su na stranicama tri uzastopna prirodna broja!)



Slika 9.

**Zadatak 4.** Koristeći pravilo iz prvog primjera, odredite brojeve koji nedostaju na slici 10.



Slika 10.

Koji uvjet mora zadovoljiti broj  $n$  da bi  $x$ ,  $y$  i  $z$  bili cijeli brojevi? Jesu li  $x$ ,  $y$  i  $z$  uzastopni brojevi?

