

ŠIRENJE ZVUKA U MORSKOJ VODI**

Sound propagation in sea water

UDK 530.182
Stručni članak
Professional paper

Sažetak

U članku su kratko naznačene teorijske osnove širenja zvučnoga vala u morskoj vodi. Posebno je istaknuta činjenica da su zvučni valovi u tekućinama, kao što je morska voda, longitudinalni valovi. Pokazuje se da brzina širenja zvučnih valova u morskoj vodi ovisi (u empirijskom smislu) o trima parametrima morske vode: temperaturi, slanosti i dubini. Tako je empirijski izraz za brzinu zvuka prikazan u numeričkom i grafičkom (nomogram) obliku.

Ključne riječi: podvodni zvuk, brzina podvodnoga zvuka, ovisnost brzine o svojstvima medija.

Summary

In the paper the fundamental relations of the sound theory are outlined. Especially it is pointed that in the liquid media, as it is sea water, sound waves are of the longitudinal form. It is shown that the velocity of sound waves propagation in the sea water is dependent (in an empirical manner) on the three parameters of the sea water: temperature, salinity and depth. So, an empirical relation for the sound velocity is shown as the numerical and graphical (nomogram) form.

Key words: underwater sound, velocity of underwater sound, velocity dependence of medium characteristics.

1. Uvod

Introduction

Vrlo je kratko obrazložena jednadžba valnoga gibanja te su iznesena dva fundamentalna pojma znanosti o zvuku, i to: jakost zvuka i zvučna impedancija. Također je

istaknuto da Snellov zakon vrijedi i za zvuk. Rezultati tih izlaganja omogućuju rješavanje problema odbijanja i loma zvučnoga vala u morskoj vodi na dvjema graničnim površinama: morskoj površini i morskom dnu. Konstatira se vrlo bitan podatak da medij zrak djeluje kao reflektor za zvučni val u morskoj vodi.

Osim toga, naglašena je velika praktična vrijednost empirijskog izraza za izračunavanje vrijednosti brzine zvuka u morskoj vodi. Poradi toga je izrađen nomogram za navedeni empirijski izraz i prikazan je u ovome radu.

Na kraju treba naglasiti da je radi bolje preglednosti cjelokupno izlaganje o zvuku podijeljeno u dvije glave: Teorijske osnove o zvuku i Zvuk u morskoj vodi.

2. Teorijske osnove o zvuku

Theoretical fundamentals of sound

2.1. Jednadžba valnoga gibanja

Wave equation

Zvuk je mehaničko titranje sredstva, pa proučimo prvo longitudinalni val u fluidu. Longitudinalni val u fluidu je periodična promjena tlaka koja nastaje zgušnjavanjem i razrjeđivanjem fluida. Valna jednadžba longitudinalnoga vala za pomak fluida ima ovaj oblik [3]

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \frac{B}{\rho_0} \frac{d^2 \xi}{dx^2}, \quad (1)$$

gdje je ξ veličina pomaka fluida (zvučnoga medija) pod djelovanjem tlaka zvučnoga vala, a B/ρ_0 je kvadrat brzine širenja zvučnoga vala u mediju. Poradi toga je brzina širenja zvučnoga vala u mediju

* Olivera Pionić, prof. matematike i fizike, Elektrotehnička škola, Teslina 2, 21000 Split

** Rad je dio obrade iz znanstvenoistraživačkog projekta 0177180 (istraživanje prijemnih optimalnih struktura pasivnoga sonara), koji novčano podupire Ministarstvo znanosti i tehnologije Republike Hrvatske.

$$u = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} \quad (2)$$

Modul elastičnosti fluida je $B = \kappa p$, gdje je κ adijabatska konstanta ($\kappa = C_p/C_v$ je omjer specifičnih toplina pri konstantnom tlaku i konstantnom volumenu).

S obzirom na to da mnogi instrumenti (i ljudsko uho) reagiraju na promjenu tlaka p , napišimo val kao val tlaka, dakle

$$\frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{B}{\rho_0} \frac{d^2 \rho}{dx^2} \quad (3)$$

Val tlaka širi se brzinom kao val pomaka (2) i pomaknut je u fazi prema valu pomaka. Val pomaka dan je izrazom

$$\xi = A \sin(kx - \omega t), \quad k = 2\pi/\lambda \quad (4)$$

a promjena tlaka je

$$p = -B \frac{d\xi}{dx} = -kBA \cos(kx - \omega t) = -p_m \cos(kx - \omega t), \quad (5)$$

gdje je $p_m = kBA$ maksimalna amplituda promjene tlaka.

2.2. Brzina širenja zvučnoga vala

Velocity of sound wave propagation

Na temelju teorijskih razmatranja već je Newton potpuno matematički izveo izraz za brzinu širenja zvučnoga vala kroz idealnu tekućinu. Formula $u = (B/\rho_0)^{1/2}$ u to je vrijeme ostala neiskorištena zbog nemogućnosti mjerenja modula elastičnosti fluida.

Modul elastičnosti vode pri temperaturi od 10 °C izmjeren je tek 1893. godine, pa se za brzinu širenja zvuka u vodi dobiva $u = 1430$ m/s.

2.3. Jakost zvuka

Sound intensity

Jakost zvuka određena je srednjom snagom koju zvučni val prenosi po jedinici površine okomite na smjer širenja vala [1]. Srednja snaga koju prenosi zvučni val proporcionalna je kvadratu amplitude promjene tlaka (p_m)².

Longitudinalni val prikazan je izrazom

$$\xi = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ut) = A \sin(kx - \omega t). \quad (6)$$

Tlak se mijenja po zakonu

$$p = -p_m \cos(kx - \omega t) \quad (7)$$

gdje je p fluktuirajuća komponenta tlaka oko srednje vrijednosti p_{sr} , a p_m je maksimalna vrijednost te fluktuacije.

Efektivna sila koja dolazi od te promjene tlaka je

$$F = Sp = -Sp_m \cos(kx - \omega t) \quad (8)$$

gdje je S površina na koju djeluje tlak.

Brzina titranja čestice iznosi

$$v = \frac{d\xi}{dt} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \quad (9)$$

a trenutna snaga koju val prenosi na površinu S bit će

$$P = Fv = S\omega A p_m \cos^2(kx - \omega t). \quad (10)$$

Srednja vrijednost od $\cos^2(kx - \omega t)$ je $1/2$, pa je tražena srednja snaga

$$\frac{1}{2} S\omega p_m A = \frac{1}{2} S \frac{(p_m)^2}{\rho_0 u} \quad (11)$$

jer vrijedi da je $p_m = kBA = ku^2 \rho_0 A = \omega u \rho_0 A$.

Poradi toga je jakost zvuka ona energija zvučnoga vala koju on prenese u jedinici vremena kroz jediničnu površinu okomitu na smjer širenja vala, tj.

$$I = \frac{1}{2} \frac{(p_m)^2}{\rho_0 u}. \quad (12)$$

3. Zvuk u morskoj vodi

Sound in the sea water

3.1. Zvučna impedancija

Acoustic impedance

Općenito, impedancija je svojstvo bilo kojeg sustava da na sinusoidalnu pobudu daje sinusoidalni odziv. Impedancija tada daje relativne odnose amplitude pobude i odziva, te međusobne fazne odnose.

Pobudi odgovara komponenta tlaka koja fluktuiru p , a odzivu odgovara brzina titranja čestice medija v_x .

Izraz za tzv. karakterističnu zvučnu impedanciju glasi

$$z_o = \frac{p}{v_x} = \frac{-p_m \cos(kx - \omega t)}{-\omega A \cos(kx - \omega t)} = \frac{p_m}{\omega A} = \frac{\omega u \rho_o A}{\omega A} = u \rho_o. \quad (13)$$

Jedinica za karakterističnu zvučnu impedanciju je tzv. karakteristični zvučni om Ω_z (kg/sm^2). Očito je da zvučna impedancija ovisi o karakterističnim veličinama medija.

3.2. Odbijanje i lom zvučnih valova u morskoj vodi

Reflection and refraction of sound waves in the sea water

Longitudinalni ravni zvučni val širi se kroz idealnu tekućinu bez gubitaka i neograničeno dugo. Pretpostavimo da je idealna tekućina ograničena dvjema beskonačnim graničnim ravninama. Donja ravnina predstavlja morsko dno, a gornja morsku površinu, uz pretpostavku jednake i stalne temperature čitavog medija.

Pojave koje nastaju dolaskom čela longitudinalnog vala na granicu dvaju idealnih kontinuuma različitih karakteristika, baziraju se na razmatranju loma i odbijanja promatranog vala.

I za zvučni val vrijedi Snellov zakon loma

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2}. \quad (14)$$

Zvučni val koji je nastao u morskoj vodi i dosegnuo granicu voda-zrak, ne može nikad postići totalnu refleksiju, što se lako može dokazati.

Zanimljivo je proračunati koji dio zvučne energije prodire kroz graničnu površinu u drugo sredstvo, a koliki se reflektira.

Dolaskom čela zvučnog vala na granicu dvaju sredstava, zvučni tlak neposredno uz graničnu površinu obaju medija ostaje nepromijenjen. Također ostaju jednake normalne komponente brzina čestica medija neposredno uz graničnu površinu obaju medija. Vrijedi jednadžba

$$(v_u - v_o) \cos \gamma_1 = v_1 \cos \gamma_2. \quad (15)$$

Na osnovi proporcionalnosti brzine čestice medija i zvučnoga tlaka

$$p_{zu} + p_{zo} = p_{z1} \quad (16)$$

dobiva se

$$v = \frac{p_z}{z_o}. \quad (17)$$

Uvrste li se (16) i (17) u (15), bit će

$$(p_{zu} - p_{zo}) \frac{\cos \gamma_1}{z_{o1}} = (p_{zu} + p_{zo}) \frac{\cos \gamma_2}{z_{o2}}. \quad (18)$$

Nakon sređivanja, za odnos odbijenog i upadnog vala izlazi

$$\frac{p_{zo}}{p_{zu}} = \frac{z_{o2} \cos \gamma_1 - z_{o1} \cos \gamma_2}{z_{o2} \cos \gamma_1 + z_{o1} \cos \gamma_2}. \quad (19)$$

Ili prijelazom na jakost zvučnih valova, bit će

$$\frac{I_o}{I_u} = \left(\frac{z_{o2} \cos \gamma_1 - z_{o1} \cos \gamma_2}{z_{o2} \cos \gamma_1 + z_{o1} \cos \gamma_2} \right)^2. \quad (20)$$

Isto se može dobiti za odnos lomljenog i upadnog vala

$$\frac{I_l}{I_u} = \frac{4z_{o1}z_{o2} \cos^2 \gamma_1}{(z_{o2} \cos \gamma_1 + z_{o1} \cos \gamma_2)^2}. \quad (21)$$

Pogledajmo sada što to znači za dva karakteristična slučaja:

- medij 1 je morska voda pa je $z_{o2} = 1540000 \Omega_z$
medij 2 je zrak pa je $z_{o1} \approx 420 \Omega_z$
Uvrštavanjem i uz $\cos \gamma_1 / \cos \gamma_2 = k$ dobiva se

$$\frac{I_o}{I_u} = \left(\frac{420k - 1540000}{420k + 1540000} \right)^2. \quad (22)$$

Kako za $0 < \gamma_1 < 90^\circ$ vrijedi da je $0 < \gamma_2 < 13^\circ$ i $1 > k > 0$, može se izvršiti aproksimacija za ovaj slučaj, tj.

$$\frac{I_o}{I_u} \approx 1. \quad (23)$$

Ovaj rezultat upućuje na činjenicu da su gubici poradi loma zvučnog vala kroz morsku površinu neznatni. Za

praksu to znači da je zrak praktički reflektor za zvučni val u morskoj vodi. Ta činjenica ima svoju dobru i lošu stranu. Dobra je u tome da stvarno može poslužiti kao reflektor, a loša je strana zbog toga što zračni mjehurići u morskoj vodi mogu blokirati zvučni val.

2. medij 1 je morska voda, $z_{o2}=1540000 \Omega_z$
 medij 2 je morsko dno, $z_{o1}=f$ (ovisno o vrsti dna)

U ovom slučaju izraz I_o/I_u poprima različite vrijednosti. Najmanja je vrijednost za muljevito dno, nešto veća za pješčano a najveća je vrijednost za tvrdo kamenito dno. U odnosu na morsko dno kao graničnu površinu, može nastati i potpuna refleksija.

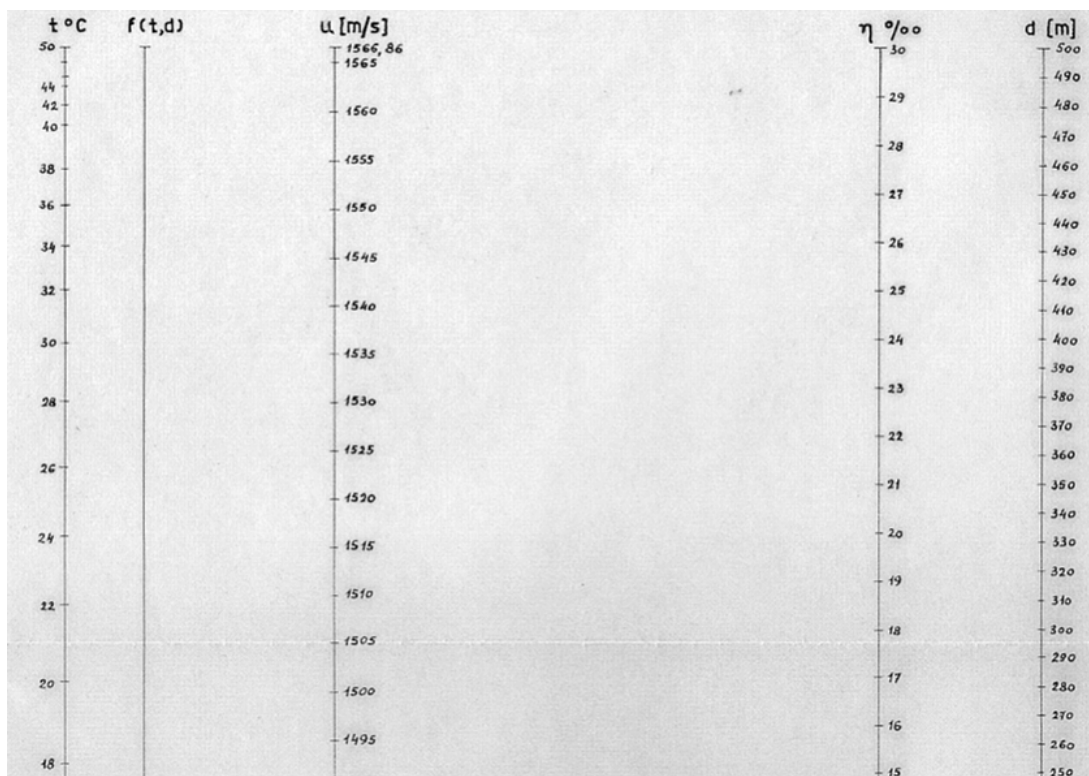
3.3. Utjecaj temperature morske vode na širenje zvuka

Influence of sea water temperature to sound propagation

Brzina širenja zvučnoga vala u morskoj vodi ovisi i o temperaturi vode, dubini na kojoj se zvuk širi i o slanosti morske vode. Svi ovi parametri sadržani su u empirijskom izrazu koji dostatno točno daje tražene rezultate, tj.

$$u = 1444,5 + 4,6 t - 0,04447 t^2 + 0,01821 d + 1,31115 (\eta - 34) \text{ m/s} \quad (24)$$

gdje je: t - temperatura morske vode u $^{\circ}\text{C}$, d - dubina morske vode od površine u m, η - slanost morske vode u ‰. Slika 1. prikazuje nomogram za empirijski izraz brzine zvuka (24).



Slika 1. Nomogram empirijskog izraza za brzinu zvuka u morskoj vodi:

$$u = 1444,5 + 4,6 t - 0,04447 t^2 + 0,01821 d + 1,31115 (\eta - 34) \text{ m/s}$$

gdje je: t – temperatura morske vode u $^{\circ}\text{C}$, d – dubina morske vode u m, η – slanost morske vode u ‰.

Figure 1. Nomogram of the empirical relation for the sound velocity in the sea water:

$$u = 1444,5 + 4,6 t - 0,04447 t^2 + 0,01821 d + 1,31115 (\eta - 34) \text{ m/s}$$

where is: t – temperature of sea water in $^{\circ}\text{C}$, d – depth of sea water in m, η – salinity of sea water in ‰.

Brzina zvuka je dakle funkcija temperature, dubine i slanosti $u=f(t,d,\eta)$. Znači, riječ je o skalarnom polju fizikalne veličine u . Poznato je da morska voda mijenja

tijekom vremena i temperaturu i slanost, pa zapravo imamo vremenski promjenjivo skalarno polje.

Međutim, za daljnja razmatranja dostatno je uzeti da je polje skalarno i stacionarno.

Pravokutni koordinatni sustav postaviti ćemo tako da ravnina XOY predstavlja morskou površinu a z-os je usmjerena prema morskom dnu. Veličina u se mijenja jedino s promjenom promjenjive z a prostorno je neovisna o promjeni ostalih dviju promjenjivih veličina. Zato možemo pisati $u=f(t, \eta, z)$.

Za proučavanje širenja zvuka kroz morsku vodu od bitnog je interesa smjer promjene brzine širenja zvuka, pa je potrebno odrediti gradijent brzine

$$\text{grad}(u) = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k} . \quad (25)$$

Jasno je da i temperatura i slanost mogu biti funkcije svih triju promjenjivih veličina, ali je za daljnja razmatranja dostatno uzeti da je $t=t(z)$ i $\eta=\eta(z)$, pa slijedi

$$\text{grad}(u) = \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k} \quad (26)$$

ili, primjenjujući na empirijski izraz

$$\begin{aligned} \text{grad}(u) &= \left(4,6 \frac{dt}{dz} - 0,08894t \frac{dt}{dz} + 0,0182 + 1,3115 \frac{d\eta}{dz} \right) \vec{k} = \\ &= [0,0182 + 1,3115\eta_z + (4,6 - 0,08894t)t_z] \vec{k} \quad (27) \end{aligned}$$

Sa η_z i t_z označit ćemo promjenu slanosti i temperature ovisno o promjeni dubine. Budući da razmatramo samo z komponentu gradijenta brzine, možemo pisati samo vrijednost skalarnu komponente, dakle

$$[\text{grad}(u)]_z = [0,0182 + 1,3115\eta_z + (4,6 - 0,08894t)t_z] . \quad (28)$$

$[\text{grad}(u)]_z$ postoji i za stalnu temperaturu i slanost, što znači da promjena brzine širenja zvuka postoji pri promjeni dubine širenja unutar morske vode.

Najveći doprinos veličini $[\text{grad}(u)]_z$ donosi promjena temperature t_z . Čak i uz $\eta_z=\text{konst.}$ vrijedi da je $[\text{grad}(u)]_z=f(t) \neq \text{konst.}$

Ovi su zaključci bitni jer upućuju na lom zvučnih valova unutar samoga medija a time i na mogućnost zakrivljenja trajektorije zvučnih valova, tj. na njegovo skretanje od početnog smjera širenja.

3.4. Krivljenje smjera širenja zvuka u morskoj vodi

Curvature of sound rays in the sea water

Uzmimo da je $[\text{grad}(u)]_z=\text{konst}=0,0182$, tj. kada nema ni promjene temperature ni slanosti idući od površine prema dnu [2].

Zamislimo dva tanka horizontalna sloja i ravni val koji upada pod kutom γ_1 iz gornjega u donji sloj. Na graničnoj površini tih dvaju diferencijalnih slojeva vrijedi Snellov zakon (14).

Budući da je $[\text{grad}(u)]_z=0,0182>0$, putanja će se zvučnog vala sve više zakrivljivati prema površini. Da bi se dobila jednadžba putanje vala, uzimamo

$$\frac{u_1}{\sin \gamma_1} = \frac{u_2}{\sin \gamma_2} = \text{konst} = k . \quad (29)$$

Za bilo koju točku putanje zvučnog vala može se napisati

$$k = \frac{u}{\sin \gamma} \quad (30)$$

ili

$$u = k(\sin \gamma) . \quad (31)$$

Integrirajući jednadžbu

$$[\text{grad}(u)]_z = 0,0182 = \frac{du}{dz} \quad (32)$$

dobiva se

$$u = 0,0182z - C . \quad (33)$$

Budući da vrijedi $u=k(\sin \gamma)$, izlazi

$$k(\sin \gamma) = 0,0182z - C \quad (34)$$

ili

$$\left(\frac{k}{0,0182} \right) \sin \gamma = z - C_1 \quad (35)$$

tj. diferenciranjem

$$dz = \left(\frac{k}{0,0182} \right) \cos \gamma d\gamma . \quad (36)$$

S druge strane promatrajući krivulju dobiva se $\frac{dz}{dx} = \text{ctg} \gamma$ tj. $dx = (\text{tg} \gamma) dz$, pa uvrštavajući prethodni izraz (36), izlazi

$$dx = \frac{k}{0,0182} \sin \gamma d\gamma \quad (37)$$

što nakon integriranja postaje

$$C_2 = \frac{k}{0,0182} \cos \gamma_0 = \frac{u_0}{0,0182} \operatorname{ctg} \gamma_0. \quad (41)$$

$$x = -\frac{k}{0,0182} \cos \gamma + C_2. \quad (38)$$

Kombinirajući sada dobivene izraze za x i z nastaje jednadžba krivulje koja glasi

$$(x - C_2)^2 + (z - C_1)^2 = \left(\frac{k}{0,0182}\right)^2 \quad (39)$$

Krivulja je kružnica radijusa $k/0,0182$ sa središtem koje je određeno početnim uvjetima. Ako ishodište pravokutnog koordinatnog sustava postavimo na mjesto izvora zvuka, uz poznato u_0 i γ_0 , bit će

$$C_1 = -\frac{k}{0,0182} \sin \gamma_0 = -\frac{u_0}{0,0182} \quad (40)$$

Ovo je slučaj izotermičkog sloja na koji se u praksi često nailazi.

Polumjer zakrivljenosti putanje širenja vala izravno upućuje na stupanj odstupanja širenja vala od početnog smjera. Polumjer zakrivljenosti dan je izrazom

$$r = \frac{k}{0,0182} = \frac{u}{0,0182 \sin \gamma} \quad (42)$$

Na morskoj površini, uz $u_0=1500\text{m/s}$ i $\gamma_0=\pi/2$, dobivamo najmanji polumjer zakrivljenosti $r_{\min}=u/0,0182=82418$ m ili najveću zakrivljenost $k_{\max}=1/r_{\min}=12,1333 \cdot 10^{-6}$ 1/m. Za $\gamma \rightarrow 0$ dobivamo $r_{\max} \rightarrow \infty$ m ili najmanju zakrivljenost $k_{\min}=1/r_{\max} \rightarrow 0$. Tablica 1. pokazuje još neke vrijednosti ovisne o početnom kutu upada.

Tablica 1. Pokazane su neke vrijednosti polumjera zakrivljenosti r i zakrivljenost trajektorije zvučnoga vala k u morskoj vodi ovisno o upadnome kutu γ_0 i za $u_0 = 1500$ m/s

Table 1. There are shown some values of curvature radius r and curvature of the sound waves trajectory k in the sea water as a function of the incident angle γ_0 and for $u_0 = 1500$ m/s

γ_0°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
r m	∞	474624	240973	164835	128219	107589	95168	87707	83689	82418
k 1/m	0	2,11E-6	4,15E-6	6,07E-6	7,80E-6	9,29E-6	10,5E-6	11,4E-6	11,9E-6	12,1E-6

4. Umjesto zaključka

Instead of conclusion

Kao jedno od najbitnijih spoznaja, za praksu je posebno naglašeno krivljenje trajektorije zvučnoga vala u morskoj vodi koje, pozivajući se na iznesenu empirijsku formulu, ovisi o temperaturi, slanosti i dubini od morske površine. Bitno je naglasiti da će krivljenje nastati i uz konstantnu temperaturu i slanost morske vode. Naime, u tom je slučaju konstantan gradijent dubine koji uvjetuje kružnu trajektoriju s polumjerom zakrivljenosti ovisnim o početnom upadnom kutu zvučnoga vala. Neke konkretne vrijednosti polumjera zakrivljenosti i same zakrivljenosti za odgovarajuće upadne kutove i za $u_0 = 1500$ m/s prikazuje tablica 1.

Literatura

References

- [1] Beranek, L. L., *Acoustics*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1954.
- [2] Camp, L., *Underwater Acoustics*, Wiley-Interscience, New York, 1970.
- [3] Cindro, N., *Fizika 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1980.

Rukopis primljen: 17.3.2004.