

PRIMJENA ENGELOVIH ZAKONA NA TROŠE-
NJE DOHOTKA KOD ČETVEROČLANIH RAD-
NIČKIH DOMAĆINSTAVA SFRJ

Cilj istraživanja u ovom članku bio je da se vidi odnos izdataka prema dohotku četveročlanih domaćinstava u SFRJ 1977. godine. Istraživanja su pokazala da su sva četiri Engelova zakona potvrđena, a ostale kategorije izdataka kao: higijena i njega zdravlja, saobraćaj i PTT usluge, ostala upotrijebljena sredstva i ostali rashodi pokazuju da su elastični u odnosu na dohodak, odnosno ne-elastični za duhan i piće.

1. ANALIZA STRUKTURE TROŠENJA DOHOTKA

Anketa o porodičnim budžetima radničkih domaćinstava obavlja se na principu slučajnog uzorka. U njoj se nalaze podaci:

- o visini i strukturi prihoda tročlanih i četveročlanih radničkih domaćinstava,
- o vrsti i količini artikala i usluga koje nabavljaju ista domaćinstva,
- o visini i strukturi rashoda tročlanih i četveročlanih radničkih domaćinstava,
- o drugim elementima životnog standarda.

Objašnjenja i napomene vezane za anketu, način prikupljanja i obrada podataka, nalaze se u Statističkom biltenu br.1085 i 360, te u Metodološkim materijalima br.173 u izdanju Saveznog zavoda za statistiku.

U daljnjem radu neće se zalaziti u točnost i potpunost uzetih podataka. Analiza će obuhvatiti samo četveročlana radnička domaćinstva. Pod radničkim domaćinstvom podrazumijeva se ono domaćinstvo čiji zaposleni članovi ostvaruju najveći dio prihoda iz radnog odnosa u društvenom ili privatnom sektoru.

Osnovni podaci za analizu nalaze se u tabeli 1, i to prema kategorijama izdataka.

Tabela 1. Struktura prosječno upotrijebljenih novčanih sredstava četveročlanih radničkih domaćinstava prema visini mjesečnih primanja u SPRJ 1977. godine

Dohodak	Izdaci									
	Ukupno	Ishrana	Duhan i piće	Odjeća i obuća	Stanovanje	Higijena i njega zdr.	Obrazovanje kultura	Razonoda	Saobraćaj i PTT usluge	Ostala upotrijeb. sredstva
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	100	29,66	4,32	8,35	11,48	2,76	5,08	7,42	25,84	5,04
2000-4000	100	41,59	5,40	8,35	10,86	2,92	4,32	2,48	20,74	3,30
4000-5000	100	35,01	5,16	8,11	12,86	2,59	3,94	5,69	23,46	3,14
5000-6000	100	34,41	4,45	8,30	11,32	2,82	4,84	6,53	23,42	3,86
6000-7000	100	32,06	4,48	8,72	11,58	2,83	4,96	6,21	24,07	5,04
7000-8000	100	31,17	4,44	8,69	11,81	2,72	4,83	7,11	24,08	5,10
8000-9000	100	28,39	4,32	7,57	12,17	2,72	5,22	9,60	24,79	5,14
9000-10000	100	27,39	4,17	8,68	10,35	2,87	5,11	7,37	28,54	5,46
10000-12000	100	25,95	3,88	8,71	11,15	2,68	5,41	7,88	28,19	6,09
12000-20000	100	20,86	3,42	8,04	11,37	2,73	5,94	9,98	31,48	6,14

Izvor: Statistički bilten broj 1085, strana 18, Beograd, jun 1978.

Napomena: Zbog zaokruživanja u zbirovima pojedinih grupa postoje manja neslaganja.

Ako promotrimo tabelu 1. kolonu 3, zapaziti ćemo da su prosječni mjesečni izdaci za ishranu četveročlanih domaćinstava 29,66 posto, što čini manje od jedne trećine ukupnih izdataka, odnosno da na ostale potrebe otpada 70,44%, tj. nešto više od dvije trećine.

Ako se pogleda kakvi su odnosi unutar pojedinih razreda primanja (kolona 3), dobit će se slijedeća slika. U relativnom izrazu udio ishrane opada rastom dohotka (od 41,59% do 20,86%), dok u apsolutnom izrazu raste, i to oni s najnižim primanjima troše mjesečno za ishranu 1635,41 dinar, a oni s najvišim primanjima gotovo za sto posto više, tj. 3492,37 dinara. Prema tome onima s najmanjim primanjima ostaje 58,41% dohotka za ostale potrebe, a onima s najvišim primanjima 79,14%.

U ishranu ulaze slijedeće kategorije (29,66%):

- žito, brašno i proizvodi od brašna s 3,01% , od toga oni s najnižim primanjima 6,52%, a oni s najvišim primanjima 1,37%,

- svježe i preradjeno povrće s 2,55%, od toga oni s najnižim primanjima 4,42%, a oni s najvišim primanjima 1,42%,
- svježe i preradjeno voće s 2,55%, od toga oni s najnižim prihodom 3,45%, a oni s najvišim primanjima 1,91%,
- svježe i preradjeno meso s 8,27%, od toga oni s najnižim primanjima 9,81%, a oni s najvišim primanjima 5,78%,
- svježa i preradjena riba s 0,34%, od toga oni s najnižim primanjima 0,44%, a oni s najvišim primanjima 0,21%,
- masnoće s 1,06%, od toga oni s najnižim primanjima 1,90%, a oni s najvišim primanjima 0,56%,
- mlijeko, mliječni proizvodi i jaja s 4,41%, od toga oni s najnižim primanjima 7,13%, a oni s najvišim primanjima 3,03%,
- ostali prehrambeni artikli i usluge s 3,90%, odnosno oni s najnižim prihodima 5,67%, a oni s najvišim primanjima 2,60%,
- ishrana van domaćinstava s 3,54%, od toga oni s najnižim prihodom 2,20%, a oni s najvišim primanjima 3,96%.

Primjećuje se da je postotak kod onih s najmanjim prihodima manji od postotka onih s najvišim primanjima gotovo kod svih kategorija ishrane, ali u dinarima taj je odnos suprotan. Jedino je ishrana van domaćinstva veća kod onih s najvišim primanjima. Gledajući apsolutno, taj odnos je 86,64 dinara : 663,45 dinara u korist onih s najvišim prihodima.

U koloni 4 tabele 1. vidi se da duhan i piće sudjeluju prosječno mjesečno u ukupnim izdacima s 4,32%. I tu se primjećuje da porastom dohotka relativno opada i izdatak za duhan i piće od 5,40% do 3,42%. U apsolutnom izrazu prosječna mjesečna izdavanja su 356,61 (86,64 - 663,45)¹⁾ dinara.

Grupa duhan i piće raščlanjena izgleda (4,32%):

- piće 2,63% (2,87 - 2,22)%
217,27 (112,99 - 372,12) dinara
- duhan 1,68 (2,52 - 1,12)%
139,34 (99,33 - 200,15) dinara

Odjeća i obuća (kolona 5) prosječno sudjeluju u ukupnim mjesečnim izdacima s 8,35%. Primjećuje se da se porastom dohotka izdaci gotovo ništa ne mijenjaju. Dakle, proporcionalno povećanje dohotka povlači za sobom i proporcionalne izdatke. Udio odjeće u ovoj grupi je 6,27 (6,06 - 6,22)%

517,92 (238,41 - 1042,62) dinara,

a udio obuće u istoj grupi izgleda 2,07 (2,29 - 1,81)%

171,45 (90,13 - 304,47) dinara.

1) Kada se nađje na tri broja jedan za drugim, u ovom poglavlju prvi broj označava prosjek, drugi koliko od toga sudjeluju oni s najnižim dohotkom, a treći koliko oni s najvišim primanjima.

Stanovanje sudjeluje prosječno u ukupnim izdacima 11,48%. Izdaci se ponašaju kao i kod odjeće i obuće.

U kategoriju stanovanja ulazi:

- stan s 3,63 (3,36 - 2,92) %
299,86 (132,26- 490,35) dinara
- ogrjev i osvjetljenje s 4,37 (5,10 - 3,32) %
360,98(200,53-556,50) dinara,
- pokućstvo s 3,48 (2,39 - 5,11) %
287,34 (94,34 - 856,80) dinara.

Gledajući relativno, domaćinstva s nižim primanjima troše više za stan, ogrjev i osvjetljenje, odnosno manje za pokućstvo. Iz toga se može zaključiti da ona domaćinstva s većim primanjima kupuju skupocjenije pokućstvo.

Higijena i njega zdravlja (7.kolona tabele 1) prosječno sudjeluje s 2,76% u ukupnim mjesečnim izdacima, odnosno 228,58 dinara. Od toga na higijenu otpada gotovo cijeli iznos, i to 2,56%, odnosno 211,87 dinara, a na zdravlje 0,20%, odnosno 16,70 dinara. Relativni odnosi između onih s najvišim i najnižim primanjima približno su jednaki prosječnim.

Obrazovanje, kultura i razonoda (8.kolona) sudjeluje u prosjeku 5,08% u ukupnim mjesečnim izdacima. S povećanjem dohotka rastu i izdaci ne samo apsolutno nego i relativno.

Saobraćaj i PTT usluge (kolona 9) sudjeluju prosječno s 7,42% u ukupnim mjesečnim izdacima, odnosno 612,96 dinara. U ovu kategoriju potrošnje ulaze saobraćajna sredstva s 132,95 dinara, ostali izdaci za vozila s 347,08 dinara, međjugradski prijevoz s 39,33 dinara, prijevoz u gradu s 46,59 dinara i PTT usluge s 45,02 dinara. Ovdje posebno dolazi do izražaja da povećanje dohotka prati porast izdataka.

Kod onih s najnižim primanjima izdaci su 97,70 dinara, a kod onih s najvećim primanjima 1670,46 dinara. Ovi veliki izdaci domaćinstava s najvišim primanjima rezultat su posjedovanja osobnog vozila.

Ostala upotrijebljena sredstva (kolona 10. tabele 1) sudjeluju prosječno s 25,84%, odnosno 2132,99 dinara. Tu ulaze:

- otplata kredita, zajma i pozajmica s 12,39%,
- izdaci za stan i imanje s 1,79%,
- štednja s 11,65%.

Ovdje se vidi slična situacija kao i u koloni 9. S porastom dohotka rastu i izdaci. Tu je interesantno primijetiti da oni s najnižim primanjima manje koriste kredite, zajam i pozajmice, svega 7,61%, dok oni s najvišim primanjima 13,76%. I kod štednje omjer je u korist onih s najvišim primanjima; 11,55% : 14,53%.

Ostali rashodi (kolona 11) sudjeluju u prosjeku s 5,04% u ukupnim mjesečnim izdacima, odnosno 416,43 dinara. I tu je slična situacija, linearno s porastom dohotka rastu i izdaci. Ostali rashodi sastoje se od raznih predmeta i usluga 34,19% i od članarina, poreza, poklona, gubitaka i sličnog 65,81%.

2. ORIGINALNE I IZGLADJENE KRIVULJE

U daljnjoj fazi analize dohotka i izdataka četveročlanih domaćinstava zbog neprikladnosti originalne (empiričke) 2) krivulje potrebno ju je izgladiti. "Problem se sastoji u tome da se izlomljena linija zamijeni saglatkom krivuljom" 3) koja će originalnu krivulju najbolje aproksimirati. Za rješenje tog problema postoji više metoda. Ovdje će se koristiti metoda najmanjih kvadrata.

Originalna krivulja zamjenjuje se jednom glatkom krivuljom tako da je ispunjen uvjet: "Suma kvadrata odstupanja tačaka krivulje od empiričkih tačaka mora biti minimalna". 4)

Izabere se tip funkcije, zatim se računaju parametri. Iz grafikona 1 može se zaključiti da će se originalna krivulja najbolje aproksimirati krivuljom oblika $y = a x + b$.

Vrijednosti parametara a i b određuju se iz uvjeta da je

$\sum (Y_i - y_i)^2 = \text{minimum}$, pri čemu je y_i ordinata i -te empiričke točke, a Y_i ordinata i -te točke na izgladjenoj krivulji. Minimum će postojati kada su prve parcijalne derivacije izraza $\sum (ax_i + b - y_i)^2$ po parametrima a i b jednaki nuli. Rješenjem navedenog uvjeta dobiju se dvije normalne jednadžbe oblika

$$\begin{aligned} a \sum x_i^2 + b \sum x_i &= \sum x_i y_i & (1.1) \\ a \sum x_i + bN &= \sum y_i \end{aligned}$$

Za izračunavanje parametara a i b potrebna je slijedeća tabela:

2) Originalna krivulja može se zamijeniti slijedećim terminima: statistička, empirička, izlomljena.

3) Lj. Martić: Matematičke metode za ekonomske analize I dio, Narodne novine, Zagreb 1976, strana 136.

4) Lj. Martić: Matematičke metode za ekonomske analize I dio, Narodne novine, Zagreb 1976, str.136.

Tabela 2. Ishrana

X'	X_i	X_i^2	Y_i	$X_i Y_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
3000	0,0	0,00	41,59	0,00	38,17	3,42	11,70
4500	0,6	0,36	35,01	21,01	35,95	-0,94	0,88
5500	1,0	1,00	34,41	34,41	34,47	-0,06	0,004
6500	1,4	1,96	32,06	44,88	32,98	-0,92	0,85
7500	1,8	3,24	31,17	56,11	31,50	-0,33	0,11
8500	2,2	4,88	28,39	62,46	30,02	-1,63	2,66
9500	2,6	6,76	27,39	71,21	28,53	-1,14	1,30
11000	3,2	10,24	25,95	83,04	26,31	-0,36	0,13
16000	5,2	27,04	20,86	108,47	18,90	1,96	3,84
UKUPNO	18	55,44	276,83	481,59	276,83	0	21,474

Potrebne sume za rješenje sustava jednadžbi pod 1.1 nalaze se u tabeli 2. Kada se te vrijednosti uvrste, jednadžbe troškova ishrane izgledat će ovako:

$$\begin{aligned} 55,44 a + 18b &= 481,59 \\ 18,00 a + 9b &= 276,83 \end{aligned}$$

Ako se donja jednadžba pomnoži s -2, dobije se

$$\begin{aligned} 55,44a + 18b &= 481,59 \\ -36, a - 18b &= -553,66 \\ \hline 19,44a &= -72,07 \end{aligned}$$

$$a = -\frac{72,07}{19,44} = -3,7073$$

$$b = \frac{276,83 - 18(-3,7073)}{9} = 38,1735$$

Dakle, izgledjena krivulja imat će oblik: $Y_c = -3,7073x + 38,1735$.

uz mjere reprezentativnosti

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{21,474}{9}} = 1,545 \quad V_c = \frac{1,545}{30,76} \cdot 100 = 5,02\%$$

Apsolutna mjera odstupanja (standardna devijacija) je 1,545, odnosno koeficijent varijacije 5,02%. Iz iznijetih mjera reprezentativnosti može se zaključiti da je izračunata izgledjena krivulja dobar reprezentant originalne krivulje.

U tabeli 2 (kao i u kasnijim tabelama 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) u pogledu dohotka X izvršena je transformacija tako da je stari koordinatni sustav translatican prema izrazu: 5)

5) Lj. Martić: Matematičke metode za ekonomske analize I dio, Narodne novine, Zagreb 1976, str.139

$$X_i = (X_i^* - 3000) : 2500$$

To je učinjeno da bi se dobio prikladniji X_i , jer s originalnim vrijednostima dohotka bilo bi daleko teže raditi.

Iz grafikona 2 vidi se da će najbolje aproksimirati tu krivulju pravac $y = ax + b$. Za izračunavanje parametara a i b upotrijebit će se ista metoda kao i kod izdataka na ishranu. Rješenjem uvjeta da su prve parcijalne derivacije po parametrima jednake nuli dobiti se dvije normalne jednadžbe oblika 1.1. Za proračun parametara potrebna je tabela 3. Iz tabele 3 uvrste se potrebne sume u izraz 1.1 i riješen taj sustav jednadžbi dat će izgledjenu krivulju oblika

$$y_c = -0,3647x + 5,143 \quad (2)$$

Mjere reprezentativnosti ovog pravca bile bi: standardna devijacija 0,182 i koeficijent varijacije 4,124%.

U daljnja istraživanja prilagodljivosti originalnim podacima nije potrebno ići jer se iz mjera reprezentativnosti može zaključiti da je izračunata jednadžba pravca dobro aproksimiranu originalnu krivulju.

Originalnoj krivulji odjeće i obuće najbolje će se prilagoditi pravac kao i kod prethodnih kategorija izdataka. Kod izračunavanja parametara upotrijebit ćemo isti postupak, tj. izraz 1.1.

Tabela 3. Duhan i piće

X_i^*	X_i	X_i^2	Y_i	$Y_i X_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	0,0	0,0	5,40	0,0	5,14	0,26	0,0676
4500	0,6	0,36	5,16	3,10	4,92	0,24	0,0576
5500	1,0	1,00	4,45	4,45	4,78	-0,33	0,1089
6500	1,4	1,96	4,48	6,27	4,63	-0,15	0,0225
7500	1,8	3,24	4,44	7,99	4,49	-0,05	0,0025
8500	2,2	4,84	4,32	9,50	4,34	-0,02	0,0004
9500	2,6	6,76	4,17	10,84	4,19	-0,02	0,0004
11000	3,2	10,24	3,88	12,42	3,98	-0,10	0,0100
16000	5,2	27,04	3,42	17,78	3,25	0,17	0,0289
UKUPNO	18,0	55,44	39,72	72,35	39,72	0,00	0,2988

Tabela 4. Odjeća i obuća

X	X_i	X_i^2	Y_i	$Y_i X_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	0,0	0,00	8,35	0,00	8,40	-0,05	0,0025
4500	0,6	0,36	8,11	4,87	8,38	-0,27	0,0729
5500	1,0	1,00	8,30	8,30	8,37	-0,07	0,0049
6500	1,4	1,96	8,72	12,21	8,36	0,36	0,1296
7500	1,8	3,24	8,69	15,64	8,36	0,33	0,1089
8500	2,2	4,84	7,57	16,65	8,35	-0,78	0,6084
9500	2,6	6,76	8,68	22,57	8,34	0,34	0,1156
11000	3,2	10,24	8,71	27,87	8,33	0,38	0,1444
16000	5,2	27,04	8,04	41,81	8,28	-0,24	0,0576
UKUPNO	18,0	55,44	75,17	149,92	75,17	0,00	1,2448

Kada se u izraz 1.1 uvrste sume iz tabele 4, dobit će se sustav jednadžbi s dvije nepoznanice koji riješen daje slijedeći funkcionalni izraz:

$$y_c = -0,0216x + 8,395 \quad (3)$$

Standardna devijacija kao mjera reprezentativnosti je 0,372, odnosno koeficijent varijacije 4,45%. I u ovom slučaju može se prihvatiti dobivena izgledjena krivulja kao dobra aproksimacija originalnoj.

Originalnoj krivulji stanovanja, grafikon 4 može se prilagoditi izgledjena krivulja jednadžba pravca. Za izračunavanje parametara a i b koristit će se izraz 1.1. Sume potrebne za uvrštavanje nalaze se u tabeli 5.

Kada se, dakle, uvrste sume i riješi sustav, dobit će se jednadžba oblika

$$y_c = -1003x + 11,697 \quad (4)$$

Koliko dobro reprezentira jednadžbu empiričke krivulje, pokazat će standardna devijacija koja zauzima vrijednost 0,676, odnosno koeficijent varijacije 5,897%.

Kod pokušaja da se empiričkim točkama higijene i njege zdravlja aproksimira jednadžba pravca s odgovarajućim točkama nije se pogriješilo. Potrebne sume za izraz 1.1 nalaze se u tabeli 6.

Kada se uvrste sume i riješi sustav, dobije se linearna jednadžba oblika

$$y_c = 0,0664x + 2,638 \quad (5)$$

Tabela 5. Stanovanje

X	X_i	X_i^2	Y_i	$Y_i X_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	0,0	0,00	10,86	0,00	11,70	-0,84	0,7056
4500	0,6	0,36	12,86	7,72	11,83	1,23	1,5129
5500	1,0	1,00	11,32	11,32	11,60	-0,28	0,0784
6500	1,4	1,96	11,58	16,21	11,55	0,03	0,0009
7500	1,8	3,24	11,81	21,26	11,52	0,29	0,0841
8500	2,2	4,84	12,17	26,77	11,48	0,69	0,4761
9500	2,6	6,76	10,35	26,91	11,44	-1,09	1,1881
11000	3,2	10,24	11,15	35,68	11,38	-0,23	0,0529
16000	5,2	27,04	11,37	59,12	11,17	0,20	0,0400
UKUPNO	18,0	55,44	103,47	204,99	103,47	0,00	4,1390

Tabela 6. Higijena i njega zdravlja

X	X_i	X_i^2	Y_i	$Y_i X_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	0,0	0,00	2,92	0,00	2,64	0,28	0,0784
4500	0,6	0,36	2,59	1,55	2,68	-0,09	0,0081
5500	1,0	1,00	2,82	2,82	2,70	0,12	0,0144
6500	1,4	1,96	2,83	5,55	2,73	0,10	0,0100
7500	1,8	3,24	2,72	4,90	2,75	-0,03	0,0009
8500	2,2	4,84	2,76	6,07	2,78	-0,02	0,0004
9500	2,6	6,76	2,87	7,46	2,81	0,06	0,0036
11000	3,2	10,24	2,68	8,58	2,85	-0,17	0,0289
16000	5,2	27,04	2,73	14,20	2,98	-0,25	0,0625
UKUPNO	18,0	55,44	24,92	51,13	24,92	0,00	0,2072

Standardna devijacija kao mjera reprezentativnosti je 0,153, odnosno koeficijent varijacije 5,487%, što dovodi do zaključka da je izgledjena krivulja dobar reprezentant empiričke krivulje.

Grafikon 6 upućuje da se za obrazovanje, kulturu i razonodu može prilagoditi linearna funkcija. Za izračunavanje parametara ponovo će poslužiti izraz 1.1.

Tabela 7. Obrazovanje, kultura i razonoda

X'	X_i	X_i^2	Y_i	$Y_i X_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	0,0	0,00	4,32	0,00	4,27	0,05	0,0025
4500	0,6	0,36	3,94	2,36	4,47	-0,53	0,2809
5500	1,0	1,0	4,84	4,84	4,61	0,23	0,0529
6500	1,4	1,96	4,96	6,94	4,75	0,21	0,0441
7500	1,8	3,24	4,83	8,69	4,88	-0,05	0,0025
8500	2,2	4,84	5,22	11,48	5,02	0,20	0,0400
9500	2,6	6,76	5,11	13,29	5,16	-0,05	0,0025
11000	3,2	10,24	5,41	17,31	5,36	0,05	0,0025
16000	5,2	27,04	5,94	30,89	6,05	-0,11	0,0121
UKUPNO:	18,0	55,44	44,57	95,80	44,57	0,00	0,4400

U izraz 1.1. uvrste se sume iz tabele 7. Riješen taj sustav jednadžbi izgledat će

$$y_c = 0,3426x + 4,267 \quad (6)$$

Mjere reprezentativnosti su slijedeće: standardna devijacija - 0,211 i koeficijent varijacije 4,46%.

Zaključak je da i ova jednadžba veoma dobro prezentira empiričku krivulju.

Grafikon 7, na kojem su prikazani izdaci za saobraćaj i PTT usluge, navodi na pomisao da će se najbolje aproksimirati parabola petog stupnja, tj. parabola oblika

$$y_c = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$$

Parametri a, b, c, d, e, f dobit će se iz uvjeta $\sum (Y_i - y_i)^2 = \text{minimum}$, odnosno $\sum (ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f - y)^2 = \text{minimum}$. Ovaj izraz bit će minimum ako su prve parcijalne derivacije te funkcije po parametrima a, b, c, d, e, f jednake nuli. Rješenjem gore navedenog uvjeta dolazi se do šest normalnih jednadžbi sa šest nepoznanica.

$$\begin{aligned}
 a \sum x_i^{10} + b \sum x_i^9 + c \sum x_i^8 + d \sum x_i^7 + e \sum x_i^6 + f \sum x_i^5 &= \sum x_i^5 y_i \\
 a \sum x_i^9 + b \sum x_i^8 + c \sum x_i^7 + d \sum x_i^6 + e \sum x_i^5 + f \sum x_i^4 &= \sum x_i^4 y_i \\
 a \sum x_i^8 + b \sum x_i^7 + c \sum x_i^6 + d \sum x_i^5 + e \sum x_i^4 + f \sum x_i^3 &= \sum x_i^3 y_i \\
 a \sum x_i^7 + b \sum x_i^6 + c \sum x_i^5 + d \sum x_i^4 + e \sum x_i^3 + f \sum x_i^2 &= \sum x_i^2 y_i
 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$a \sum x_i^6 + b \sum x_i^5 + c \sum x_i^4 + d \sum x_i^3 + e \sum x_i^2 + f \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i^5 + b \sum x_i^4 + c \sum x_i^3 + d \sum x_i^2 + e \sum x_i + f N = \sum y_i$$

Potrebne sume za ovaj sustav jednadžbi nalaze se u tabeli 8. Ako se uvrste sume u izraz 1.2 i riječi sustav jednadžbi, dobit će se slijedeća funkcija:

$$y_c = 0,2343445x^5 - 2,650195x^4 + 10,29939x^3 - 17,08183x^2 + 13,08725x + 2,38031 \quad (7)$$

Za rješenje ovog sustava korištena je metoda determinanti. Rješenja su dobivena pomoću računala B-1714 Fakulteta organizacije i informatike Varaždin.

Kod izabiranja tipa krivulje, koja će se najbolje prilagoditi datim empiričkim točkama, presudnu ulogu odigrao je koeficijent varijacije kao mjera reprezentativnosti. Odluku o prihvaćanju tipa izgledjene krivulje dao je koeficijent varijacije koji je za linearnu funkciju 16,55%, parabolu drugog reda 13,20%, parabolu trećeg reda 17,45%, parabolu četvrtog reda 10,38% i za parabolu petog stupnja 9,8%.

Promatrajući krivulju ostalih upotrijebljenih sredstava (grafikon 8) može se zaključiti da će linearna funkcija dati najmanju sumu kvadrata odstupanja od originalnih točaka.

Parametri a i b izračunat će se pomoću izraza 1.1.

Potrebne sume za izraz 1.1 nalaze se u tabeli 9. Kada se riješi taj sustav jednadžbi, parametar a bit će 2,04 i parametar b=21,339.

Izgledjena krivulja imat će oblik:

$$y_c = 2,04x + 21,339 \quad (8)$$

Koliko je reprezentativna izgledjena krivulja, govori standardna devijacija 0,886, odnosno koeficijent varijacije 3,49%.

Posljednjoj kategoriji izdataka "ostali rashodi" najbolje će se prilagoditi krivulja oblika: $Y_c = a \log x + b$.

Numeričke vrijednosti parametara a i b dobit će se iz uvjeta

$\sum (Y_i - y_i)^2$ minimum. Minimum će se postići ako su prve parcijalne derivacije izraza $\sum (a \log x + b - y_i)^2$ po parametrima a i b jednaki nuli. Ako se riješi gore navedeni uvjet, dobit će se dvije jednadžbe oblika:

Tabela 8. Saobraćaj i PTT usluge

X_i	X_i	Y_i	X_i^2	X_i^3	X_i^4	X_i^5	X_i^6	X_i^7	X_i^8
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3000	0	2,48	0	0	0	0	0	0	0
4500	0,6	5,69	0,36	0,216	0,1296	0,07776	0,04666	0,02799	0,0168
5500	1	6,53	1	1	1	1	1	1	1
6500	1,4	6,21	1,96	2,744	3,842	5,378	7,53	10,54	14,76
7500	1,8	7,11	3,24	5,832	10,50	18,90	34,01	61,22	110,2
8500	2,2	9,60	4,84	10,65	23,43	51,54	113,4	249,4	548,8
9500	2,6	7,37	6,76	17,58	45,70	118,8	308,9	803,2	2088
11000	3,2	7,88	10,24	32,77	104,9	335,5	1074	3436	11000
16000	5,2	9,98	27,04	140,6	731,2	3802	19770	102800	534600
UKUPNO	18	62,85	55,44	211,39	920,61	4333,29	21309,22	107368,5	548355,2
Nastavak tabele 8									
X_i^9	X_i^{10}	$X_i Y_i$	$X_i^2 Y_i$	$X_i^3 Y_i$	$X_i^4 Y_i$	$X_i^5 Y_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
11	12	13	14	15	16	17	18		
0	0	0	0	0	0	0	2,38	0,10	0,0100
0,01008	0,006047	3,414	2,0484	1,229	0,73742	0,44245	5,98	-0,29	0,0841
1	1	6,53	6,53	6,53	6,53	6,53	6,27	0,26	0,0676
20,66	28,93	8,694	12,172	17,04	23,856	33,399	6,56	-0,35	0,1225
198,4	357,0	12,798	23,036	41,466	74,638	134,35	7,26	-0,15	0,0225
1207	2656	21,12	46,464	102,22	224,89	494,75	8,16	1,44	2,0736
5430	14120	19,162	49,821	129,54	336,79	875,66	8,69	-1,32	1,7426
35180	112600	25,216	80,691	258,21	826,28	2644,1	7,57	0,31	0,0961
2780000	14460000	51,896	269,86	1403,3	7297	37944	9,98	0	0
2821946,0	14585250,0	148,83	490,62	1959,5	8790,7	42134	62,85	0	

Tabela 9. Ostala upotrijebljena sredstva

X_i	X_i	X_i^2	Y_i	$Y_i X_i$	Y_c	$Y_i - Y_c$	$(Y_i - Y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	0,0	0,00	20,74	0,00	21,34	-0,60	0,3600
4500	0,6	0,36	23,46	14,08	22,56	0,90	0,8100
5500	1,0	1,00	23,42	23,42	23,38	0,04	0,0016
6500	1,4	1,96	24,07	33,70	24,19	-0,12	0,0144
7500	1,8	3,24	24,08	43,34	25,01	-0,93	0,8649
8500	2,2	4,84	24,79	54,54	25,83	-1,04	1,0816
9500	2,6	6,76	28,54	74,20	26,64	1,90	3,6100
11000	3,2	10,24	28,19	90,21	27,87	0,32	0,1024
16000	5,2	27,04	31,48	163,70	31,95	-0,47	0,2209
UKUPNO	18,00	55,44	228,77	497,19	228,77	0,00	7,0658

$$a \sum \log x_i^2 + b \sum \log x_i = \sum \log x_i y_i \quad (1.3)$$

$$a \sum \log x_i + b N = \sum y_i$$

Potrebne sume za ovaj sustav jednažbi nalaze se u tabeli br.10.

Tabela 10. Ostali rashodi

X_i	$\log x_i$	$\log x_i y_i$	y_i	$\log x_i^2$	y_c	$y_i - y_c$	$(y_i - y_c)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
3000	3,47712	11,47450	3,30	12,09036	2,81	0,49	0,2401
4500	3,65321	11,47108	3,14	13,34594	3,73	-0,59	0,3481
5500	3,74036	14,43779	3,86	13,99029	4,19	-0,33	0,1089
6500	3,81291	10,21707	5,04	14,53828	4,57	0,47	0,2209
7500	3,87506	19,76620	5,10	15,01609	4,90	0,20	0,0400
8500	3,92942	20,19722	5,14	15,44034	5,19	-0,05	0,0025
9500	3,97772	21,71835	5,46	15,82226	5,44	0,02	0,0004
11000	4,04139	24,61207	6,09	16,33283	5,77	0,32	0,1024
16000	4,20412	25,81330	6,14	17,67462	6,63	-0,49	0,2401
UKUPNO	34,71131	168,70758	43,23	134,25101	43,23	0	1,3034

Kada se uvrste gore navedene sume i riješi sustav, izgledjena kri-
vulja će izgledati:

$$y_c = 5,259408 \log x - 15,48121 \quad (9)$$

Ova se izgledna krivulja može prihvatiti kao dobar reprezentant jer je standardna devijacija 0,38, odnosno koeficijent varijacije 7,91%.

Prije nego se došlo do ove krivulje bilo je pokušaja prilagoditi pravac, no on je dao koeficijent varijacije 10,24%. Parabola drugog reda takodjer nije bila zadovoljavajuća (koeficijent varijacije 10,68%) kao ni parabola trećeg reda (14,20%).

Iz dosad obavljenih aproksimacija dobiveno je devet izglednih krivulja:

$$1. y_c = -3,7073x + 38,1735$$

$$2. y_c = -0,3647x + 5,143$$

$$3. y_c = -0,0216x + 8,395$$

$$4. y_c = -0,1003x + 11,697$$

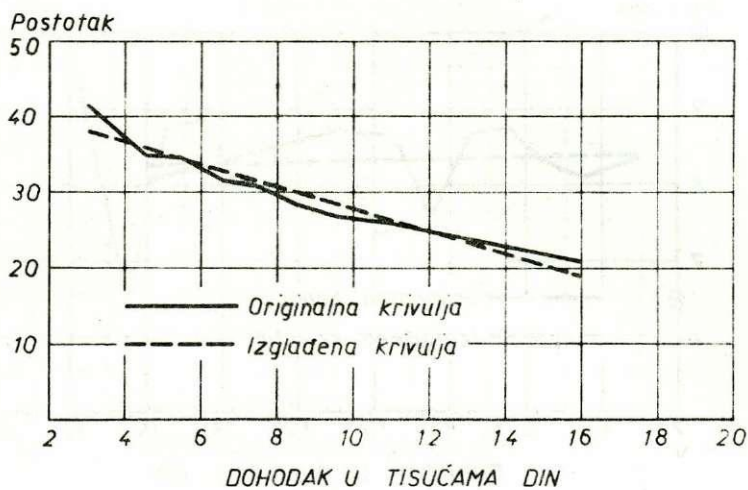
$$5. y_c = 0,0664x + 2,638$$

$$6. y_c = 0,3426x + 4,267$$

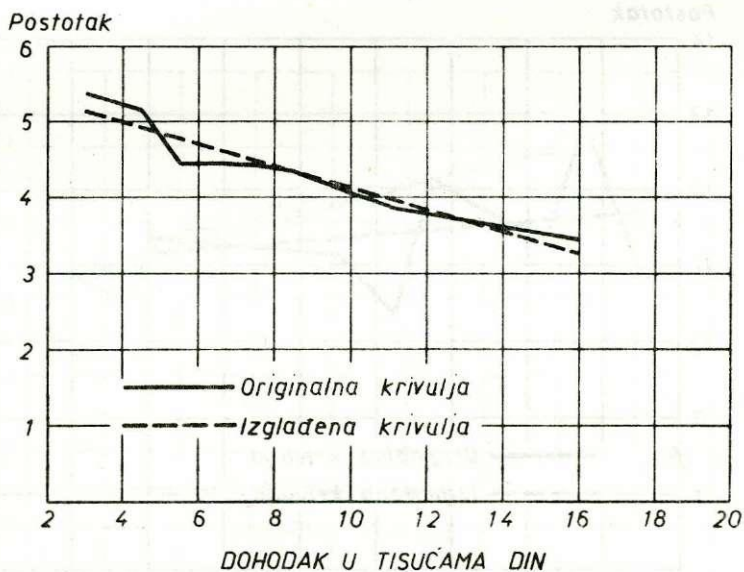
$$7. y_c = 0,2343445x^5 - 2,650195x^4 + 10,29939x^3 - 17,08183x^2 + 13,08725x + 2,38031$$

$$8. y_c = 2,04x + 21,339$$

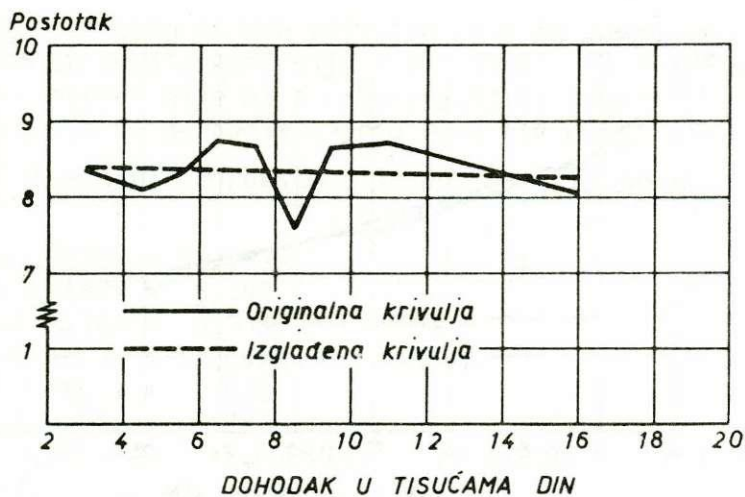
$$9. y_c = 5,259408 \log x - 15,48121$$



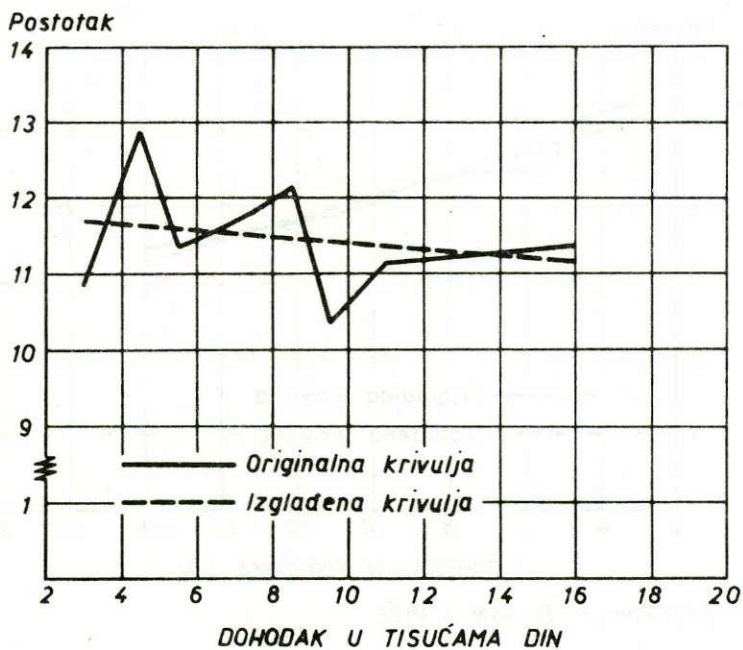
Grafikon 1 - ISHRANA



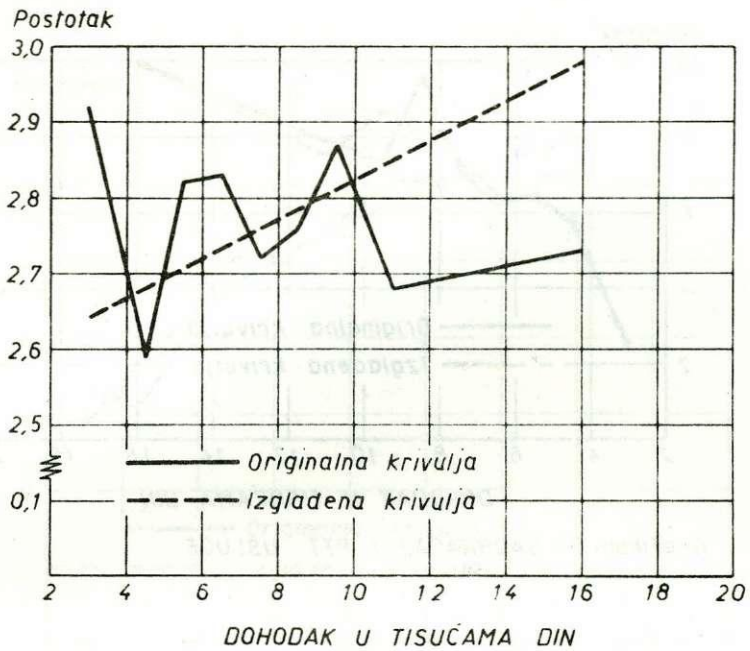
Grafikon 2 - DUHAN I PIĆE



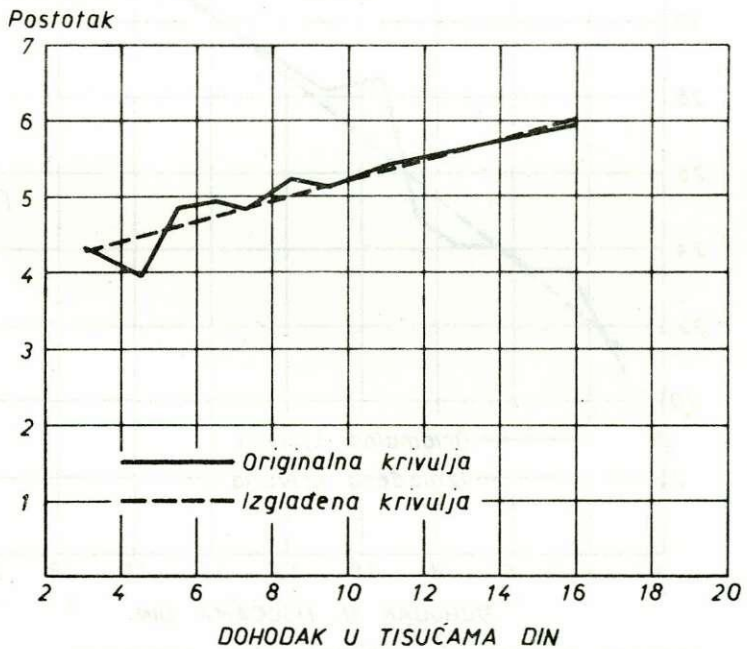
Grafikon 3 - ODJEĆA I OBUĆA



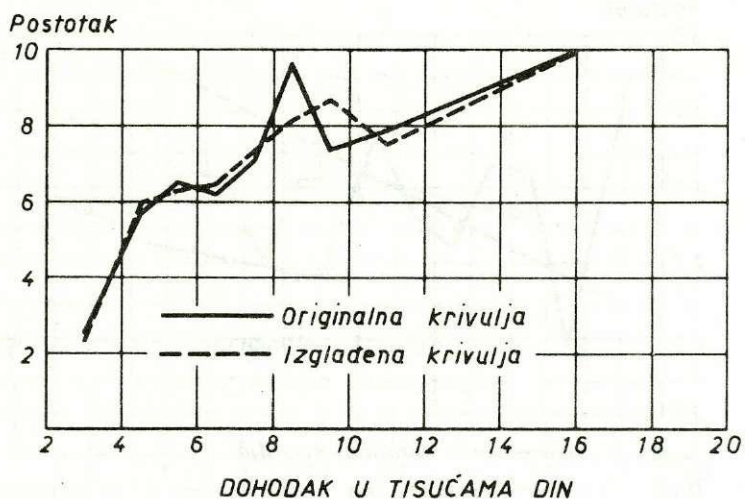
Grafikon 4 - STANOVANJE



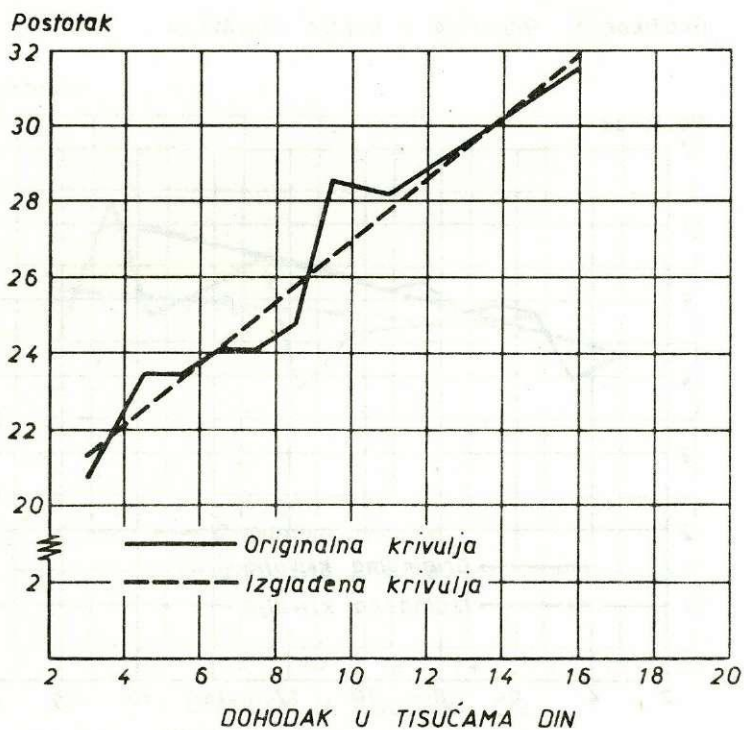
Grafikon 5 - HIGIJEIJA I NJEGA ZDRAVLJA



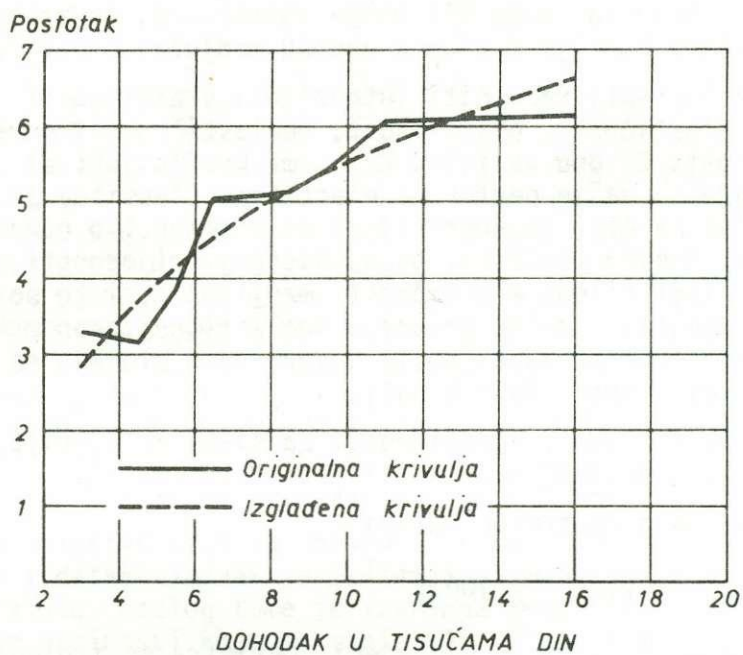
Grafikon 6 - OBRAZOVANJE , KULTURA I RAZONODA



Grafikon 7 - SAOBRAĆAJ I PTT USLUGE



Grafikon 8 - OSTALA UPOTREBLJENA SREDSTVA



Grafikon 9 - OSTALI RASHODI

3. MJERENJE ELASTIČNOSTI

U ekonomici se pod elastičnošću podrazumijeva "sposobnost ekonomske veličine da reagira, više ili manje intenzivno, na promjenu neke druge veličine koja je s njom u odnosu medjuzavisnosti". 6)

Mogu se razlikovati različiti intenziteti elastičnosti, kao npr. perfektna elastičnost, elastičnost, neelastičnost i perfektna neelastičnost. Za onu veličinu koja ima koeficijent elastičnosti jednak 1 kaže se da je perfektno elastična. Elastična je ona ekonomska veličina čiji je koeficijent elastičnosti u odnosu na neku drugu ekonomsku veličinu, po apsolutnoj vrijednosti, veći od 1. Ako je koeficijent elastičnosti manji od 1, i to po apsolutnoj vrijednosti, onda se govori o neelastičnoj ekonomskoj veličini. O savršenoj neelastičnosti govori se u slučaju da je koeficijent elastičnosti jednak nuli.

Koliki su koeficijenti elastičnosti za svaku kategoriju izdataka za svaki nivo dohotka, mogu se vidjeti u tabeli 11.

Do njih se došlo upotrebom izraza⁷⁾

$$E_{y,x} = \frac{E_y}{x} 100, x^+ 1$$

Postupak izračunavanja je slijedeći. Derivira se izgledjena funkcija i pomnoži s odnosom veličine dohotka, u našem slučaju transformiranog, i izdatka na pojedinim stupnjevima dohotka. Dobivenom rezultatu pribroji se jedan.

Neka se za primjer uzme prva izgledjena krivulja $y_c = -3,7073x + 38,1735$ i nivo dohotka 5500 dinara. Derivacija izgledjene krivulje jednaka je parametru a (-3,7073), koji pomnožimo odnosom x/y . U ovom slučaju dohodak od 5500 dinara transformiran jednak je jedinici (tabela 2, kolona 2), odnosno izdatak za isti nivo iznosi 34,47% (tabela 2, kolona 6). Prema tome $x/y = 1/34,47 = 0,029$. Dobiveni rezultat pomnoži se s -3,7073. Kada se umnošku doda jedan, koeficijent elastičnosti ishrane za nivo dohotka 5500 dinara iznosi 0,892.

Na analogan način izračunati koeficijenti za ostale izdatke na svim promatranim nivoima nalaze se u tabeli 11.

6) Lj. Martić: *Matematičke metode za ekonomske analize*, Narodne novine, Zagreb 1976, str. 96.

7) M. Bojanić: *Kako troše dohodak radnici samci zaposleni u industrijskim poduzećima*, Seminarski rad, Zagreb, 1961, str.17.

Tabela 11. Koeficijenti elastičnosti

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dohodak	Ishrana	Duhan i piće	Odjeća i obuća	Stanovanje	Higijena i njegova zdravlja	Obrazovanje, kultura i razonoda	Saobraćaj i PTT usluge	Ostala upotrijeb. sredstva	Ostali prihodi
4500	0,938	0,956	0,998	0,995	1,015	1,046	1,158	1,054	1,612
5500	0,892	0,924	0,997	0,991	1,025	1,074	1,063	1,087	1,545
6500	0,843	0,890	0,996	0,988	1,034	1,101	1,263	1,118	1,500
7500	0,788	0,854	0,995	0,984	1,043	1,126	1,541	1,147	1,466
8500	0,728	0,815	0,994	0,981	1,053	1,150	1,547	1,174	1,440
9500	0,662	0,774	0,993	0,977	1,061	1,173	1,096	1,199	1,420
11000	0,549	0,707	0,992	0,972	1,075	1,205	-0,823	1,234	1,396
16000	-0,020	0,416	0,986	0,953	1,116	1,294	20,391	1,332	1,345

Koeficijent elastičnosti na nivou dohotka 3000 dinara kod svih kategorija izdataka jednak je jedinici pa ga nije ni potrebno unositi u tabelu. Razlog tome je izvršena transformacija ($x = 0$), kao i druge okolnosti koje su manje ili više značajne. S druge strane i visina dohotka je takva da se takav koeficijent može i očekivati. Zato se u daljnjoj analizi na njega neće obraćati pozornost.

4. ELASTIČNOSTI I ENGELOVI ZAKONI

Prvi Engelov zakon glasi: "Izdaci domaćinstava na hranu, u odnosu na njegov dohodak, nisu elastični".

Iz izračunatih koeficijenata elastičnosti u tabeli 11 i koloni 2 za četveročlana domaćinstva SFRJ vidi se da oni nisu elastični. Svi koeficijenti su manji od jedan, što više, s povećanjem dohotka oni se sve više i više smanjuju. Može se primijetiti da je za ona domaćinstva koja imaju najviši dohodak koeficijent elastičnosti gotovo savršeno neelastičan.

Može se donijeti zaključak da se prvi Engelov zakon potvrđuje sa zakonitošću ponašanja dohotka i izdatka kod četveročlanih domaćinstava u SFRJ.

Za drugu kategoriju izdataka, duhan i piće, primjećuje se slična situacija kao i kod ishrane. Za ona domaćinstva s najnižim primanjima elastičnost je blizu jedinici, odnosno izdaci su skoro elastični. Povećanjem dohotka elastičnost se konstantno smanjuje, da bi za ona domaćinstva s najvišim dohotkom opala na 0,416.

Drugi Engelov zakon kaže: "Elastičnost izdataka na odijevanje u odnosu na dohodak približno je jednak jedinici". U tabeli 11, kolona 4, može se vidjeti da je i drugi Engelov zakon potvrđen kod ove kategorije domaćinstava jer su koeficijenti za sve kategorije domaćinstava veoma blizu jedinici.

Treći Engelov zakon kaže da izdaci na stan, ogrjev i osvjetljenje ostaju relativno isti kad dohodak poraste. I ovaj je zakon potvrđen praksom jugoslavenskih četveročlanih domaćinstava. S povećanjem dohotka izdaci neznatno opadaju. To se vidi iz koeficijentata elastičnosti izdataka onih domaćinstava s najnižim dohotkom koji glasi 0,995, odnosno s najvišim dohotkom 0,953.

Izdaci za higijenu i njegu zdravlja, iz tabele 11, vidi se da su elastični. S porastom dohotka rastu i izdaci za tu kategoriju. Ako se poveća dohodak onih domaćinstava s najnižim primanjima za 1%, izdaci će se povećati za 1,015%, dok kod onih domaćinstava s najvišim dohotkom povećanje dohotka za 1% izaziva povećanje izdataka za 1,116%. Zaključak bi bio slijedeći: povećanjem dohotka rastu i izdaci za higijenu i njegu zdravlja.

Četvrti Engelov zakon glasi: "što je veći dohodak, veći je postotak različitih izdataka na kulturne potrebe, razonodu i drugo". I ovaj zakon potvrđen je u jugoslavenskoj praksi četveročlanih domaćinstava. To se može vidjeti u tabeli 11 i koloni 7. Svi koeficijenti veći su od jedan, i to za ona domaćinstva s najnižim dohotkom 1,046 odnosno za ona domaćinstva s najvišim dohotkom 1,294. Za ovu posljednju kategoriju dohotka može se reći da će povećanjem dohotka od 1% porasti izdaci za 1,294%.

U tabeli 11 (kolona 8) nalaze se koeficijenti elastičnosti izdataka za saobraćaj i PTT usluge. Kod ove kategorije izdataka primjećuje se da su elastični u odnosu na dohodak. Ali takodjer se primjećuje i to da su koeficijenti izmiješani na različitim stupnjevima dohotka. Iz toga se može zaključiti da ne utječe samo dohodak na izdake nego i neke druge okolnosti, sklonosti od domaćinstava do domaćinstava.

Promatrajući elastičnosti izdataka za saobraćaj i PTT usluge opaža se da je koeficijent elastičnosti za nivo dohotka 11000 čak -0,823, što dovodi do zaključka da su na tom nivou dohotka izdaci neelastični. Suprotno tome, kod najvećeg dohotka može se vidjeti da su izdaci veoma elastični. Povećanjem dohotka za 1% porasti će izdaci za 20,391%.

Izdaci za ostala upotrijebljena sredstva su elastični, i to s povećanjem dohotka elastičnost se postepeno povećava.

Za ostalu kategoriju izdataka, ostali rashodi, može se reći da su elastični kao i prethodna kategorija izdataka s iznimkom što po rastom dohotka postepeno opada elastičnost.

5. ZAKLJUČAK

Može se primijetiti da su svi Engelovi zakoni potvrđeni kod četveročlanih domaćinstava SFRJ 1977.g.

Iz ovog istraživanja ne bi se smjelo općenito tvrditi da se u SFRJ izdaci u odnosu na dohodak ponašaju po Engelovim zakonima. Razlozi tome mogu biti različiti. Prvo, ovi rezultati odnose se samo na jednu vrstu domaćinstava u SFRJ. Drugo, dobiveni rezultati mogu biti slučajnog karaktera. Trebalo bi ispitati i istražiti predmet barem još nekoliko godina, zatim usporediti rezultate višegodišnjeg istraživanja. U slučaju da bi bila ista slika, tek tada mogla bi se samo djelomično poopćiti tvrdnja da su Engelovi zakoni potvrđeni jugoslavenskom praksom kod četveročlanih domaćinstava. Naglašeno je da to samo vrijedi kod četveročlanih domaćinstava, jer veliko je pitanje kako bi se odnosili izdaci kod tročlanih, odnosno samačkih domaćinstava, u odnosu na dohodak.

Interesantno bi bilo pratiti ponašanje izdataka u odnosu na dohodak i kod onih kategorija izdataka za koje se u Engelovo vrijeme nije znalo ili nisu bili značajni. To su: duhan i piće, higijena i njega zdravlja, saobraćaj i PTT usluge te ostala upotrijebljena sredstva. Možda bi se i za ove kategorije izdataka moglo doći do nekih zakonitosti.

L I T E R A T U R A :

1. M.Bojanić: *Kako troše dohodak radnici samci zaposleni u industrijskim poduzećima, Seminarski rad, Zagreb, 1961.*
2. O.Lange: *Uvod u ekonometriju, Izdavačko preduzeće "Veselin Masleša", Sarajevo, 1960.*
3. Lj.Martić: *Matematičke metode za ekonomske analize, I dio, Narodne novine, Zagreb, 1976.*
4. V.Serdar: *Udžbenik statistike, Školska knjiga, Zagreb, 1975.*
5. T.Vujković: *Ekonometrijske metode i tehnike, Informator, Zagreb 1976.*
6., *Statistički bilten broj 360, Savezni zavod za statistiku, Beograd, jul 1965.*
7., *Statistički bilten broj 1085, Savezni zavod za statistiku, Beograd, jun 1978.*

Primljeno: 1979-10-1

Kero K. Engel's Acts Use in Expending of the Income by Four-members Worker Households in SFRJ.

S U M M A R Y

From the very tittle of the composition it can be concluded what material of the research is treated in this article.

In the first chapter there are the original datas taken from the statistics builten with the review and comentary by the author.

In the second chapter there is a detailed description of the invention of the theoretical function which will best represent original curve.

The smoothed curve is used for calculating of the coefficient of the elasticity which can be seen in the third chapter.

In the fourth chapter there is the commentary with reference to the parallels of the manner of the expenditure refering to the income at four - members household in SFRJ for 1977 year by Engel's acts.

Actually, it was the main aim of this article.

In the conclusion of the article it is considered that the all acts by Engel are acknowledged during the practice in four - member households in SFRJ and it would he interesting by the researches, during many years, to find out the legality of the expenditure manner refering to the income also for those categories of the expenditure which Engel didn't deal with.