PROMJENA PODATAKA

Jelena Gusić, Zagreb

- Nešto smo otkrili. Tko zna služi li to čemu, tiho se pitala Danica. Ona i Ante su se pogledavali – vidjelo se da su ponosni.

Ante je počeo objašnjavati: - *Lani, pred kraj školske godine, računao sam prosjek i određivao kakve mi ga sve ocjene ne mogu pokvariti. I tko je god prošao pokraj mene, odmah je vidio što radim, i - znate već… Tako sam ja malo promijenio brojeve, da se ne vidi što radim. Dodao sam 17 svim brojevima i tako računao. Sada više nikoga nije zanimalo što radim.*

- Naravno, osim mene, nasmijala se Danica. - *Rekao mi je što je napravio. U prvi sam se tren malo zbunila - pa što srednja vrijednost tih novih brojeva znači za početne brojeve?! Ante mi je rekao da mu se učinilo da će, ako svaku ocjenu uveća za 17, onda i srednja vrijednost tih brojeva biti za 17 veća od srednje vrijednosti ocjena. Sada se i meni to učinilo, ali opet nisam bila sigurna, pa sam išla provjeriti.*

- Ma, evo kako sam ja to odmah vidio, uskoči Ante. - *Ako brojeve predstavim na brojevnom pravcu, kada im dodam 17, onda ih samo pomaknem za 17. Tako će se i njihova srednja vrijednost pomaknuti za 17.*

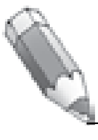
Danica mi je pokazala tablicu s primjerima iz kojih se vidi da uočeno vrijedi i kad dodajemo neke druge brojeve. Evo je:

	PODATCI	+10	+123	−15
	3	13	126	−12
	5	15	128	−10
	4	14	127	−11
	4	14	127	−11
	2	12	125	−13
	5	15	128	−10
	3	13	126	−12
	5	15	128	−10
ZBROJ	31	111	1015	−89
SREDNJA VRIJEDNOST	$\frac{31}{8}=3.875$	$\frac{111}{8}=13.875$	$\frac{1015}{8}=126.875$	$\frac{-89}{8}=-11.125$

A da vrijedi općenito - vidi se iz ovog računa:

Podatcima $x_1, x_2, ..., x_n$, čija je srednja vrijednost $\bar{x}$, dodajmo *d*. Srednja vrijednost tih podataka jednaka je:

$$\frac{(x_1+d)+(x_2+d)+...+(x_n+d)}{n}=\frac{(x_1+x_2+...+x_n)+(d+d+...+d)}{n}=$$



$$=\frac{(x_1+x_2+\ldots+x_n)+n\cdot d}{n}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}+\frac{\cancel{n}\cdot d}{\cancel{n}}=\bar{x}+d$$

Dakle, ako imamo neke podatke i svima dodamo isti broj, tada je srednja vrijednost tako dobivenih brojeva jednaka srednjoj vrijednosti početnih podataka uvećanoj za taj broj.

- *Nakon dodavanja, išli smo množiti podatke*, nastavio je Ante. - *Odmah smo pogodili da će sada trebati množiti srednju vrijednost onim brojem kojim smo množili početne podatke.*

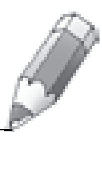
- *Lako je računski pokazati da to uvijek vrijedi*, upala je Danica, *ali nama se sviđa kako smo to zamislili. Recimo da računamo srednju visinu učenika izraženu u metrima. Ako svaki podatak pomnožimo sa 100, dobijemo visine izražene u centimetrima. A kako će se ponašati srednja vrijednost? Naravno, bit će jednaka onoj u metrima, samo izražena u centimetrima, dakle pomnožena sa 100. Slično je kad množimo i bilo kojim drugim brojevima; na neki način samo mijenjamo mjernu jedinicu kojom mjerimo podatke.*

Evo i par primjera:

	PODATCI	$\cdot 10$	$\cdot 2.4$	$\cdot(-2)$
	3	30	7.2	−6
	5	50	12	−10
	4	40	9.6	−8
	4	40	9.6	−8
	2	20	4.8	−4
	5	50	12	−10
	3	30	7.2	−6
	5	50	12	−10
ZBROJ	31	310	74.4	−62
SREDNJA VRIJEDNOST	$\frac{31}{8}=3.875$	$\frac{310}{8}=38.75$	$\frac{74.4}{8}=9.3=3.875\cdot 2.4$	$\frac{-62}{8}=-7.75=3.875\cdot(-2)$

Zaista su Danica i Ante otkrili nešto što je važno, ali sam htjela saznati još nešto - jesu li promatrali što se s nekim drugim statističkim veličinama događa kad mijenjamo podatke tako da im dodajemo isti broj, a što kada ih množimo nekim brojem. Bili su veseli kada sam to zapitala. Odgovorili su da jesu. Mene je zanimala standardna devijacija - što su otkrili i kako to objašnjavaju.

Počela je Danica: - *Kada dodajemo neki broj podatcima, vidjeli smo da se srednja vrijednost uveća za taj isti broj, ali standardna devijacija ostaje ista. Provjerili smo to i računom, ali to je jasno iz geometrijskog prikaza. Kad dodajemo broj, podatci se samo translatiraju, pa njihove međusobne udaljenosti ostaju iste, a kako standardna devijacija na neki način mjeri udaljenosti podataka od srednje vrijednosti, neće se ništa promijeniti.*



I sada je jasno da, za razliku od zbrajanja, množenje utječe na standardnu devijaciju, nadodao je Ante. *Kad podatke množimo, oni se ili razmaknu (recimo kad množimo s* 10*) ili približe (kad množimo s, recimo,* $\frac{1}{4}$*).*

To što su govorili ilustrirali su i primjerima:

	PODATCI {3, 5, 4, 4, 2, 5, 3, 5}	+10	–27	· 10	· (–2)
SREDNJA VRIJEDNOST	$\overline{x} = 3.875$	$13.827 = \overline{x} + 10$	$-23.125 = \overline{x} - 27$	$38.75 = \overline{x} \cdot 10$	$-7.75 = \overline{x} \cdot (-2)$
STANDARDNA DEVIJACIJA (zaokružena na 3 decimale)	σ = 1.053	1.053 = σ	1.053 = σ	10.533 = σ · 10	2.107 = σ · |–2|

- Eto, i tako smo zaključili: kada podatke mijenjamo tako da svakom dodamo isti broj, srednja vrijednost uveća se za taj broj, a standardna devijacija ostaje ista. Kada množimo svaki podatak istim brojem, onda se i srednja vrijednost množi tim brojem, a standardna devijacija množi se apsolutnom vrijednosti toga broja, ponosno je izjavio Ante.

Njih je dvoje željelo vidjeti ima li to primjene, pa smo se dogovorili da najprije odrede srednju vrijednost i standardnu devijaciju podatka koje ću im dati, a onda ćemo o svemu tome malo raspravljati.

I dok su Danica i Ante zapisivali brojeve, došao je i Jurica, pa je i on uzeo svoje. Dogovorili smo se za skori susret.

A vi, dragi Matkači, pokušajte sami izračunati isto što su Ante i Danica dobili. Ako vam treba podsjetnik na formule, evo ga. Srednja vrijednost podataka $x_1, x_2, ..., x_n$ računa se po formuli: $\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$, a njihova standardna devijacija po formuli: $\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + ... + (x_3 - \overline{x})^2}{n}}$. Možete i izračunati zadatke koje su Ante, Danica i Jurica dobili. Evo podataka:

Ante	10, 87, 51, 72, 45, 15, 20, 56, 74, 80, 95, 68, 57, 82, 74, 30, 74, 64, 75, 65, 68, 42, 69, 51, 84, 70, 88, 90
Danica	87, 45, 65, 92, 88, 24, 52, 62, 52, 74, 37, 79, 65, 73, 38, 58, 72, 36, 97, 85, 78, 65, 72, 56, 81, 50
Jurica	11, 18, 17, 12, 8, 5, 19, 20, 12, 10, 14, 20, 16, 13, 11, 20, 18, 16, 8, 17, 10, 13, 16, 10