

WOLFRAM ALPHA – MATEMATIKA ZA SVE I SVAKOG

Petek Lončarić N.¹ Loparić S.¹
¹Tehnička škola Čakovec, Hrvatska

Sažetak: U današnjem društvu gotovo da i nema profesije koja u svom svagdanjem radu ne koristi računala i internet. Suvremena tehnologija postala je dio naše svakodnevice. Postoje softveri za rješavanje određene vrste problema, te postoje ogromne baze podataka koje nam u svakom trenutku mogu pružiti različite informacije. No Wolfram Alpha pokušava sve to objediniti. Ovaj internet servis zamišljen je kao pomoć pri rješavanju različitih vrsta problema.

U članku je dano nekoliko primjera rješavanja matematičkih problema koristeći Wolfram Alphu.

Ključne riječi: Wolfram Alpha, matematika, matematički problemi

Abstract: In today's society, there is hardly a profession which does not use computers and the Internet in its everyday business. Modern technology has become part of our everyday life. There is software for solving specific problems and there are enormous databases which can offer us different information in any moment. However, Wolfram Alpha tries to consolidate all of these. This Internet engine is designed to help solving various types of problems.

Several examples of solving mathematical problems by using Wolfram Alpha are given in the paper.

Key words: Wolfram Alpha, mathematics, mathematical problems

„Matematika je u pozadini svega.“ Još jedna potvrdu ove sintagme dala je prošle godine strana tvrtka Wolfram Research. Naime, oni su u svibnju 2009. godine pokrenuli online servis pod nazivom Wolfram Alpha. Neki su taj servis uspoređivali s poznatim web tražilicama (VIDI, br.159/2009, str.23-25).

Te usporedbe ustvari nisu moguće jer je Wolfram Alpha nešto sasvim novo i drukčije. Wolfram Alpha na naš upit ne daje samo linkove web stranica kao Google i ne daje samo informacije o upisanom pojmu kao Wikipedija. Ona obrađuje upit, izračunava rezultate, crta dijagrame, interpretira dobivene rezultate te uz sve to dodaje reference i linkove vezane uz naš upit.

Pozadina Wolfram Alphe je programski paket Mathematica koji se razvio od kalkulatora do programskog paketa za simboličke proračune. Tako i Wolfram Alpha može služiti kao kalkulator, ali i kao baza znanja koja je sposobna povezivati pojmove.

Do sada je bilo mnogo kritika na račun Wolfram Alphe. One su uglavnom bile vezane uz upite iz društvenih znanosti, dok su odgovori vezane uz egzaktne znanosti (matematika, fizika) bili točni i smisleni. Time su matematičari najviše profitirali. Ne trebaju kupovati skupu Mathematicu jer je dobar dio nje dostupan potpuno besplatno online preko Wolfram Alphe.

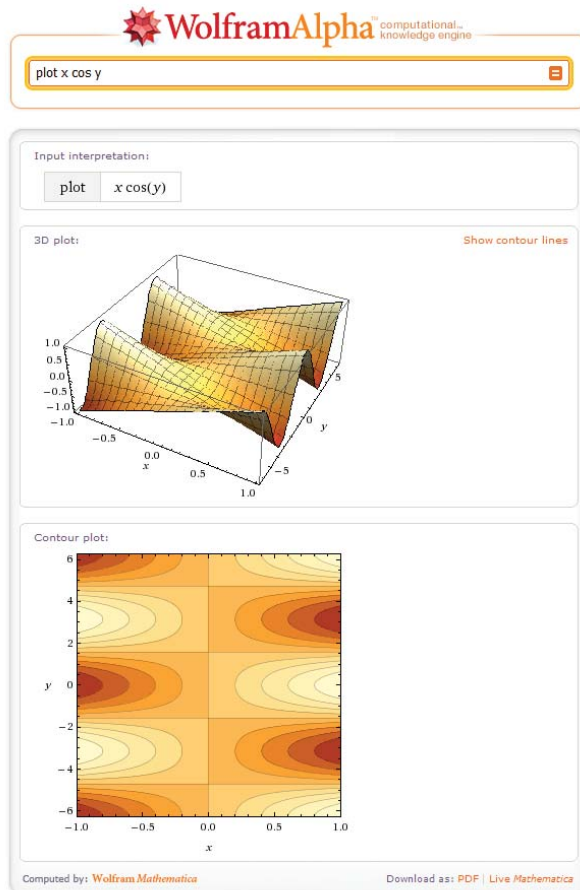
Iako je pojava Wolfram Alphe u informatičkom svijetu odjeknula kao revolucija, rijetko je koji informatičar koristi. A što je s matematičarima? Velika je korist ovog servisa u rješavanju matematičkih problema. Osim što može poslužiti za izračunavanja, provjeru i interpretaciju rezultata, u nekim situacijama pokazuje i predlaže postupak rješavanja. Stoga je Wolfram Alpha iznimno koristan instrumentarij svakom tko rješava matematičke zadatke.

Krenimo malo u istraživanje matematike u "aranžmanu" Wolfram Alphe. Uz malo vježbe korištenje ovog online servisa iznimno je jednostavno. Na početnoj stranici odaberemo traženu kategoriju (u ovom slučaju "Mathematics"), a potom odaberemo područje matematike koje nam treba bilo da je riječ o elementarnoj matematici, brojevima, geometriji, algebri, analizi, diskretnoj matematici ili nekoj drugoj matematičkoj domeni. Klikom na odabrano područje otvaraju nam se poddomene sve dok ne dođemo do konkretnog matematičkog problema.

Preporuka je svakako da se u početku koriste stranice s primjerima koje prepravljamo prema vlastitim potrebama, dok se kasnije upiti mogu pisati direktno na početnu stranu. Dakle, u okviru za upis pitanja sa znakom jednakosti na kraju upišemo zadatak i klikom na znak jednakosti za koji trenutak dobivamo odgovor. Wolfram Alpha na većinu će zadataka dati točno rješenje, različite zapise rješenja te još neke vrijednosti vezane uz taj zadatak. U nekim slučajevima će dati i prijedlog postupka te metodu rješavanja.

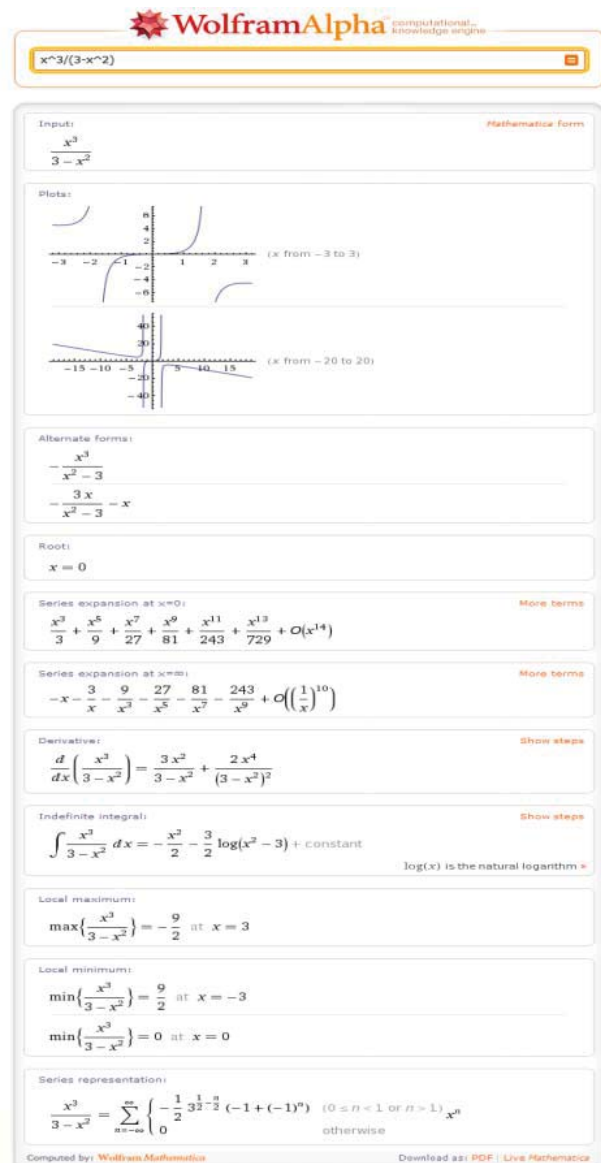
Na primjer, želimo li crtati grafove funkcija, koristimo jednostavnu naredbu "plot". Primjećujemo da funkcija može biti zadana i parametarski ili u polarnim koordinatama.

Ako želimo više grafova na jednoj slici, tada samo funkcije odvojimo zarezom. Isto postupamo s funkcijama dvije varijable, nakon čega nam se iscrta graf funkcije u 3D-u.



Slika 1. Crtanje grafa funkcije $x \cos y$

Želimo li osim grafa funkcije doznati i nešto više o toj funkciji, možemo funkciju bez ikakve naredbe upisati u predviđeni prozorčić, pa dobijemo uz graf i mnoge druge podatke o toj funkciji.



Slika 2. Funkcija $x^3/(3-x^2)$

Ukoliko želimo odrediti derivaciju ili pak neodređeni integral neke funkcije, Wolfram Alpha će nam prvo ponuditi samo krajnje rješenje. Međutim, u gornjem desnom kutu pojavit će se ikonica "show steps" koja nam daje opciju cijelog postupka rješavanja, što je od velike koristi u uvježbavanju deriviranja i integriranja.

WolframAlpha[™] computational knowledge engine

integrate x sin(3x) dx

Indefinite integral:

$$\int x \sin(3x) dx = \frac{1}{9} (\sin(3x) - 3x \cos(3x)) + \text{constant}$$

Plots of the integral:

(x from -2 to 2)

(x from -10 to 10)

Alternate forms of the integral:

$$\frac{1}{9} \sin(3x) - \frac{1}{3} x \cos(3x) + \text{constant}$$

$$\frac{\sin^2(x)}{9} - \frac{1}{3} x \cos^3(x) + \frac{1}{3} \sin(x) \cos^2(x) + x \sin^2(x) \cos(x) + \text{constant}$$

$$-\frac{1}{6} e^{-3ix} x - \frac{1}{6} e^{3ix} x + \frac{1}{18} i e^{-3ix} - \frac{1}{18} i e^{3ix} + \text{constant}$$

Series expansion of the integral at x=0: [More terms](#)

$$x^3 - \frac{9x^5}{10} + \frac{81x^7}{280} - \frac{27x^9}{560} + \frac{243x^{11}}{49280} - \frac{2187x^{13}}{6406400} + O(x^{14}) + \text{constant}$$

Definite integral:

$$\int_0^{\pi} x \sin(3x) dx = \frac{\pi}{9} \approx 0.349066$$

Computed by: [Wolfram Mathematica](#) Download as: [PDF](#) | [Live Mathematica](#)

Slika 3. Integral funkcija $x \sin 3x$

Klikom na spomenutu ikonu otvori nam se jedan od mogućih načina rješavanja:

WolframAlpha[™] computational knowledge engine

integrate x sin(3x) dx

Indefinite integrals: [Hide steps](#)

$$\int x \sin(3x) dx = \frac{1}{9} (\sin(3x) - 3x \cos(3x)) + \text{constant}$$

Possible intermediate steps:

$$\int x \sin(3x) dx$$

For the integrand $x \sin(3x)$, integrate by parts, $\int f dg = fg - \int g df$, where $f = x$, $dg = \sin(3x) dx$, $df = dx$, $g = -\frac{1}{3} \cos(3x)$:

$$= \frac{1}{3} \int \cos(3x) dx - \frac{1}{3} x \cos(3x)$$

For the integrand $\cos(3x)$, substitute $u = 3x$ and $du = 3dx$:

$$= \frac{1}{9} \int \cos(u) du - \frac{1}{3} x \cos(3x)$$

The integral of $\cos(u)$ is $\sin(u)$:

$$= \frac{\sin(u)}{9} - \frac{1}{3} x \cos(3x) + \text{constant}$$

Substitute back for $u = 3x$:

$$= \frac{1}{9} \sin(3x) - \frac{1}{3} x \cos(3x) + \text{constant}$$

Which is equal to:

$$= \frac{1}{9} (\sin(3x) - 3x \cos(3x)) + \text{constant}$$

Computed by: [Wolfram Mathematica](#) Download as: [PDF](#) | [Live Mathematica](#)

Slika 4. Postupak integriranja funkcije $x \sin 3x$

Krenemo li u područje algebre nude nam se opet mnogobrojne mogućnosti rješavanja jednadžbi, sustava jednadžbi, faktorizacije polinoma, računanja s vektorima, matricama i dr. Želimo li odrediti inverznu matricu, Wolfram Alpha nam osim točnog rješenja nudi i determinantu, trag, karakteristični polinom, svojstvene vrijednosti te svojstvene vektore polazne matrice.

WolframAlpha[™] computational knowledge engine

inv {{1, 2, 3}, {0, 1, 1}, {2, 0, 1}}

Input: [Mathematica Form](#)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \text{ (matrix inverse)}$$

Result:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

Dimensions:

3 (rows) × 3 (columns)

Matrix plot:

1	2	3
0	1	1
2	0	1

Determinant:

-1

Trace:

3

Characteristic polynomial:

$$-x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

Eigenvalues: [Exact form](#)

$\lambda_1 \approx 3.73205$

$\lambda_2 = -1$

$\lambda_3 \approx 0.267949$

Eigenvectors: [Exact form](#)

$v_1 \approx \{-0.366025, -1.36603, 1\}$

$v_2 \approx \{-2, -1, 2\}$

$v_3 \approx \{1.36603, 0.366025, 1\}$

Condition number:

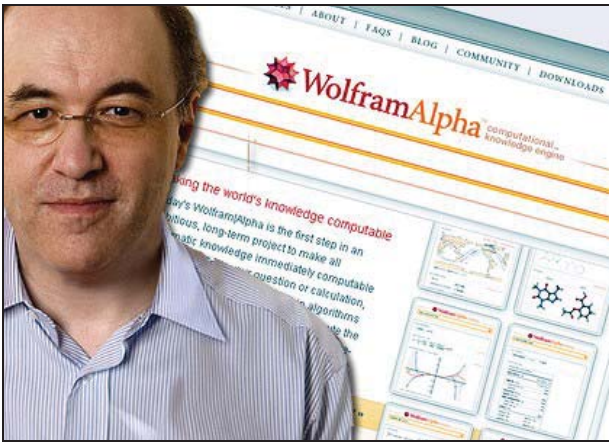
48.

Computed by: [Wolfram Mathematica](#) Download as: [PDF](#) | [Live Mathematica](#)

Slika 5. Inverz matrice

Ovim smo primjerima samo zagreblili po površini mnogobrojnih mogućnosti koje nam nudi Wolfram Alpha u rješavanju i interpretaciji matematičkih problema. To je dovoljno da svatko uvidi prednosti ovog alata i krene u vlastito istraživanje u skladu svojih potreba i interesa.

Wolfram Alpha sposoban je odgovoriti na veoma visoke zahtjeve i on predstavlja naznaku budućnosti. Iako je do sada odrađen impresivan posao, ostalo je još mnogo prostora za poboljšanja. Stephen Wolfram, tvorac ovog tehnološkog čuda, naglasio je da razvoj projekta Wolfram Alphe nikad neće biti završen, a ona će svoj puni potencijal doseći tek kada se baza dodatno popuni podacima.



Slika 6. Stephen Wolfram

Tvorac Wolfram Alphe, Stephen Wolfram rođen je 1959. godine u Londonu. Već s 13 godina dobio je stipendiju za Eton College, a u 15. godini napisao je članak iz fizike čestica. Doktorirao je teorijsku fiziku s 20 godina.

Godine 1986. počeo je razvijati računalni sustav Mathematica, a već iduće osnovao je tvrtku pod nazivom Wolfram Research. Od 1992. do 2002. godine radio je na svojoj knjizi New Kind of Science koja predstavlja empirijsko istraživanje vrlo jednostavnih računalnih sustava sposobnih da oblikuju kompleksna rješenja.

Wolfram zaključuje da je svemir u svojoj prirodi digitalan i radi na principu zakona koji se mogu opisati kao jednostavni programi. Mathematica i New Kind of Science u temeljima su Wolfram Alphe koju Stephen Wolfram opisuje kao svoj najveći i najambiciozniji projekt koji nikad neće biti dovršen.

Literatura:

- [1] <http://www.wolframalpha.com/>. (20.08.2010.)
- [2] Wolfram, S. Wolfram|Alpha Is Launching : Made Possible by Mathematica.
<http://blog.wolframalpha.com/2009/05/15/wolframalpha-is-launching-made-possible-by-mathematica/>. (20.08.2010.)
- [3] http://en.wikipedia.org/wiki/Wolfram_Alpha. (20.08.2010.)
- [4] Singel, R. Wolfram|Alpha Fails the Cool Test.
<http://www.wired.com/epicenter/2009/05/wolframalpha-fails-the-cool-test/>. (20.08.2010.)
- [5] Rudan, S. (2009). Wolfram Alpha. VIDU, 159/2009, str. 23-25.

Kontakt:

Nataša Petek Lončarić, prof. matematike,
 Tehnička škola Čakovec,
 tel: 098522111,
 e-mail: natasa.petek2@ck.t-com.hr

Sanja Loparić, prof. matematike i informatike,
 Tehnička škola Čakovec,
 Tel: 0989357034,
 e-mail: sanja.loparic@ck.t-com.hr