

# PROCJENA BROJA SUDARA BRODOVA PRI KRIŽANJU PLOVIDBENIH PUTOVA

## *Assessment of Number of Ship Collisions in Waterways Crossing Situations*

UDK 656.61  
Pregledni članak  
Review

### Sažetak

U ovom se radu obrađuje problem procjene broja sudara brodova u različitim uvjetima križanja plovidbenih putova. Definiraju se osnovni čimbenici koji dovode do sudara, zatim se uspostavlja matematički model kojim se izračunava potencijalni broj brodskih sudara (ako posada broda ne poduzme potrebni manevar), te se prikazuju i svi oni činitelji što pridonose vjerojatnosti sudara, i to na križanjima plovidbenih putova. Naime, upravo na takvim pozicijama dolazi do križanja kursova, pa će se upravo na takvu primjeru pokušati uspostaviti spomenuti matematički model. U području križanja plovidbenih putova mogu biti i dvosmjerni tokovi plovidbe, što uz pojavu križanja kursova može uzrokovati i pretjecanje i mimoilaženje u suprotnim kursovima, pa se to također obrađuje u ovom radu.

*Ključne riječi:* križanje plovidbenih putova, potencijalni broj sudara brodova, stvarni broj sudara brodova, vjerojatnost sudara, koeficijent vjerojatnosti sudara, križanje kursova, pretjecanje, mimoilaženje u nasuprotnim kursovima.

### Summary

*This paper deals with the problem of obtaining the number of ship collisions in waterways crossing situations. The main facts causing collision will be defined as well mathematic model of obtaining the potential number of ship collision candidates (unless any manoeuvring action is undertaken). All potential factors contributing ship collision in waterways crossing situations are also dealt with. Actually, there are positions with for frequent crossing courses so this area will be the base calculating ship collisions. When two waterways cross, the first dangerous situation is course-crossing situation and it will be analyzed first. Other specific situations are overtaking and head-on situations and they are also dealt with in this paper.*

\* Zvonimir Lušić, dipl. ing., Pomorski fakultet u Splitu, Zrinsko-frankopanska 38, Split

*Key words:* Crossing waterways, potential number of ship collision candidates, real number of ship collisions, probability of collision, causation probability, course crossing situation, overtaking, head-on situation.

### 1. Uvod

#### *Introduction*

Sve veći promet brodova i njegova koncentracija u pojedinim područjima, posebno kuda prolaze glavni robni tokovi, značajno povećava vjerojatnost nezgoda na moru. Kako bi se poboljšala sigurnost plovidbe i izbjegli mogući gubici ljudskih života, štete na imovini, a i onečišćenja okoliša, potrebno je uspostaviti odgovarajući sustav za usmjeravanje plovidbe i njezin nadzor. Uspostava takva sustava složen je i financijski zahtjevan posao, a planiranje zahtijeva detaljnu analizu prometnih tokova i procjenu vjerojatnosti nastanka sudara, ne samo u trenutku promatranja nego i za određeno vrijeme unaprijed.

Najčešći je način da se procijeni opasnost od sudara praćenje statističkih podataka, uz pretpostavku da će se i budući broj nezgoda nastaviti po istoj frekvenciji pojavljivanja kao i u promatranom razdoblju. Međutim, to je moguće odrediti i matematičkim modelima, koji se potom vrlo jednostavno mogu upotrijebiti u simuliranju takvih i sličnih situacija. Poznajući promet i karakteristike brodova u vezi s pojedinim plovidbenim smjerovima, može se za određena područja odrediti očekivani broj sudara u nekom vremenskom razdoblju.

Procjena vjerojatnosti sudara brodova ovisna je o pojavljivanju potencijalnog broja sudara brodova koji bi nastali bez poduzimanja manevara izbjegavanja, a potom i o cijelom nizu čimbenika koji određuju da se od tih potencijalnih sudara dogodi stvaran broj sudara. Budući da to ovisi, prije svega, o ljudskim, tehničkim i dr. čimbenicima, a oni se mogu aproksimirati temeljem određenih iskustvenih vrijednosti, pitanje nastanka potencijalnih sudara posebno je zanimljivo pri

postavljanju matematičkog modela. Ovim radom nastoji se upravo pokazati kako odrediti broj potencijalnih sudara brodova, s tim da se razmatranja ograničavaju na situacije uobičajene i nesmetane plovidbe, tj. ne razmatraju se okolnosti poput manevriranja u lukama, u nevremenu, operacijama spašavanja, ratnim zbivanjima itd.

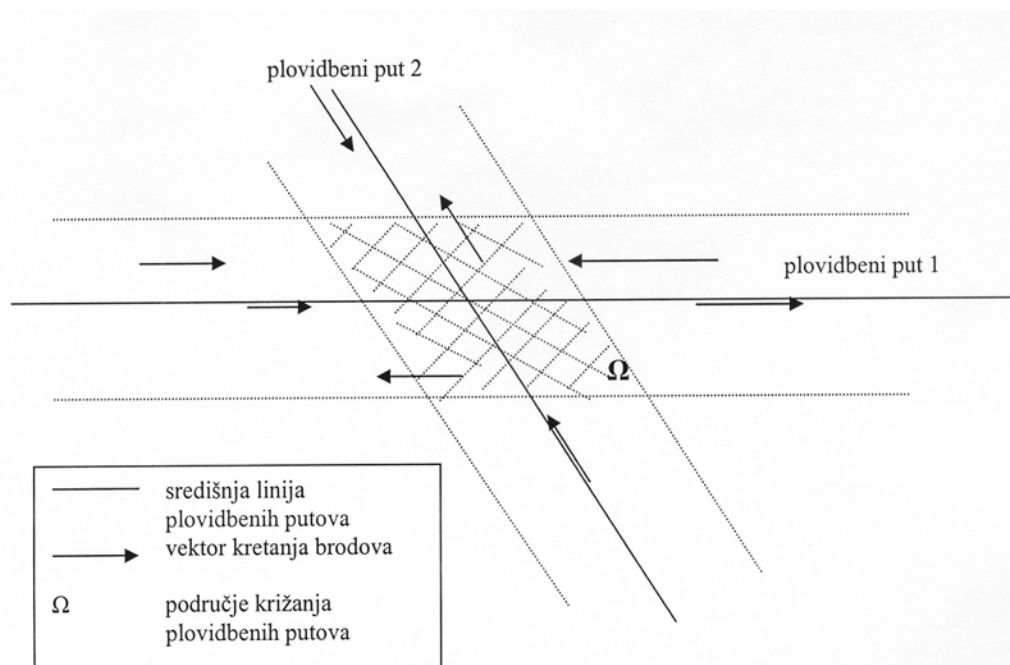
Rad je koncipiran tako da se iza uvodnog dijela definiraju osnovni pojmovi i situacije u kojima nastaju sudari brodova, ali i čimbenici što ih uvjetuju. Potom se prikazuje matematički model za određivanje broja potencijalnih sudara pri različitim uvjetima križanja kursova. Također, upućuje se na to koliki broj od tako dobivenih potencijalno opasnih situacija stvarno završi sudarom i kako se dolazi do vjerojatnosti sudara.

## 2. Problem sudara brodova i čimbenici o kojima to ovisi

### *The Problem of Ship Collisions and the Factors on which it depends*

Kako je more prirodni put i kako se pri izboru ruta od polazne točke do završne uzima ona najkraća, poštujući elemente sigurnosti, redovita je pojava grupiranje brodova u pojedinim smjerovima kretanja.

U uvjetima otvorenog mora, gdje nema posebnih ograničenja kretanja brodova i gdje je odabir rute prepušten posadi broda, tri najčešće situacije koje uzrokuju povećani rizik od sudara brodova jesu križanja kursova, približavanje u suprotnim kursovima i pretjecanje. U uvjetima križanja plovidbenih putova s različitim smjerovima kretanja (slika 1.) takva mjesta postaju i najopasnija zbog povećane mogućnosti za sudar brodova, jer se tu pojavljuju okolnosti križanja kursova, ali i približavanja u suprotnim kursovima pa i pretjecanja.

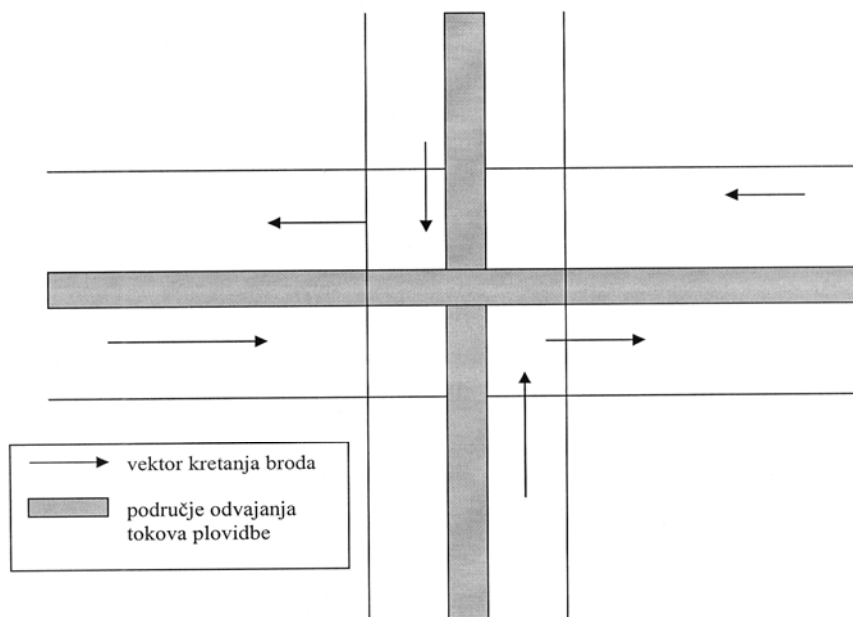


Slika 1. Križanje plovidbenih putova  
Figure 1. Crossing waterways

Za situaciju prikazanu na slici 1. pri određivanju potencijalnih sudara u području  $\Omega$  treba uzeti u obzir sljedeća kretanja:

- suprotni kursovi plovidbenog puta 1,
- suprotni kursovi plovidbenog puta 2,
- križanje brodskih kursova za svaki smjer kretanja, ili za jedan i drugi smjer plovidbenog puta 1 ili plovidbenog puta 2, križanje s brodovima koji dolaze s lijeve i desne strane,
- situacije pri pretjecanju.

U uvjetima velike gustoće prometa, a da bi se smanjila vjerojatnost sudara pri križanju plovidbenih putova, može se uspostaviti sustav usmjerene plovidbe. To je zapravo svaki onaj sustav koji se sastoji od jednoga ili više sustava odijeljenog prometa.



**Slika 2. Križanje plovidbenih putova sa sustavom odijeljenog prometa**  
**Figure 2. Crossing waterways with traffic separation scheme**

Pri križanju plovidbenih putova sa sustavom odijeljenog prometa (slika 2.), odvajaju se tokovi plovidbe kako bi se isključilo mimoilaženje brodova iz suprotnih kursova. Opasnost od sudara zbog mimoilaženja ipak postoji, ali je ona neusporedivo manja u usporedbi sa stanjem bez usmjerivanja plovidbe. Križanje kursova pri sustavu usmjerene plovidbe ne može se izbjeći.

Čimbenici o kojima ovisi broj potencijalnih opasnosti od sudara na nekom dijelu puta jesu:

- veličina površine na kojoj dolazi do presijecanja plovidbenih putova,
- kut presijecanja plovidbenih putova, tj. dužine preklapanja,
- protok brodova u jedinici vremena,
- tip brodova (veličina, brzina, manevarske osobine...),
- vrijeme za koje se promatra kretanje,
- regulacija prometa.

Uzimajući u obzir navedene elemente može se doći do broja situacija koje mogu rezultirati sudarom brodova  $N_a$  ako se ne poduzme odgovarajući manevar izbjegavanja (vidi poglavlje 3.). Očekivani broj sudara dobit će se tako da se broj potencijalno opasnih situacija  $N_a$  pomnoži koeficijentom vjerojatnosti sudara  $P_c$ .

Broj očekivanih sudara  $N_{sudar} = N_a \times P_c$ .

Koeficijent  $P_c$  izračunava se na osnovi statističkih podataka o kretanju brodova i o njihovim nezgodama u područjima gdje plove, a zatim se primjenjuje za odabrano područje. Tablice 1. i 2. daju vrijednosti koeficijenta  $P_c$  za neka područja, dobivena od više autora. Drugi je pristup ovoj problematici taj da se analiziraju ljudske pogreške i kvarovi u određenim uvjetima navigacijskog okruženja. Analizom tih čimbenika i njihovom međusobnom interakcijom u situacijama sudara, može se utvrditi odgovarajuća vrijednost koeficijenta sudara. U situacijama susreta dvaju brodova sa standardnom stražom na mostu moguće je pretpostaviti da bi koeficijent  $P_c$ , bez obzira na kut približavanja brodova, iznosio  $9 \times 10^{-5}$  [5, 30]<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Za plovidbu u području gdje učestalost vidljivosti manje od 1km iznosi 3%.

**Tablica 1. Koeficijenti vjerojatnosti sudara  $P_c$**   
**Table 1. Causation probability  $P_c$**

$P_c$		
Mjesto	( $\times 10^{-4}$ )	Situacija
Dover Strait	5,18	suprotni kursovi, bez odvajanja plovidbe
Dover Strait	3,15	suprotni kursovi, s odvajanjem plovidbe
Oresund, Denmark	0,27	suprotni kursovi
Japanese Straits	0,49	suprotni kursovi
Japanese Straits	1,23	križanje
Dover Strait	1,11	križanje, bez odvajanja plovidbe
Dover Strait	0,95	križanje, s odvajanjem plovidbe
Strait of Gibraltar	1,2	/
Japanese Straits	1,1	pretjecanje
Great Belt, Denmark	1,3	/

Izvor: Hansen, P.F.: ISESO Project 7 and 8 - Basic Modelling Principles and Validation of Software for prediction of frequencies, Denmark, 2000., p. 22, 23.

**Tablica 2. Koeficijent vjerojatnost sudara prema promatranjima Fuji i Mizuki<sup>2</sup>**  
**Table 2. Causation probability as per Fuji i Mizuki's**

	Srednji $P_c$ ( $\times 10^{-4}$ )
Suprotni kursovi	0,49
Pretjecanje	1,10
Križanje	1,29
Nasukanje	1,59
Objekt	1,86

Izvor: P.f. Hansen, ISESO Project 7 and 8 - Basic Modelling Principles and Validation of Software for prediction of frequencies, Denmark, 2000. p. 30. (Vrijednosti vrijede ako je učestalost vidljivosti manje od 1km 263 dana u godini, tj. 3%. Ako je učestalost vidljivosti manje od 1 km u rasponu od 3 do 10%, gore navedeni  $P_c$  treba udvostručiti, tj. pomnožiti s 8 ako je učestalost 10 - 30%.)

### 3. Procjena broja brodskih sudara

#### Assessment of Number of Ship Collisions

Procjena broja brodskih sudara u uvjetima križanja plovidbenih putova gdje su mogući različiti smjerovi kretanja, odredit će se tako da se svako kretanje unutar područja opasnosti promatra zasebno. Situacije križanja kursova posebno su zanimljive, i upravo na ovom primjeru pokušat će se objasniti kako doći do broja potencijalnih sudara i kako ga primijeniti na ostale situacije, tj. na mimoilaženje u suprotnim kursovima i na pretjecanje.

#### 3.1. Sudar brodova pri križanju kursova

##### Ship Collisions at Course Crossing Situations

Da bi se odredio broj čimbenika koji mogu rezultirati sudarom brodova, uzet će se primjer dvaju plovidbenih putova koja se križaju pod određenim kutom  $\theta$ . Neka u svakome od njih protok brodova  $Q$  (broj brodova u jedinici vremena promatranoga plovidbenog puta) i neka se pretpostavi da se svi brodovi na plovidbenim putu 1

kreću u istom smjeru i da su svi iste klase "i" (tip broda određenih dimenzija i manevarskih osobina). Isto vrijedi i za drugi plovidbeni put gdje su brodovi klase "j". Navedeno stanje može se prikazati i kao da dva broda, svaki na svome plovidbenom putu, obavljaju kružna putovanja u određenome vremenskom razdoblju. Neka je:

$Q_i^{(1)}$  - protok brodova klase "i" u jedinici vremena na plovidbenom putu 1, ( $i=1$ ).

$Q_j^{(2)}$  - protok brodova klase "j" u jedinici vremena na plovidbenom putu 2, ( $j=1$ ).

$V_i^{(1)}$  - prosječna brzina broda klase "i" na plovidbenom putu 1,

$V_j^{(2)}$  - prosječna brzina broda klase "j" na plovidbenom putu 2,

$V_{ij}^{(1,2)}$  - relativna brzina približavanja broda klase "i" s plovidbenog puta 1 prema brodu klase "j" s puta 2,

$\Omega$  - promatrano područje opasnosti gdje može doći do sudara brodova zbog križanja kursova,

$Z_i^{(1)}$  - udaljenost broda klase "i" od središnje linije plovidbenog puta 1,

$Z_j^{(2)}$  - udaljenost broda od središnje linije plovidbenog puta 2,

$f(z_i^{(1)})$  - poprečna gustoća prometa brodova klase "i" plovidbenog puta 1,

$f(z_j^{(2)})$  - poprečna gustoća prometa brodova klase "j" na plovidbenom putu 2,

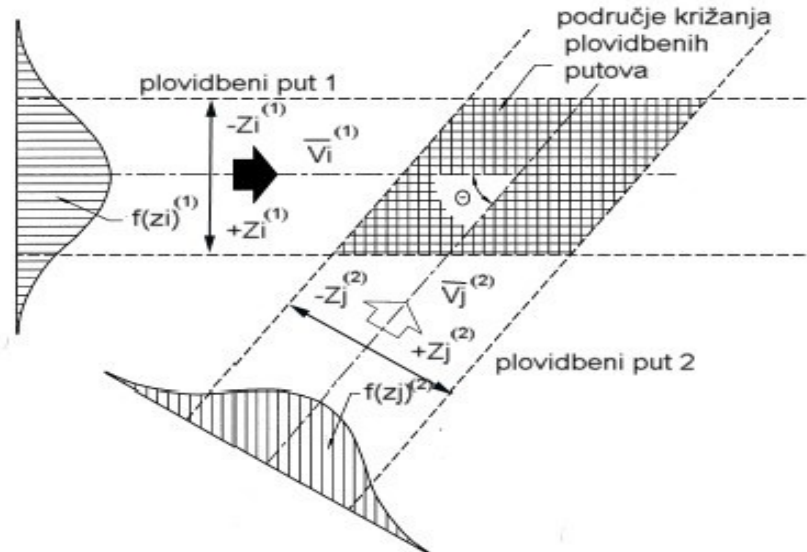
$\Theta$  - kut pod kojim se križaju plovidbeni putovi.

#### 3.1.1. Određivanje broja brodova u području križanja kursova

##### Calculation of Number of Ships in Course Crossing Area

Ako se svi brodovi klase "i" kreću po središnjoj liniji plovidbenog puta 1, a također i svi brodovi klase "j" po središnjoj liniji plovidbenog puta 2 i njihovo je kretanje ravnomjerno raspoređeno od luke polaska do luke dolaska, broj se brodova u određenom dijelu puta može iskazati s pomoću protoka brodova u jedinici vremena  $Q$  i njihove prosječne brzine  $V$ .

<sup>2</sup> Na području Japana



Slika 3. Križanje dvaju plovidbenih putova i područje opasnosti od sudara  
Figure 3. Two crossing waterways and collision risk area

Kako brodovi nisu nikad ravnomjerno raspoređeni na cijeloj širini plovidbenog puta, obično se grupiraju oko njegove središnje linije, odstupajući lijevo ili desno za vrijednosti  $Z_i$ , ili  $Z_j$ . Neka pritom  $Z_i$  bude slučajna varijabla distribuirana po normalnom zakonu razdiobe:

$$Z_i \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$\mu$  – srednja vrijednost  $Z_i$ ,

$\sigma$  – standardna devijacija, tj. pogreška položaja broda, s pripadajućom gustoćom razdiobe:

$$f(z_i) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(z_i - \mu)^2}{\sigma^2}}$$

Broj brodova klase "i" u segmentu  $dz_i$  plovidbenog puta 1 bit će:

$$\frac{Q_i^{(1)}}{V_i^{(1)}} f(z_i^{(1)}) dz_i^{(1)},$$

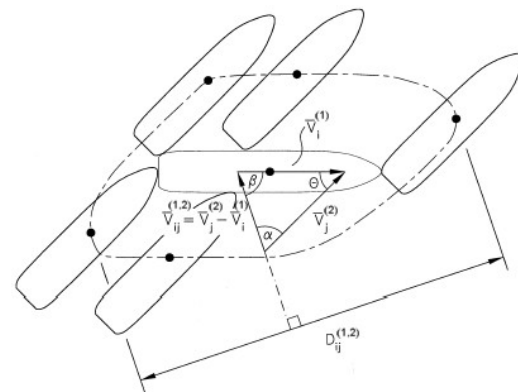
a brodova klase "j" u segmentu  $dz_j$  plovidbenog puta 2:

$$\frac{Q_j^{(2)}}{V_j^{(2)}} f(z_j^{(2)}) dz_j^{(2)}$$

### 3.1.2. Određivanje relativne brzine i dijametra sudara

#### Calculation of Relative Speed and Collision Diameter

Budući da se u području opasnosti  $\Omega$  brod klase "i" na plovidbenom putu 1 kreće brzinom  $V_i^{(1)}$ , a brod klase "j" na plovidbenom putu 2 brzinom  $V_j^{(2)}$ , u kursovima pod kutom  $\Theta$ , kretanje jednog i drugog broda daje se prikazati relativnim kretanjem jednoga u odnosu prema drugom (slika 4.).

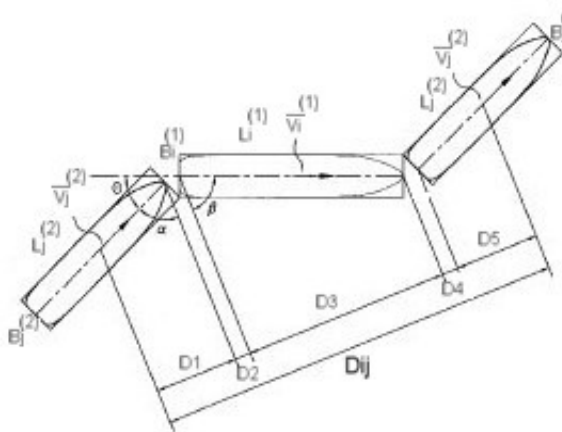


Slika 4. Relativne brzine  $V_{ij}^{(1,2)}$  i dijametara sudara  $D_{ij}^{(1,2)}$   
Figure 4. Relative speed  $V_{ij}^{(1,2)}$  and collision diameter  $D_{ij}^{(1,2)}$

Relativna brzina bit će:

$$V_{ij}^{(1,2)} = \sqrt{(V_i^{(1)})^2 + (V_j^{(2)})^2 - 2 \cdot V_i^{(1)} \cdot V_j^{(2)} \cdot \cos \Theta} \quad (3.1)$$

Dijametara sudara  $D_{ij}^{(1,2)}$  dvaju brodova koji se približavaju u različitim kursovima predstavlja minimalnu udaljenost mimoilaženja, ispod koje je sudar neizbježan.



Slika 5. Određivanje dijametra sudara  $D_{ij}^{(1,2)}$   
 Figure 5. Calculation of collision diameter  $D_{ij}^{(1,2)}$

$L_i^{(1)}$  – dužina broda klase "i"

$L_j^{(2)}$  – dužina broda klase "j"

$B_i^{(1)}$  – širina broda klase "i"

$B_j^{(2)}$  – širina broda klase "j"

$$\alpha = \text{Arc sin} \frac{\overline{V_j}^2 \cdot \sin \Theta}{\overline{V_{ij}}^2}$$

$$\beta = \text{Arc sin} \frac{\overline{V_i}^2 \cdot \sin \Theta}{\overline{V_{ij}}^2}$$

$$D1 = \frac{L_j^{(2)}}{2} \sin \alpha \quad D3 = \frac{L_i^{(1)}}{2} \sin \beta \quad D5 = \frac{L_j^{(2)}}{2} \sin \alpha$$

$$D2 = \left( \left( \frac{B_j^{(2)}}{2} \text{tg}(90 - \alpha) \right) \sin \alpha + \left( \frac{B_i^{(1)}}{2} \text{tg}(90 - \beta) \right) \sin \beta \right)$$

$$D2 = \left( \frac{B_j^{(2)}}{2} \text{ctg} \alpha \right) \sin \alpha + \left( \frac{B_i^{(1)}}{2} \text{ctg} \beta \right) \sin \beta$$

$$D2 = \frac{B_j^{(2)}}{2} \cos \alpha + \frac{B_i^{(1)}}{2} \cos \beta$$

$$D4 = D2 = \frac{B_j^{(2)}}{2} \cos \alpha + \frac{B_i^{(1)}}{2} \cos \beta$$

$$D_{ij}^{(1,2)} = D1 + D2 + D3 + D4 + D5$$

$$D_{ij}^{(1,2)} = \frac{L_j^{(2)}}{2} \sin \alpha + L_i^{(1)} \sin \beta + \frac{L_j^{(2)}}{2} \sin \alpha + 2 \left( \frac{B_j^{(2)}}{2} \cos \alpha + \frac{B_i^{(1)}}{2} \cos \beta \right)$$

$$D_{ij}^{(1,2)} = L_j^{(2)} \sin \alpha + L_i^{(1)} \sin \beta + B_j^{(2)} \cos \alpha + B_i^{(1)} \cos \beta$$

$$D_{ij}^{(1,2)} = \frac{L_j^{(2)} V_i^{(1)}}{V_{ij}^{(1,2)}} \sin \Theta + \frac{L_i^{(1)} V_j^{(2)}}{V_{ij}^{(1,2)}} \sin \Theta + B_j^{(2)} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + B_i^{(1)} \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$

$$D_{ij}^{(1,2)} = \frac{L_j^{(2)} V_i^{(1)}}{V_{ij}^{(1,2)}} \sin \Theta + \frac{L_i^{(1)} V_j^{(2)}}{V_{ij}^{(1,2)}} \sin \Theta + B_j^{(2)} \left( 1 - \left( \frac{V_i^{(1)} \sin \Theta}{V_{ij}^{(1,2)}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + B_i^{(1)} \left( 1 - \left( \frac{V_j^{(2)} \sin \Theta}{V_{ij}^{(1,2)}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

Da bi se odredio broj sudara u području opasnosti  $\Omega$ , promatrat će se upravo relativno kretanje jednoga broda prema drugom, s dijametrom sudara  $D_{ij}^{(1,2)}$ .

### 3.1.3. Određivanje broja sudara brodova u području križanja kursova

#### Calculation of Number of Ship Collision in Course Crossing Area

Ako je ukupni broj brodova klase "j" u segmentu  $dz_j$  plovidbenog puta 2:

$$\frac{Q_j^{(2)}}{V_j^{(2)}} f(z_j^{(2)}) dz_j^{(2)}$$

broj sudara  $Na$  s jednim brodom klase "i" za vrijeme  $\Delta t$  bit će:

$$Na = \frac{Q_j^{(2)}}{V_j^{(2)}} f(z_j^{(2)}) D_{ij}^{(1,2)} V_{ij}^{(1,2)} dz_j^{(2)} \Delta t \quad (3.3)$$

Ako se izraz  $Na$  za jedan brod pomnoži brojem brodova klase "i" u promatranom dijelu plovidbenog puta 1:

$$\frac{Q_i^{(1)}}{V_i^{(1)}} f(z_i^{(1)}) dz_i^{(1)}$$

i integrira se s obzirom na područje opasnosti  $\Omega(z_i, z_j)$ , dobiva se izraz za broj sudara na promatranom području:<sup>3</sup>

$$Na = \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} V_{ij}^{(1,2)} D_{ij}^{(1,2)} \frac{\Delta t}{\sin \Theta} \iint_{\Omega(z_i^{(1)}, z_j^{(2)})} f(z_i^{(1)}) f(z_j^{(2)}) dz_i^{(1)} dz_j^{(2)}$$

Navedeni izraz dobiven je pod pretpostavkom da su svi brodovi u pojedinom smjeru kretanja iste klase, jednake veličine i manevarskih osobina. Uzme li se u obzir viša klasa brodova ( $i \neq 1, j \neq 1$ ), do konačnog broja potencijalnih sudara dolazi se sumiranjem po klasi "i" i "j":

$$Na = \sum_i \sum_j \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} V_{ij}^{(1,2)} D_{ij}^{(1,2)} \frac{\Delta t}{\sin \Theta} \iint_{\Omega(z_i^{(1)}, z_j^{(2)})} f(z_i^{(1)}) f(z_j^{(2)}) dz_i^{(1)} dz_j^{(2)} \quad (3.4)$$

U okolnostima kada je područje opasnosti cijela ravnina, a kut  $\Theta$  različit od nule, broj je sudara:

$$Na = \sum_i \sum_j \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} V_{ij}^{(1,2)} D_{ij}^{(1,2)} \frac{\Delta t}{\sin \Theta} \quad (3.5)$$

jer je vjerojatnost da se slučajna varijabla  $Z_i$  nađe između intervala:

$$P(-\infty < Z_i < +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z_i) dz_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} dz_i = 1,$$

tj.  $P(-\infty < Z_i < +\infty) = 1$ .

Za križanje plovidbenih putova pod pravim kutom ( $\Theta = \pi/2$ ), iz izraza (3.5) slijedi:

$$Na = \sum_i \sum_j \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} (L_i^{(1)} V_j^{(2)} + L_j^{(2)} V_i^{(1)} + B_j^{(2)} V_j^{(2)} + B_i^{(1)} V_i^{(1)}) \Delta t \quad (3.6)$$

### 3.2. Sudar brodova kad su plovidbeni putovi usporedni

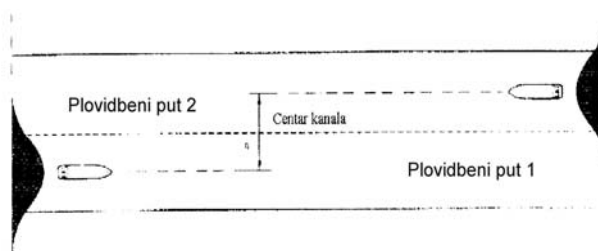
#### Ship Collisions at Parallel Waterways

Ako su plovidbeni putovi usporedni gdje brodovi mogu doći u situaciju da se približavaju jedan drugome u nasuprotnim kursovima ( $\Theta = \pi$ ) ili u okolnostima pretjecanja ( $\Theta = 0$ ), izraz (3.4) ne može se upotrijebiti jer broj sudara više ne ovisi o  $\sin \Theta$ .

Situacija kad su kursovi suprotni ( $\Theta = \pi$ ) pri usporednim plovidbenim putovima duljine  $L_w$ , razdvojenima udaljenošću  $\eta$ , prikazana je na slici 6.

$\eta$  – udaljenost između središnjih linija plovidbenih putova,

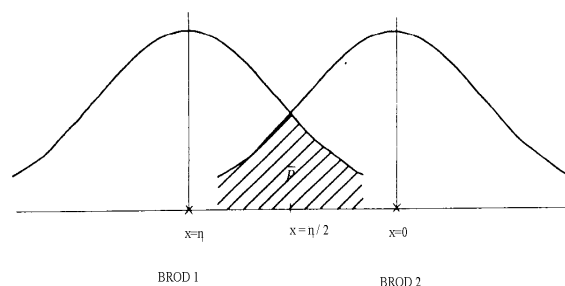
$\sigma$  – standardna devijacija, tj. pogreška položaja broda.



Slika 6. Dva paralelna plovidbena puta i situacije suprotnih kursova

Figure 6. Two parallel waterways and head-on situations

S obzirom na kretanje brodova, do sudara dolazi kad se poprečno odstupanje jednoga broda poklopi s poprečnim odstupanjem drugoga u odnosu prema njihovim središnjim smjerovima kretanja.



Slika 7. Razdioba brodova po širini dvaju paralelnih plovidbenih putova

Figure 7. Transversal distribution of ships at two parallel waterways

<sup>3</sup> P. F. Hansen: ISES0 Project 7 and 8 - Basic Modelling Principles and Validation of Software for prediction of frequencies, ISES0 – Information technology for Enhanced Safety and Efficiency in Ship Design, Denmark, 2000, p. 16

Neka  $x$  bude poprečna pogreška, tj. udaljenost od središnje linije plovidbenog puta broda 2, i neka je  $P_{(x)}$  vjerojatnost da brod 2 bude udaljen od središta svoga plovidbenog puta za vrijednost  $x$ .

Da bi došlo do sudara, treba da se na istoj poziciji nađe i brod 1, dakle brod 1 treba da se nađe poprečno od središta svoga plovidbenog puta za vrijednost  $\eta-x$ . Ako je vjerojatnost da se brod 1 nađe u navedenoj poziciji  $P_{(\eta-x)}$ , a vjerojatnost da se drugi brod nađe u toj istoj točki  $P_{(x)}$ , tada vjerojatnost sudara iznosi:

$$P = P_{(x)} \times P_{(\eta-x)}$$

Ako je  $x$  slučajna varijabla distribuirana po normalnom zakonu razdiobe i ako su brodovi prosječno raspoređeni središnjom linijom plovidbenih putova ( $\mu=0$ ), tada je:

$$f_{(\eta-x)} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\eta-x)^2}{2\sigma^2}}$$

$$f_{(x)} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Vjerojatnost sudara  $P$  na nekom malom jediničnom intervalu  $\Delta X$  može se aproksimirati izrazom<sup>4</sup>:

$$P = P_{(x)} \times P_{(\eta-x)} = f_{(x)} \times f_{(\eta-x)} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + (\eta-x)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.7)$$

Kako  $x$  može poprimiti bilo koju vrijednost u intervalu  $-\infty < x < +\infty$ , vjerojatnost sudara iznosi:

$$\bar{P} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2x^2 + \eta^2 - 2x\eta}{2\sigma^2}} dx$$

Ako se pritom uvede zamjena  $y \equiv \frac{x - \frac{\eta}{2}}{\sigma}$ , tada je  $dx = \sigma dy$ , dakle:

$$y^2 = (2x^2 - 2x\eta + \frac{\eta^2}{2}) / (2\sigma^2) = \frac{2x^2 - 2x\eta + \eta^2}{2\sigma^2} - \frac{\eta^2}{4\sigma^2}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{\eta^2}{4\sigma^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy; \text{ kako je } \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\eta^2}{4\sigma^2}} \quad (3.8)$$

i zatim:

$$\bar{P} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_i^2 + \sigma_j^2)}} e^{-\frac{\eta^2}{2(\sigma_i^2 + \sigma_j^2)}} \text{ za } \sigma_i \neq \sigma_j$$

Budući da je izraz (3.4) dobiven za dio plovidbenog puta, iz toga slijedi, uzimajući u obzir i cijelu dužinu plovidbenog puta  $Lw$ , da je broj sudara pri približavanju u suprotnim kursovima<sup>5</sup>:

$$Na = Lw \sum_i \sum_j \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} (V_i^{(1)} + V_j^{(2)}) (B_i^{(1)} + B_j^{(2)}) \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + \sigma^2)}} e^{-\frac{\eta^2}{2(\sigma^2 + \sigma^2)}} \Delta t \quad (3.9)$$

a kad su kursovi paralelni:

$$Na = Lw \sum_i \sum_j \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} |V_i^{(1)} - V_j^{(2)}| (B_i^{(1)} + B_j^{(2)}) \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + \sigma^2)}} e^{-\frac{\eta^2}{2(\sigma^2 + \sigma^2)}} \Delta t \quad (3.10)$$

### 3.3. Očekivani broj sudara brodova

#### Expected Number of Ship Collisions

Ako je  $Na$  broj situacija koje mogu završiti sudarom kad se na jednom ili drugom brodu ne poduzme manevar izbjegavanja, očekivani broj sudara  $Ns$  dobit će se kad se  $Na$  pomnoži koeficijentom vjerojatnosti sudara  $Pc$ :

$$Ns_{\text{sudar}} = Na \times Pc$$

Vjerojatnost sudara u vremenskom intervalu  $\Delta t$  izračunava se uz pretpostavku da se pojavljivanje broja sudara događa po Poissonovoj razdiobi.

Neka je  $x$  (sudar) slučajna varijabla s Poissonovom razdiobom s parametrom  $m = (n \times p) > 0$ .

$n$  - broj neovisnih ispitivanja (u ovom slučaju  $Na$  je broj potencijalnih sudara),

$p$  - vjerojatnost da događaj/sudar nastupi pri svakom neovisnom ispitivanju (neka je to  $Pc$  - koeficijent vjerojatnosti sudara).

Vjerojatnost da se sudar pojavi  $k$  puta je:

$$P(x = k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Vjerojatnost nenastupanja sudara ( $k=0$ ) je  $P = e^{-m}$ , tj. vjerojatnost sudara za  $k=Na$  puta iznosi:

$$P_{(\text{sudar})} = 1 - e^{-m} \quad (3.11)$$

### 4. Primjer

#### Example

Neka postoji križanje dvaju plovidbenih putova prema slici 8. i neka na plovidbenom putu 1 (od luke "A" prema "B") postoji godišnji promet brodova  $Q_i = 20.000$ , a na plovidbenom putu 2 (od luke "C" prema "D") godišnji promet brodova  $Q_j = 50.000$ .

<sup>4</sup> L.M.B.C. Campos – J.M.G. Marques: On Safety Metrics related to Aircraft Separation, The Journal of Navigation (2002), Vol 55, The Royal Institute of Navigation, United Kingdom, 2002., p. 48.

<sup>5</sup> P. F. Hansen: ISESO Project 7 and 8 - Basic Modelling Principles and Validation of Software for prediction of frequencies, op.cit., p. 17.



Brod tipa "i":

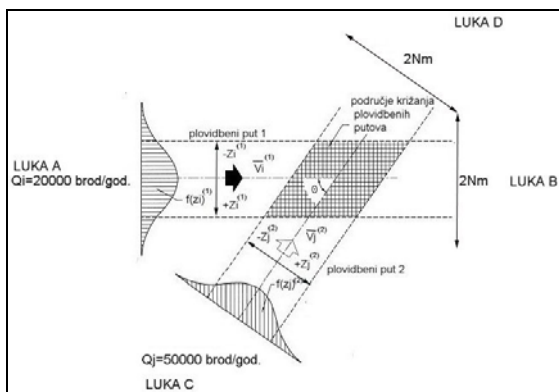
- $L$  (dužina) 130 m,
- $B$  (širina) 16 m,
- $V$  (brzina) 12 m/s,
- $\mu$  (srednja vrijednost  $Z_i$ ) 100m,
- $\sigma_i$  (pogreška položaja) 45m.

Brod tipa "j":

- $L$  (dužina) 130 m,
- $B$  (širina) 16 m,
- $V$  (brzina) 6 m/s,
- $\mu$  (srednja vrijednost  $Z_j$ ) 100m
- $\sigma_j$  (pogreška položaja) 45m.

Kut križanja plovidbenih putova, tj. kursova iznosi  $20^\circ$ . Širina plovidbenog puta koja se promatra je 2 Nm.

Potrebno je odrediti godišnji broj potencijalnih sudara koji se može očekivati u području križanja plovidbenih putova  $\Omega$ .



Slika 8. Određivanje sudara brodova pri križanju kursova

Figure 8. Calculation of ship collisions in course crossing situation

Broj potencijalnih sudara u području križanja kursova daje se izračunati iz izraza (3.4).

Ako je  $x$  slučajna varijabla s parametrima  $\mu$ ,  $\sigma^2$ ,  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ , tada standardizirana varijanta slučajne varijable  $x' = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$  je slučajna varijabla standardne normalne distribucije s parametrima  $\mu=0$  i  $\sigma=1$  i

funkcijom gustoće:  $\phi(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x'^2}{2}}$

dok je funkcija distribucije slučajne varijable  $x' \sim N(0,1)$ :

$$\Phi(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x'} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Funkcija  $\Phi$  (Laplaceova funkcija) tabelirana je za razne vrijednosti svog argumenta  $x$ . Među korisnijim osobinama  $\Phi(x)$  su:

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi(\infty) = 1/2,$$

$$\Phi(-x) = -\Phi(x), \quad \Phi(x \geq 4) \geq 0,499968$$

Iz primjera za slučajne varijable  $z_i^{(1)}$  i  $z_j^{(2)}$  slijedi:

$$\left[ \frac{Z_i^{(1)} - \mu_i^{(1)}}{\sigma_i^{(1)}} \right] = 38.9 \quad 2 \Phi(38.9) \approx 1$$

$$\left[ \frac{Z_j^{(2)} - \mu_j^{(2)}}{\sigma_j^{(2)}} \right] = 38.9 \quad 2 \Phi(38.9) \approx 1,$$

dakle će biti:

$$\iint_{\Omega(Z_i^{(1)}, Z_j^{(2)})} f(Z_i^{(1)}) f(Z_j^{(2)}) dz_i^{(1)} dz_j^{(2)} \approx 1$$

Broj potencijalnih sudara za navedenu situaciju tako je:

$$Na = \sum_i \sum_j \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} V_{ij}^{(1,2)} D_j^{(1,2)} \frac{\Delta t}{\sin \Theta}$$

$$V_{ij} = 6,6846 \text{ m/s} - \text{izraz (3.1)}$$

$$D_{ij} = 147,583 \text{ m} - \text{izraz (3.2)}$$

$$Na = 1.270 \text{ (sudar/godina)}$$

## 5. Zaključak

### Conclusion

Uspostaviti matematički model koji može dati odgovor na pitanje kolika je vjerojatnost sudara na nekom području, tj. očekivani broj sudara, dakako da je moguće, ali pod uvjetom da se posjeduju vjerodostojni podaci o promatranom području statistički obrađeni tijekom dužega vremenskog razdoblja. Prvi korak u određivanju vjerojatnosti sudara pri križanju plovidbenih putova je određivanje potencijalnog broja sudara s obzirom na kretanje brodova pojedinim plovidbenim smerovima  $Na$ . Kako sudar brodova ovisi o više različitih čimbenika, među kojima su velikim dijelom čovjek, tehnika, priroda i njihova interakcija, ovaj se dio može aproksimirati određenim iskustveno dobivenim pokazateljima za pojedina područja, tj. koeficijentom vjerojatnosti sudara  $Pc$ , koji govori koliki će broj od potencijalnih sudara brodova završiti sudarom. Ukupni broj sudara brodova u uvjetima križanja plovidbenih putova jednak je umnošku broja potencijalnih sudara  $Na$  i koeficijenta vjerojatnosti sudara  $Pc$ .

Do broja potencijalnih brodskih sudara na području gdje se križaju plovidbeni putovi različitih smjerova kretanja, dolazi se razmatranjem svih pojedinačnih situacija u vezi s tipom broda i smjerom kretanja. Ukupni broj potencijalnih sudara brodova jednak je zbroju sudara nastalih u situacijama križanja kursova, mimoilaženja i pretjecanja.

Ako se poznaje očekivani broj brodskih sudara za neko područje u određenom vremenskom intervalu, mogu se donijeti određeni zaključci o budućim djelovanjima radi povećanja sigurnosti prometa. Prije svega se to odnosi na planiranje sustava usmjerene plovidbe. Uspostavom sustava odijeljenog prometa dadu

se gotovo u potpunosti izbjeći situacije nastanka sudara zbog mimoilaženja. Situacije križanja kursova ne mogu se izbjeći, ali može se olakšati uspostava sustava nadzora prometa i posredno djelovanje na poboljšanje sigurnosti plovidbe. Čak i ako se broj sudara koji će se dogoditi ne može odrediti s dostatnom preciznošću, potencijalni će broj sudara biti od velike pomoći u planiranju sustava regulacije i nadzora prometa.

Koliko će matematički model za određivanje broja potencijalnih sudara biti točan, ovisi o vjerodostojnosti prikupljenih podataka i dosljednosti uzimanja svih relevantnih čimbenika. Sudar brodova velikim dijelom ovisi o njihovim karakteristikama i manevarskim osobinama, i posebno je važno pravilno definirati klase brodova na određenim smjerovima kretanja. Ipak, neke su aproksimacije neizbježne s obzirom na to da je svaki brod jedinstven u pogledu svojih karakteristika, i bilo bi gotovo nemoguće predvidjeti scenarije za sve brodove.

## Literatura

### References

1. R. Scitovski, R. Galić, M. Šilac Berišić: *Numerička analiza, vjerojatnost i statistika*, Elektrotehnički fakultet Osijek, Osijek, 1993.

2. Tibor K. Pogany: *Stohastički procesi*, I. Autorizirana predavanja, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2003.

3. D. Zec: *Planiranje pomorske plovidbe*, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 1997.

4. P. F. Hansen: "Gracat-Software for Grounding and Collision Risk Analysis", *Journal of Marine Structures-Special issue on Ship Collision and Grounding*, Vol. 15, No 4-5, Technical University of Denmark, Lyngby, 2002, p. 382-402.

5. L.M.B.C. Campos, J.M.G. Marques: „On Safety Metrics related to Aircraft Separation“, *The Journal of Navigation* (2002), Vol 55, The Royal Institute of Navigation, United Kingdom, 2002

6. P. F. Hansen: ISESO Project 7 and 8 - Basic Modelling Principles and Validation of Software for prediction of frequencies, ISESO – Information technology for Enhanced Safety and Efficiency in Ship Design, Denmark, 2000

7. <http://www.safereuro.org/visitors/pederson.pdf>, lipanj 2003. (Pedersen, P.T.: Collision Analysis for MS DEXTRA, Technical University of Denmark, 1999)

8. <http://www.ish.dtu.dk/GRACAT/>, srpanj 2002. (Gracat-software)

9. <http://research.germanlloyd.org/Projects/DEXTR/EMEL/publications/nantes-dtu.pdf>, srpanj 2005.

10. <http://www.mt.mek.dtu.dk/gracat/>, srpanj 2005.

---

Rukopis primljen: 5.9.2005.

