

GOVORITE LI „MATEMATIČKI“?

Renata Svedrec, Zagreb

Je li se ikada zapitali: *govorim li matematički?* Razumijem li što je u zadatku zadano, a što nepoznato? Kako zadatak koji je zadan riječima „prevesti“ na jezik matematičkih simbola? I kako taj zadatak uspješno riješiti? Upravo je „prevođenje“ s govornog na *matematički jezik* najkreativniji dio rješavanja postavljenih problema.

U udžbenicima, ali i na matematičkim natjecanjima, ponekad se nađu zadatci nalik ovima:

Zadatak 1. *Pero može pokositi dvorište za 2 sata, a njegovom sinu Juri za isti posao trebaju 3 sata. Za koje bi vrijeme posao obavili radeći zajedno?*



Rješenje: Za uspješno rješavanje potrebno je znati elementarne računske radnje s razlomcima. Promatrat ćemo što se događa u jedinici vremena, tj. u jednome satu. Zaključivat ćemo na sljedeći način:

Pero za 1 sat pokosi $\frac{1}{2}$ dvorišta, a Jura $\frac{1}{3}$. Prema tome, u jednome satu oni zajedno pokose $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ dvorišta. Dakle, za pokositi $\frac{1}{6}$ dvorišta trebat će im $\frac{1}{5}$ sata. Cijelo dvorište pokositi će za $\frac{6}{5}$ sata, tj. za 1 sat i 12 minuta.

Zadatak 2. *Neki se bazen puni kroz dvije cijevi, a kroz treću se prazni. Prva ga cijev sama može napuniti za 5 sati, a druga za 4 sata. Kad je bazen pun, kroz treću se cijev može isprazniti za 20 sati. Otvorimo li istodobno sve tri cijevi, za koje će vrijeme bazen biti pun?*

Rješenje: Promatrat ćemo što se događa u jedinici vremena, tj. u jednome satu. Zaključivat ćemo na sljedeći način:





Prva cijev za 1 sat napuni $\frac{1}{5}$ bazena, druga napuni $\frac{1}{4}$ bazena, a treća isprazni $\frac{1}{20}$ bazena. Prema tome, u jednome satu one zajedno napune $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ bazena. Dakle, za napuniti $\frac{1}{5}$ bazena trebat će im $\frac{1}{2}$ sata. Cijeli bazen napunit će za $\frac{5}{2}$ sata, tj. za 2 sata i 30 minuta.

Sljedeći zadatci zahtijevaju malo bolje poznavanje „matematičkog” jezika.

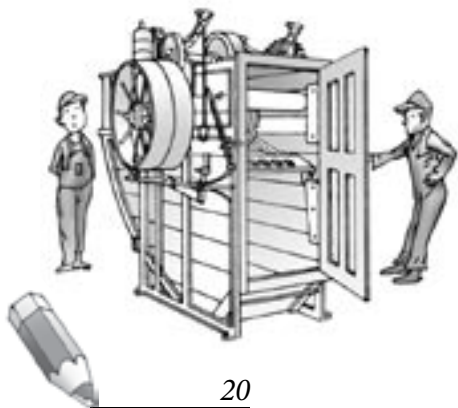
Zadatak 3. *Jedan radnik može obaviti neki posao za 12 dana. Pomogne li mu u poslu drugi radnik tako da zajedno rade 3 dana, posao će biti dovršen za 8 dana. Za koliko bi dana posao obavio drugi radnik radeći sam?*

Rješenje: Prvi radnik posao obavi za 12 dana, tj. za 1 dan obavi $\frac{1}{12}$ posla.

Neka je x broj dana za koje bi posao obavio drugi radnik radeći sam. To znači da drugi radnik sam dnevno obavi $\frac{1}{x}$ posla, a zajedno dnevno obave $\frac{1}{12} + \frac{1}{x}$ posla. Za 3 dana zajedničkog rada oni će napraviti $3 \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{x}\right)$ posla. Do završetka posla prvi radnik morat će još 5 dana raditi sam. Prema tome, zajednički obavljen posao predstavlja $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$ cijeloga posla. Zaključujemo da vrijedi jednadžba $3 \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{x}\right) = \frac{7}{12}$. Njezinim rješavanjem dobivamo da je $\frac{3}{x} = \frac{4}{12}$, tj. $\frac{3}{x} = \frac{1}{3}$. Iz toga slijedi da je $x = 9$, tj. da bi drugi radnik sam obavio posao za 9 dana.

Zadatak 4. *Ante i Mate, radeći zajedno, zadani posao mogu dovršiti za 36 minuta. Radi li Ante sam, on treba 30 minuta više nego kad Mate radi sam. Koliko bi trebalo Anti da sam obavi taj posao?*

Rješenje: Neka je a broj minuta za koje posao može obaviti Ante, a m broj minuta za koje posao može obaviti Mate. Prema uvjetu zadatka vrijedi da je $a = m + 30$.



U jednoj minuti Ante obavi $\frac{1}{a}$ posla, Mate $\frac{1}{m}$ posla, dok zajednički obave $\frac{1}{a} + \frac{1}{m}$ posla. Budući da cijeli posao dovrše za 36 minuta, oni u jednoj minuti obave $\frac{1}{36}$ posla, tj. vrijedi $\frac{1}{a} + \frac{1}{m} = \frac{1}{36}$. Uvrstimo li u posljednji izraz podatak $a = m + 30$, dobit ćemo izraz $\frac{1}{m+30} + \frac{1}{m} = \frac{1}{36}$.

Sređivanjem tog izraza dobit ćemo $\frac{m}{m(m+30)} + \frac{m+30}{m(m+30)} = \frac{1}{36}$, tj. $\frac{2m+30}{m(m+30)} = \frac{1}{36}$. Unakrsnim množenjem dobivamo redom:

$$\begin{aligned} 36(2m+30) &= m(m+30), \\ 72m+1080 &= m^2+30m, \\ m^2-42m-1080 &= 0. \end{aligned}$$

Budući da je $-1080 = -60 \cdot 18$ i $-42 = -60 + 18$, jednadžbu

$$m^2 - 42m - 1080 = 0$$

možemo napisati u obliku $(m-60)(m+18) = 0$. Rješenja te jednadžbe su $m = 60$ i $m = -18$.

Prema uvjetu zadatka jasno je da rješenje ne može biti negativan broj. To znači da Mate sam završi posao za 60, a Ante za 90 minuta.

Prevedite na „matematički jezik”, a zatim riješite sljedeće probleme:

Zadatak 5. Poštarice Ana, Marija i Nena svakoga dana razvrstavaju pristiglu poštu. Marija i Nena učinit će to za 36 minuta, Ana i Nena za 1 sat, a Ana i Marija za samo pola sata. Za koje bi vrijeme poštu razvrstale radeći sve tri zajedno? Koliko vremena treba Mariji da sama obavi razvrstavanje pošte?

Zadatak 6. Ličioći iz obrta *Mazalo* mogu obojiti zidove mog stana za 8 sati. Pridruže li im se još 3 jednako kvalitetna radnika, posao bi mogao biti obavljen za samo 6 sati. Pretpostavimo li da su svi ličioći podjednako brzi i spretni, za koje bi vrijeme jedan od njih obavio cijeli posao?

