

Matej Varga, univ. bacc. ing. geod. et geoinf. » diplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: mvarga@geof.hr



# Testiranje Airy-Heiskanen modela topo-izostatske kompenzacije na području Republike Hrvatske

**SAŽETAK:** Topografski efekti prilikom modeliranja gravitacijskog polja Zemlje djelomično se reduciraju korištenjem topo-izostatskih modela. U ovome radu daje se matematičko-fizikalna podloga, kao i konkretni rezultati i postupak testiranja Airy-Heiskanenovog (A-H) modela topo-izostatske kompenzacije. Suvremena su istraživanja pokazala da A-H model, osobito u kopnenim područjima, vrlo dobro kompenzira utjecaje topografskih masa na Zemljinu gravitacijsko polje. Korištenjem novog digitalnog modela reljefa za područje Hrvatske i šire, europskog digitalnog modela Moho dubina i globalnog digitalnog modela površinskih gustoća, provedeno je testiranje A-H modela za šire područje Hrvatske. Za potrebe testiranja razvijen je vlastiti fortranski program, a rezultat računanja je prosječna debljina kore i potvrda da A-H model topo-izostatske kompenzacije vrijedi na razmatranom test-području.

**KLJUČNE RIJEČI:** izostazija Zemljine kore, topo-izostatski model, Airy-Heiskanenova teorija

## Testing the Airy-Heiskanen topo-isostatic compensation model on the territory of Republic Croatia

**SUMMARY:** While modeling gravitational field of the Earth topographic effects are partly reduced by using topo-isostatic models. In this paper mathematical and physical background is presented as well as concrete results of testing Airy-Heiskanen (A-H) topo-isostatic compensation model. Modern studies have proven that, especially in coastal areas, A-H model compensates very well effects of the Earth's gravitational field topographic masses. New digital elevation model for the Croatian area, European Moho depth digital model and global digital surface density model elevation model are used and new FORTRAN program was developed for testing purposes. Program calculates average thickness of crust for the selected test-area and provided results which confirmed that A-H topo-isostatic compensation model is valid.

**KEYWORDS:** isostasy of the Earth crust, topo-isostatic model, Airy-Heiskanen theory

### 1. UVOD

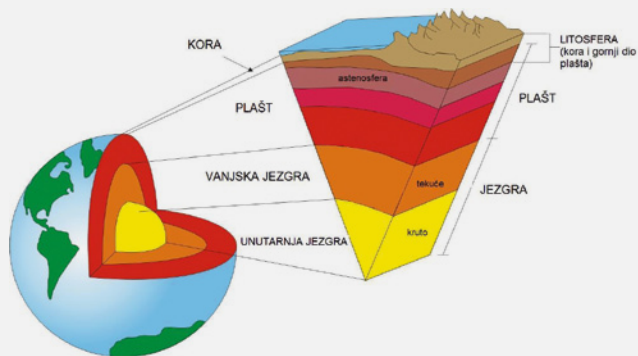
Modeliranje Zemljinog polja sile teže podrazumijeva metode opisa vanjskog potencijala Zemlje sa svrhom proračuna veličina vezanih uz polje sile teže iz niza mjerenih veličina. Raznim metodama modeliranja zajedničko je to da su aproksimativne. Točnost konačnog modela ovisi o količini raspoloživih podataka i o varijaciji polja sile teže. Općenito, dobar model treba dati male i glatke anomalije ili odstupanja od stvarnosti (Brkić, 1994).

Gravitacijski potencijal kojeg uzrokuju nepravilnosti masa unutar kore može se predvidjeti korištenjem modela površinskih gustoća. Potencijal Zemljine kore samo je jedan dio ukupnog gravitacijskog potencijala. Vrsta poremećajnog potencijala koji je uzrokovan razlikom u gustoćama Zemljine kore naziva se topografsko-izostatski potencijal. Taj se potencijal može modelirati primjenom nekog od topo-izostatskih modela. Važnost tih modela je najmanje dvojaka; koriste se za reduciranje mjerenja ubrzanja sile teže (kako bi rezidualno gravitacijsko polje bilo što uglačanije) prilikom određivanja geoida i za smanjivanje poremećajnih efekata kore u svrhu boljeg razumijevanja nepravilnosti raspodjela topografskih masa (Brkić, 1994; Bašić i dr., 1999).

Zemljina geološka struktura je složena (slika 1.1), a općenito se može podijeliti na tri glavna sloja: koru, plašt i jezgru. Kora (od 0 do približno 35 km dubine, gustoće 2200 – 2900 kg/m<sup>3</sup>) i gornji plašt

(od 35 do 80 km dubine, gustoće 3400 – 4400 kg/m<sup>3</sup>) čine litosferu (prosječne gustoće 2670 kg/m<sup>3</sup>). Litosfera pak »pliva« na tekućem viskoznom sloju – astenosferi koja se nalazi na 80 – 220 km dubine i ima prosječnu gustoću 3200 kg/m<sup>3</sup> (Gupta, 2011). Mohorovičićev diskontinuitet (skraćeno: Moho diskontinuitet ili Moho) granica je između Zemljine kore (oceanske ili kontinentalne) i plašta, a nazvan je po poznatom hrvatskom znanstveniku Andriji Mohorovičiću (1857. – 1936.). U oceanskim se područjima nalazi na prosječno 7 km, a u kontinentalnim od 30 do 50 km. Moho je otkriven 1909. godine, pri promatranjima seizmograma plitkih potresa (Watts, 2001).

Riječ izostazija izvedena je iz grčkog jezika i znači jednaki pritisak (Fowler, 2001). Pojam izostazija utemeljen je na pretpostavci da manje gusta Zemljina litosfera pliva na elastičnoj i gušćoj astenosferi. Tako između Zemljine kore i astenosfere postoji vertikalno stanje ravnoteže sila, tj. gravitacijska sila, koja vertikalno prema dolje privlači Zemljinu litosferu i sila uzgona, kojom astenosfera djeluje prema gore, nalaze se u ravnoteži. Ako se ravnoteža naruši, sustav se nastoji vratiti u prvobitno stanje i to vertikalnim gibanjem Zemljine kore i litosfere. Za takav slučaj, sustav se nastoji *izostatski kompenzirati*. Na ovom principu temelje se različiti modeli izostatske kompenzacije, a idealni model trebao bi biti jednostavan za računanje i procjenu, uz varijabilnu dubinu kompenzacije i gustoću kore. Budući da je gra-



Slika 1.1. Slojevi Zemljine unutrašnjosti (URL-1)

da Zemljine kore vrlo složena i ne može se definirati jednostavnim aproksimacijama, prilikom promatranja stupaca topografskih masa u obzir se često moraju uzeti neke aproksimacije, npr. korištenje konstantne (prosječne) gustoće za različite geološke slojeve (Bagherbandi, 2011).

Jedna od prvih zamisli o ravnoteži Zemljinih slojeva potječe od Leonarda da Vincija (1452. – 1519.). Da Vinci je pisao o tome kako bi Zemlja reagirala na promjenu masa na površini. Mnogo kasnije je Pierre Bouger (1698. – 1758.) tijekom ekspedicije u Južnu Ameriku uočio da su efekti privlačnih sila planinskog lanca Anda puno manji nego što bi očekivali s obzirom na njegovu ogromnu vidljivu masu (Watts, 2001).

Upoznat s istraživanjima Bougera, u jednom od svojih djela Ruđer Bošković 1770. godine piše: »(...) praznina unutar gora kompenzira stvari koje se nalaze nad njima (...)« Heiskanen i Vening Meinesz ističu da je pojam kompenzacije tada upotrijebljen prvi put. Zapravo, zamisao o kompenzaciji masa, Bošković koristi već oko 1742. godine u razmatranjima plime i oseke kroz pretpostavku o srednjoj gustoći Zemlje; pritom Bošković smatra da se težina čvrstih dijelova Zemlje kompenzira podzemnim špiljama i praznim međuprostorima (Marković, 1968; Brkić, 2012).

Nadalje, neki su istraživači, poput Boškovića, Pratta i Airya, iz opažanja otklona vertikala zaključili da kod velikih planinskih masa mora postojati kompenzacija masa u dubini. Takav zaključak proizašao je iz mjerenih i računanih vrijednosti otklona vertikale za planinske masive. Naime, kod velikih planinskih masiva, poput Himalaje, Alpi i Andi, očekuje se veći otklon vertikale nego što se pokazalo kroz provedena mjerenja (Watts, 2001). Postojanje izostazije dokazano je tek početkom XX. stoljeća Mohorovičićevom analizom hodohrona potresa te otkrićem Moho diskontinuiteta (Brkić, 2012).

Ako se pretpostavi da su topografske mase jednoliko raspoređene u Zemljinoj kori, Bouguerove redukcije (jednostavna Bouguerova redukcija + korekcija za reljef) mahnule bi glavni uzrok promjene gravitacijskoga polja. Tada bi Bouguerove anomalije bile slučajnog karaktera i fluktuirale oko nule s malim amplitudama. Međutim, Bouguerove anomalije u planinskim su područjima sistematske, negativne i često poprimaju velike vrijednosti. Iznosi anomalija u takvim područjima prosječno su veće za  $100 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  na svakih 1000 m iznad mora. Topografske mase zato moraju biti izostatski kompenzirane i to manjkom masa ispod planinskih masiva (Hoffman-Wellenhof i Moritz, 2005). Izostatska kompenzacija koristi se kod redukcije mjerenih ubrzanja sile teže na plohu elipsoida.

Izostatska kompenzacija varira od mjesta do mjesta, a jedan od način za njeno proučavanje je preko potencijala topografskih stupaca (korijena i antikorijena litosfere). Postoji nekoliko modela (teorija) izostatske kompenzacije, a najpoznatije su lokalna Pratt-Hayfordova (P-H) i Airy-Heiskanenova (A-H) te regionalna Vening-Meinesz teorija.

Dokazi geodeta i geofizičara ukazuju da je 90% Zemlje izostatski kompenzirano. Na nekim mjestima na Zemlji kompenzacija bolje prati Airyev model (kontinent), a na nekima Prattov model (oceani).

Istraživanja pokazuju da je polje ubrzanja sile teže dovoljno uglašano primjenom bilo kojeg od ova dva modela na regionalnom području modeliranja (uz izbor normalne dubine kore  $T$  i normalne gustoće kore  $\rho_k$  i plašta  $\rho_p$ ) (Hoffman-Wellenhof i Moritz, 2005).

Postavlja se pitanje je li topografija u potpunosti kompenzirana primjenom jednog od izostatskih modela i vrijede li ti modeli na području Republike Hrvatske. U ovom članku opisan će se testiranje Airy-Heiskanenovog modela izostatske kompenzacije i računanje prosječne debljine kore na test-području i području Republike Hrvatske (RH).

## 2. AIRY-HEISKANENOVA (A-H) TEORIJA IZOSTATSKE KOMPENZACIJE

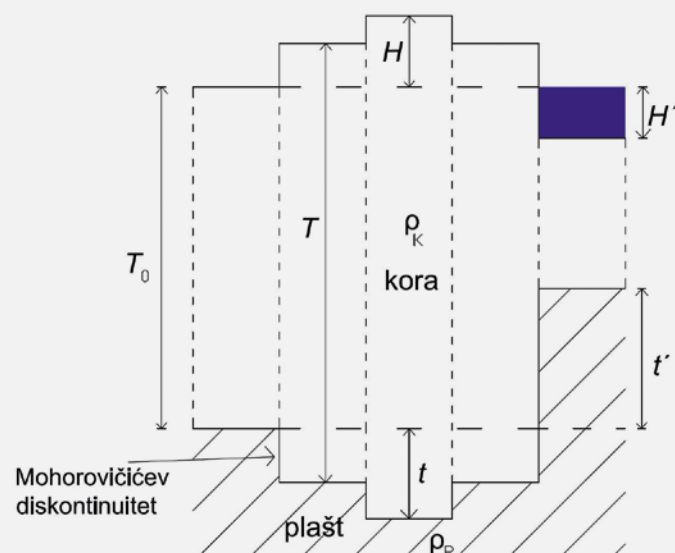
Godine 1855. britanski kraljevski astronom George Biddle Airy (1801. – 1892.) svoju je teoriju izostazije objasnio na svega 3 stranice. Između ostalog napisao je:

»(...) stanje Zemljine kore koja leži na lavi može se usporediti sa savršenim stanjem drvene splavi koja pluta na vodi, (...) pri tome je sigurno da su dijelovi splavi iznad i ispod površine vode u takvom odnosu da što je veća površina iznad vode, veća je i površina ispod vode (...)« Airy je pretpostavio da Zemljina kora u regijama velikih topografskih masa (planinskih lanaca) mora na neki način »potonuti« unutar plašta. Još tada je zaključio kako kompenzacija ne može biti samo lokalna, a tu je ideju kasnije usvojio i Vening-Meinesz s modelom regionalne kompenzacije (Watts, 2001).

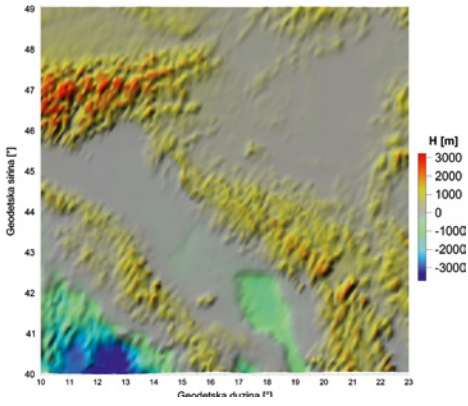
Finski geodet Weikko Aleksanteri Heiskanen (1895. – 1971.) dao je matematičku definiciju Airyjeve teorije, prilagodio je za primjenu u geodeziji i uveo sljedeće aproksimacije (Watts, 2001):

- Izostatska kompenzacija je homogena.
- Zemljina kora u cijelosti pluta na plaštu prema Arhimedovom principu.
- Kompenzirajuće mase leže izravno ispod planina i oceana.
- Izostatska kompenzacija je potpuna i lokalna; tj. kompenzirajuće mase su izravno ispod topografskih i ne postoje regionalni i elastični efekti.

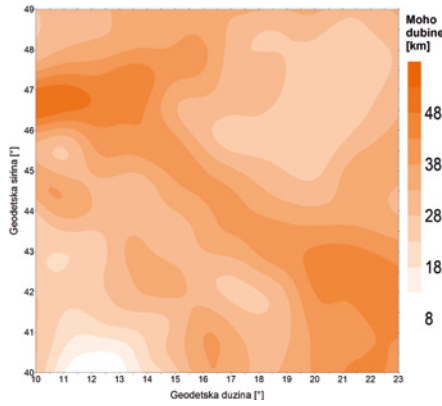
Ako pretpostavimo da planine konstantne gustoće  $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$  plutaju na gušćem plaštu gustoće  $\rho_p = 3270 \text{ kg/m}^3$ , tada ispod planinskih masa postoji lagani korijen ( $t$ ), a ispod oceanskih masa teški antikorijen ( $t'$ ). Korijeni i antikorijeni kompenziraju topografske mase te postoji lokalna (vertikalna) izostatska ravnoteža uz pretpostavku da se promatra topografski stupac beskonačno malog presjeka i da okolne topografske mase ne utječu na njega (slika 2.1).



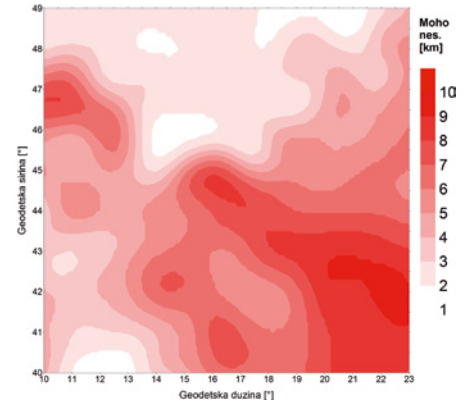
Slika 2.1. Airy-Heiskanenov topografski model (Hoffman-Wellenhof i Moritz, 2005)



Slika 3.1. Korišteni digitalni model reljefa na definiranom test-području



Slika 3.2. Moho dubine za test-područje



Slika 3.3. Nesigurnosti Moho dubina za test-područje

Stanje izostatske ravnoteže dano je jednakošću:

$$t(\rho_p - \rho_k) = H\rho_k \quad (1)$$

gdje je  $t$  dubina korijena,  $\rho_p$  gustoća plašta,  $\rho_k$  gustoća topografskog stupca,  $H$  visina topografskog stupca od srednje razine mora.

Dubina korijena litosfere ( $t$ ) globalno je približno 4,5 puta veća od visine topografskog stupca mjenenog od srednje razine mora ( $H$ ). Za slučajeve na oceanima i morima vrijedi pak izraz:

$$t(\rho_p - \rho_k) = H'(\rho_p - \rho_v) \quad (2)$$

gdje je  $t'$  dubina antikorijena,  $H'$  dubina oceana (mora),  $\rho_v$  gustoća morske vode ( $1030 \text{ kg/m}^3$ ). Na moru je dubina antikorijena približno 2,73 puta veća od dubine topografskog stupca. Prema Hofmann-Wellenhofu i Moritzu (2005), debljina kore  $T$  dana je kao:

$$T = \begin{cases} T_0 + t + H & \text{kontinent} \\ T_0 - t' - H' & \text{ocean (more)} \end{cases} \quad (3)$$

gdje je  $T_0$  normalna (prosječna) Moho dubina (prosječna dubina Zemljine kore); često se koristi konstantna vrijednost 30 km. Iz izraza (3) slijedi da je:

$$T = \begin{cases} \text{Moho} - t & \text{kontinent} \\ \text{Moho} + t' & \text{ocean (more)} \end{cases} \quad (4)$$

gdje je *Moho* na kontinentu  $T_0 + t$ , a na moru  $T_0 - t'$ .

### 3. TESTIRANJE A-H TEORIJE

Polazna pretpostavka testiranja je sljedeća: ako A-H teorija izostatske kompenzacije vrijedi na testiranom području, tada mora postojati jaka korelacija između visine/dubine topografskih stupaca, debljine kore i dubine korijena, tako da se povećanjem visine  $H$  (ili smanjenjem dubine  $H'$ ) topografskog stupca, povećava i dubina korijena (odnosno smanjuje antikorjen  $t'$ ) i posljedično povećava debljina kore  $T$ .

Prvi korak u testiranju je bio, za definirano test-područje prema izrazu (4), za kontinent i more, izračunati normalnu Moho dubinu  $T_0$ . Pri tome su Moho dubine (*Moho*) uzimane iz Moho modela, dok su veličine  $t$  i  $t'$  računane prema izrazima (1) i (2). Pritom su se iz digitalnog modela reljefa uzimale visine  $H$  (kontinent) i dubine  $H'$  (more).

Za testiranje A-H teorije razvijen je vlastiti program u programskom jeziku FORTRAN (Fortran Power Station 4) koji za ulazne veličine uzima podatke visina ( $H$ ), odnosno dubina ( $H'$ ) topografije iz

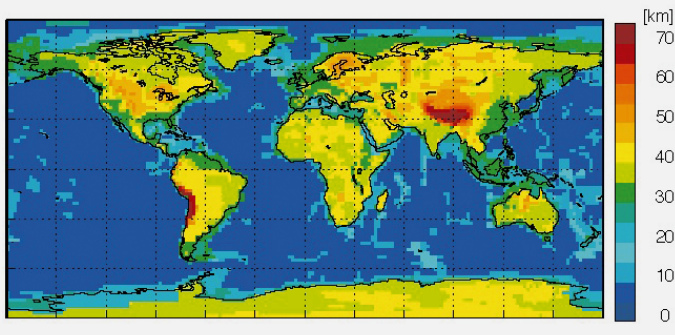
dostupnih digitalnih modela reljefa, dubine Mohorovičićevog diskontinuiteta (*Moho*) iz modela Moho dubina te gustoće kore ( $\rho_k$ ) i gustoće plašta ( $\rho_p$ ) iz modela gustoća. Program prema izrazu (3) računa debljinu kore  $T$  i statistiku korištenih modela i dobivenih rezultata.

Testiranje A-H teorije je napravljeno na dva načina, sa i bez površinskih gustoća. U oba slučaja test-područje računanja je bilo:  $40^\circ < \varphi < 49^\circ$  i  $10^\circ < \lambda < 23^\circ$ . To je mnogo veće područje od granica Republike Hrvatske, a obuhvaća područja Alpa, Panonske nizine, Dinarida, Jadranske kotline i Apeninskog poluotoka.

#### 3.1. ULAZNI DIGITALNI MODELI

Za testiranje A-H teorije izostatske kompenzacije su korišteni sljedeći modeli:

- Iz 3" x 3" digitalnog modela reljefa (DMR) f3x3\_comb (Bašić i Buble, 2007) za definirano test-područje ekstrahirana su dva DMR-a; za prvo testiranje u 0,1° x 0,1° rezoluciji, a za drugo u 2° x 2° rezoluciji (slika 3.1). Izvorni (Bašić i Buble, 2007) DMR dobiven je kombinacijom sljedećih izvora podataka: kopno je izrađeno od 4" x 5" visina preračunatih na 3" x 3", dok su SRTM3 podaci služili za popunjavanje područja van definicije 4" x 5" podataka. Model SRTM3 rezultat je SRTM (engl. Shuttle Radar Topography Mission) misije iz koje je dobiven globalni DMR u rezoluciji 3" x 3" (~92m x 66m). SRTM3 je jedini globalni digitalni model reljefa s jedinstvenom metodologijom izrade i homogenom ocjenom točnosti. Dubine u f3x3\_comb modelu izrađene su kombinacijom Smith&Sandwell dubina i dubina dobivenih digitalizacijom izobata u Jadranskom moru (Bašić i Buble, 2007).
- Digitalni model Moho dubina dobiven ekstrahiranjem podataka iz dostupnog regionalnog modela Moho dubina koji pokriva područje cijele Europe ( $28^\circ \text{ N} < \varphi < 86^\circ \text{ N}$  i  $40^\circ \text{ W} < \lambda < 70^\circ \text{ E}$ ) u rezoluciji 0,1° x 0,1°. Regionalni je model Moho dubina izračunat na Institutu za geofiziku Sveučilišta u Varšavi (URL-2). Za izradu modela korišteno je više od 250 nizova podataka seizmičkih profila, 3D modeli površinskih valova te dodatni seizmički i gravimetrijski podaci. Uz model (slika 3.2) objavljene su i procijenjene nesigurnosti Moho dubina (slika 3.3). Prosječna Moho dubina za test-područje je 33, 2 km, dok na području RH iznosi 33,9 km, uz srednje nesigurnosti 5,0 km za test-područje i 5,4 km za područje RH ( $42,4^\circ < \varphi < 46,6^\circ$ ,  $13,5^\circ < \lambda < 19,5^\circ$ ) (tablica 3.1). Regionalni modeli Moho dubina visoke preciznosti i pouzdanosti te finije rezolucije još uvijek nisu raspoloživi. Određivanje Moho dubina, dakako, mnogo je složenije u području planinskih masiva i područjima razvedenije topografije. Na području RH najmanje Moho dubine su u istoč-



Slika 3.4. Model Zemljine kore CRUST 2.0

nom dijelu (Slavonija, Bilogora, Podravina), a najveće duž Velebita i na sjeverozapadnom dijelu (Istra). Moho dubine u središnjoj Hrvatskoj i istarskom području određene su s nesigurnošću od 1 do 4 km, dok je čitavi južni dio (Velebit, Dinara) određen s nesigurnošću od 6 do 10 km. Izračunata normalna Moho dubina  $T_0$ , prema izrazu (4), na test-području za kontinent iznosi 32,2 km, dok je za more 30,0 km. Za cijelo test-područje vrijednost  $T_0$  je 31,7 km. Ta je vrijednost korištena pri testiranju A-H teorije u izrazu (3) za računanje debljine kore.

- Digitalni modeli gustoća dobiveni ekstrahiranjem CRUST2.0 modela debljina i gustoće Zemljine kore (slika 3.4) u rezoluciji  $2^\circ \times 2^\circ$ . CRUST2.0 napravljen je 1996. godine na američkom Institutu za geološka istraživanja i geofiziku sa Sveučilišta u Kaliforniji (URL-3). Model daje globalnu raspodjelu gustoća kore i plašta koji su podijeljeni u 8 slojeva: 1) led, 2) voda, 3) meki sedimenti, 4) tvrdi sedimenti, 5) gornja kora, 6) srednja kora, 7) donja kora, 8) plašt. Točnost CRUST2.0 modela varira za različita područja zbog nejednoliko rasprostranjenih podataka iz kojih se računao. U budućnosti se planira kombinacija gravimetrijskih i seizmičkih podataka kako bi se smanjile razlike u nesigurnostima gustoća Zemljine kore i plašta. Za testiranje A-H teorije za definirano test-područje ekstrahirana su dva modela:
  - gustoće Zemljine kore (iz slojeva 5), 6) i 7))
  - gustoće plašta (iz sloja 8).

### 3.2. TESTIRANJE A-H TEORIJE BEZ MODELA POVRŠINSKIH GUSTOĆA

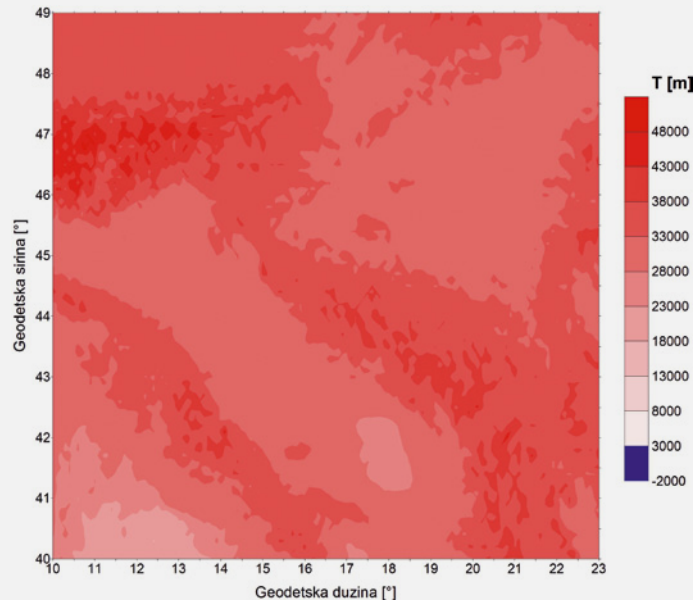
A-H teorija definirana je izrazima (1) i (2) u kojima su, uslijed nepoznate raspodjele topografskih masa između plašta i fizičke površine Zemlje, gustoća plašta i gustoća kore nepoznate veličine. S obzirom da na raspolaganju rijetko imamo detaljne i pouzdane regionalne i lokalne modele površinskih gustoća u prvome testiranju korištene su prosječne vrijednosti; za gustoću kore  $\rho_K = 2670 \text{ kg/m}^3$ , a za gustoću plašta  $\rho_p = 3270 \text{ kg/m}^3$ . Za gustoću morske vode korištena je vrijed-

Tablica 3.1. Statistički podaci korištenog modela Moho dubina za test-područje i područje RH

	Min. [km]	Maks. [km]	Sred. [km]
Test-područje	9,1	52,8	33,2
Kontinent	19,4	52,8	34,6
More	9,1	42,9	28,2
Područje RH	23,6	44,3	33,9

Tablica 3.2. Statistički podaci izračunate debljine kore T

	Min. [m]	Maks. [m]	Sred. [m]
Test-područje	17882	49353	33460
Kontinent	31744	37806	34615
More	17882	31740	29286
Područje RH	28526	42780	33558



Slika 3.5. Debljina kore T na test-području (rezolucija:  $0,1^\circ \times 0,1^\circ$ )

nost  $\rho_v = 3270 \text{ kg/m}^3$ . Debljina kore T računata je prema izrazu (3), odvojeno za kontinent i more, uz korištenje prije izračunate vrijednosti  $T_0 = 31,74 \text{ km}$ .

Rezultat testiranja A-H teorije je ASCII datoteka s izračunatim debljinama kore T. Statistički podaci debljine kore T dani su u tablici 3.2 za čitavo test-područje, odvojeno za kontinent i more i za područje Republike Hrvatske.

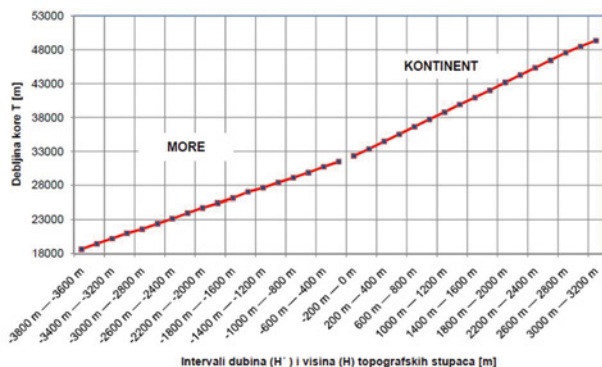
Minimalna debljina kore na test-području je 17,9 km (u Sredozemnom moru), dok je maksimalna u Alpama i iznosi 49,4 km. U RH minimalna debljina kore je 28,5 km (u južnom dijelu Jadranskog mora), a maksimalna 42,8 km (na Velebitu). Srednja vrijednost debljine kore na kopnu je 34,6 km, a na moru 29,3 km. Razlika u debljini kore na kontinentu i moru upućuje na valjanost pretpostavke da je Zemljina kora tanja u područjima oceana i mora, a deblja u područjima planinskih masiva. Prosječna debljina kore T za RH je 33,6 km.

Debljina kore na najvećem dijelu kontinentalne RH većinom je od 32 do 40 km (slika 3.5). Granica između kontinenta i mora (kontinentalne i oceanske kore) je evidentna. Na moru su vrijednosti debljine kore bitno manje od kontinenta, osobito u područjima većih morskih dubina (u dubljim dijelovima Sredozemnog mora). U Alpama i Dinaridima je pak debljina kore najveća i na najvećem dijelu je od 40 do 45 km.

U rezultatima je evidentna korelacija topografije (visina H, dubina H'), debljine kore (T) i Moho dubina. Koeficijent korelacije topografije (H odnoso H') i debljine kore (T) je 0,99, jednako kao i dubina Mohoa i topografije. Nadalje, povećanjem visine povećava se debljina korijena (smanjenjem dubine smanjuje se debljina antikorijena). Tu ovisnost pokazuje i slika 3.6. Linearan i proporcionalan odnos postoji i između debljine kore T i dubine Mohoa, tj. povećanjem debljine kore, povećava se i dubina Mohoa.

### 3.3. TESTIRANJE A-H TEORIJE UZ POMOĆ CRUST2.0 MODELA POVRŠINSKIH GUSTOĆA

U prethodnom testiranju koristile su se prosječne gustoće za Zemljinu koru, plašt i morsku vodu. Testiranje A-H teorije za teritorij Hrvatske provedeno je i uz pomoć modela gustoća Zemljine kore i plašta u rezoluciji  $2^\circ \times 2^\circ$ . Za ovo se testiranje program morao izmijeniti pa su se za gustoću kore i plašt računatih topografskih stupaca umjesto prosječnih vrijednosti, uzimale vrijednosti iz pripremljenih modela gustoća. Debljina kore T računata je prema izrazu (3), odvojeno za kontinent i more. Korišteni model Moho dubina dobiven je ekstrahiranjem podataka izvornog Moho modela, a DMR model ekstrahiranjem iz izvornog *f3x3\_comb* DMR-a, kako bi se dobila rezolucija jednaka CRUST2.0 ( $2^\circ \times 2^\circ$ ) modelu.



Slika 3.6. Ovisnost debljine kore T o topografiji (H i H')

Uz primjenu »realnijih« gustoća iz modela, testiranje je trebalo dati pouzdanije rezultate. Međutim, CRUST2.0 model je pregrube rezolucije; cjelokupno je test-područje pokriveno s 48 podataka (6 redaka i 8 stupaca). Stoga je drugo testiranje poslužilo za grubu provjeru ispravnosti prethodnog. Sigurno je kako bi se pouzdaniji rezultati dobili upotrebom detaljnijeg modela gustoća.

Tablica 3.3. Statistički podaci izračunate debljine kore T

	Min. [m]	Maks. [m]	Sred. [m]
Test-područje	15549	51089	33734
Kontinent	31834	51089	36171
More	15549	31584	27815

Minimalna debljina kore na test-području je 15,6 km, a maksimalna 51,1 km. Srednja debljina kore je 33,7 km, dok je razlika između debljine kore kontinenta i mora gotovo 10 km. Područje RH, zbog pregrube rezolucije, nije posebno izolirano.

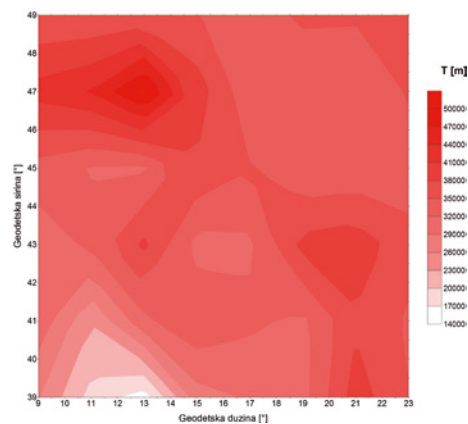
Prema rezultatima drugog testiranja, debljina kore na najvećem dijelu područja RH je od 23 do 45 km (slika 3.7). Kora je najtanja u području Sredozemnog mora, a najdeblja u području Alpa. Korelacija debljine kore i visine/dubine topografskog stupca je i u ovom slučaju jaka, s koeficijentom 0,99. Rezultati ovog testiranja potvrdili su prije dobivene rezultate i pretpostavku da A-H teorija izostatske kompenzacije na test-području vrijedi. Osim toga, u oba testiranja dobivena je gotovo jednaka prosječna debljina kore (približno 34 km). Ovo je testiranje, iako vrlo grubo, korištenjem gustoća u A-H testiranju dalo *realniji* rezultat. To dokazuje i koeficijent korelacije Moho dubina i debljine kore koji ovdje iznosi realističnijih 0,68, dok u prvom testiranju (s korištenim prosječnim gustoćama) isti koeficijent iznosi 0,99.

#### 4. ZAKLJUČAK

U ovome je radu korištenjem suvremenih digitalnih modela za šire područje RH testirana A-H teorija izostatske kompenzacije i izračunata debljina kore. Za testiranje je razvijen vlastiti program koji, uz uporabu digitalnog modela reljefa (Bašić i Buble, 2007), digitalnog modela Moho dubina i digitalnog modela gustoća (CRUST2.0), računa debljinu kore.

Dobiveni rezultati potvrdili su da A-H teorija izostatske kompenzacije vrijedi na test-području, kao i na području Republike Hrvatske. U oba testiranja pokazala se linearna koreliranost visine, odnosno dubine topografskih stupaca i debljine kore. Evidentno je da se povećanjem visine topografskog stupca povećava i dubina korijena, što je u skladu s A-H teorijom. Izračunata je i prosječna debljina kore T za područje Republike Hrvatske koja iznosi približno 34 km. Iako je korišten premalen broj podataka, korištenje modela gustoća pokazalo je da test-područje jest kompenzirano, ali ne u tolikoj mjeri kao što se namjerava uporabom jednostavnijeg modela s konstantnim gustoćama.

U planu je testiranje Pratt-Hayfordove teorije izostatske kompenzacije za isto test-područje. Potom će se izvesti zaključci o mogućnosti upotrebe testiranih topo-izostatskih teorija pri modeliranju polja ubrzanja sile teže i određivanju geoida. U daljnjem se radu za



Slika 3.7. Debljina kore T na test-području (rezolucija 2° x 2°)

područje Republike Hrvatske planira računanje topo-izostatskih redukcija te funkcionala poremećajnog potencijala koji se koriste za modeliranje gravitacijskog polja i plohe geoida (anomalije ubrzanja sile teže, undulacije geoida i komponente otklona vertikalne).

#### ZAHVALA

Najljepše se zahvaljujem prof. dr. sc. Tomislavu Bašiću na ustupljenim podacima digitalnog modela reljefa i prof. dr. sc. Mariju Brkiću na potpori i savjetima tijekom izrade rada.

#### LITERATURA

- Bagherbandi (2011): An isostatic Earth Crustal Model And Its Application, Doctoral Dissertation in Geodesy, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden.
- Bašić, T., Brkić, M., Sünkel, H. (1999): A New, More Accurate Geoid for Croatia, Physics and Chemistry of the Earth (A), vol. 24, no. 1 i Solid Earth and Geodesy, Special Issue: Recent Advances in Precise Geoid Determination Methodology, Science Ltd, str. 67-72.
- Bašić, T., Buble, G. (2007): Usporedba globalnog modela visina SRTM3 s postojećim digitalnim modelima reljefa na području Hrvatske, Geodetski list, god. 61 (84)2, str. 93-111.
- Brkić, M. (1994): »Poboljšana metoda modeliranja masa Zemljine kore u svrhu računanja fizikalnih parametara za potrebe geodezije i geofizike« Magistarski rad, Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- Brkić, M. (2012): Bošković i teorija izostazije, monografija »Bošković i geoznanosti«, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu i Matica Hrvatska, (u postupku izdavanja).
- Fowler, C. M. R. (2001): The Solid Earth, University of Cambridge, United Kingdom.
- Gupta, K. H. (2011): Encyclopedia of Solid Earth Geophysics, Springer, Netherlands, ISBN 978-90-481-8701-0.
- Hofmann-Wellenhof, B., Moritz, H. (2005): Physical geodesy, Springer Verlag Wien, ISBN 10 3-211-23584-1, str. 129-153.
- Marković, Ž. (1968): Ruđer Bošković, 1. dio, Posebno izdanje odjela za matematičke, fizičke i tehničke nauke, JAZU, Zagreb, str. 586.
- Watts, B. A. (2001): Isostasy and Flexure of the lithosphere, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, ISBN 0-521-62272.
- URL-1: Wikipedia, građa Zemlje. <http://en.wikipedia.org/wiki/Earth>, (31. 1. 2012.)
- URL-2: Institute of Geophysics, University of Warsaw, Moho model, [http://www.igf.fuw.edu.pl/igf/index.php?option=com\\_content&view=article&id=292&Itemid=225&lang=en](http://www.igf.fuw.edu.pl/igf/index.php?option=com_content&view=article&id=292&Itemid=225&lang=en), (20. 1. 2012.)
- URL-3: Institute of Geophysics and Planetary Physics, University of California, model CRUST2.0, <http://igppweb.ucsd.edu/~gabi/crust2.html>, (23. 1. 2012.)