

# Povijest geostatističkih analiza načinjenih u hrvatskom dijelu Panonskoga bazenskoga sustava

T. Malvić

PREGLEDNI ČLANAK

Razvoj geostatistike, primjenjene u ležištima ugljikovodika u Hrvatskoj, može se pratiti kroz četiri glavna razdoblja. Prvi je obuhvatio jednodimenzionalne variogramske analize načinjene u Bjelovarskoj subdepresiji. Drugo razdoblje uključilo je uporabu tehnika jednostavnoga i običnoga kriginga za kartiranje poroznosti, zatim izradu po prvi puta karte kokrigingom te izračun srednje kvadratne pogreške kao alata za provjeru "točnosti" karata. Slijedila je primjena tehnike uzorkovanja nazvane "jack-knifing" te izrada algoritma za izračun Lagrangeova multiplikatora. Zadnji period uključio je rad s indikatorskim krigingom za kartiranje litofacijsa te uporabu simulacija (Gaussova i indikatorska) uglavnom za određivanje nesigurnosti u pojedinačnim zonama. Odabir ležišnih varijabli koje se obično kartiraju geostatistikom najčešće uključuje poroznost (s teorijski normalnom razdiobom) te debljinu (s isto takvom razdiobom u posebnim uvjetima). Geostatističke karte predstavljaju najbolje grafičke izlaze za prikaz ležišnih obilježja kada ulazni skup obuhvaća 20 ili više "čvrstih" (mjerenih) podataka. Ta granica se može spustiti i na 10 takvih podataka u slučajevima kada postoji i sekundarna varijabla.

*Ključne riječi:* geostatistika, kriging, kokriging, simulacija, Panonski bazen sustav, neogen, Hrvatska

## 1. UVOD U REZULTATE GEOSTATISTIČKIH ANALIZA NAČINJENIH U HRVATSKOM DIJELU (HPBS) PANONSKOGA BAZENSKOGA SUSTAVA (PBS)

Različite geomatematičke, uglavnom geostatističke analize, načinjene su u dvije najveće hrvatske depresije, tj. u Savskoj i Dravskoj depresiji. Većina geostatističkih izračuna temeljila se na 10 - 25 podataka, također obuhvativši deskriptivne statističke analize. Unutar Savske depresije analizirani su podaci prikupljeni na poljima Kloštar, Ivanić i Okoli, dok su unutar Dravske depresije to bila polja Stari Gradac-Barcs Nyugat, Molve, Beničanci i Galovac-Pavljani (slika 1.1). Posebno treba izdvojiti područje Bjelovarske subdepresije gdje je u nizu regionalnih i proizvodnih bušotina izračunat veliki broj jednodimenzionalnih (vertikalnih) variograma poroznosti.

U Savskoj depresiji područje polja Kloštar obuhvatilo je najopsežnije geostatističke (i uopće geomatematičke) analize. Rezultati su objavljeni u brojnim radovima.<sup>1, 2, 7, 12, 13, 14, 17</sup> Rezultati dobiveni u polju Ivanić su prikazani u jednom radu.<sup>4</sup>

U Dravskoj depresiji geostatističke analize su načinjene u polju Beničanci (istočni dio) te poljima Stari gradac-Barcs Nyugat i Molve (zapadni dio). Rezultati su objavljeni u nizu radova.<sup>3, 5, 8, 9, 10, 11, 15, 16</sup>

## 2. PRVO RAZDOBLJE, ODNOSENJE RANA ISTRAŽIVAČKA FAZA DO 2003. GODINE

Prvi skup variograma u HPBS načinjen je između 2002. i 2003. godine. Uključio je niz vertikalnih variograma

poroznosti izmjerene na različitim mjestima unutar Bjelovarske subdepresije (slika 2.1).

Ti podatci prikupljeni su u stijenama badenske, panonske i pontske starosti. Unutar badenskih su najveće poroznosti i variogramski dosezi izračunati u polju Galovac-Pavljani (slika 2.2), gdje su iznosile 7,99% te 0,64 m. Panonski pješčenjaci (slika 2.3) obilježeni su debljinama slabo propusnih ili nepropusnih sedimenta, što je uzrokovalo da iako su zabilježene visoke prosječne poroznosti (23,3%), izračunati su mali variogramski dosezi (0,57 m). Mladi donjopontski pješčenjaci (pješčenjaci Pepelana) imaju homogeniji sastav. Najpovoljnija ležišta svojstva opisana su u polju Sandrovac, gdje su i prosječne vrijednosti najveće (29,99% te 0,95 m; slika 2.4).

## 3. DRUGO RAZDOBLJE TESTIRANJA PRIMJERNOSTI INTERPOLACIJSKIH ALGORITAMA (2003.-2008.)

Prvi variogrami koji su primjenjeni za geostatističke interpolacije u HPBS-u načinjeni su 2003.<sup>11</sup> i to u području Dravske depresije gdje su uspoređeni rezultati inverzne udaljenosti, običnog kriginga i kolociranog kokriginga. Preciznost pojedinih pristupa ocijenjena je geološkom procjenom oblika linija izoporoznosti te izračunom srednje kvadratne pogreške procjene (engl. skr. MSE). Kao najprimjerljiva karta odabrana je ona dobivena kolociranim kokrigingom (slika 3.1).

Slična usporedba načinjena je i za podatke iz donjopontskoga ležišta u polju Kloštar, uporabom običnog kriginga, pokretne sredine, inverzne udaljenosti i najbližeg susjedstva. MSE vrijednost dobivene za

različite metode/tehnike iznosile su za kartu interpoliranu običnim krigingom (slika 3.2) 366,93, pokretnu sredinu 369,26, inverznu udaljenost 371,97 te najbliže susjedstvo 389,00. Relativno male razlike rezultat su malobrojnog ulaznog skupa koji nije mogao iskazati pravu prednost uporabe "egzaktnih" interpolatora, posebno kriginga.

Interpolacija u polju Ivanić, u gornjopanonskom pješčenjačkom ležištu, načinjena je iz (do sada) najvećeg ulaznog skupa podataka. Prikupljeno je 82 mjerena poroznosti, uprosječena te projicirana u točke. Srednja vrijednost svih podataka iznosila je 15,13%, a varijanca 16,41.<sup>4</sup> Eksperimentalni i teorijski variogrami prikazani su na slikama 3.3 i 3.4. Poroznost je interpolirana tehnikom običnoga kriginga, a karta jasno prikazuje pružanje glavnoga taložnog kanala ispunjenog srednjo i sitnozrnatim pijeskom tijekom gornjega panona. Pravac pružanja kanala prati liniju izoporoznosti s vrijednostima od 15% i većima (slika 3.5).

#### **4. TREĆE RAZDOBLJE UNAPRIJEĐENJA GEOSTATISTIČKE TEORIJE PRIMIJENJENE U HPBS-U (2008. I 2009.)**

Rezultati prikazani u ovome poglavlju objavljeni su u dva teorijska rada. Prvo su Malvić i Bastačić<sup>9</sup> prikazali uporabu "jack-knifing" algoritma na malom skupu podataka (do 15 mjerena) iz HPBS-a. Zatim su u<sup>7</sup> objašnjeni principi uporabe Lagrangeova koeficijenta u jednadžbama običnoga kriginga te predložen algoritam za njegov izračun.

##### **4.1. "Jack-knifing" metodologija uporabljena na malome skupu podataka iz HPBS-a**

Variogramska analiza predstavlja standardni alat za prostornu analizu svojstava ležišta ugljikovodika, no i dalje sadrži određene nesigurnosti koje su rezultat nekoliko uzroka. Prvi je nesavršenost mjernih uređaja. Drugi (i češći) je premali broj bušotina, tj. podataka, te njihov česti nepravilni raspored, koji ne omoguće pouzdani izračun. Taj, drugi, izvor nesigurnosti može se empirijski kvantificirati koristeći metodu nazvanu "jack-knifing". Njezina primjena na podatcima iz polja Stari Gradac-Barcs Nyugat opisana je u<sup>9</sup>. Izračunat je neusmjereni eksperimentalni semivariogram za podatke prikupljene u klastitima badenske starosti, te aproksimiran sfernim modelom. Zatim je izračunat skup od "n" tzv. "jack-knifed" semivariograma, na temelju kojih je bilo moguće dobiti intervale nesigurnosti oko svake variogramske točke (slika 4.1).

Bilo je moguće odrediti pojedinačne bušotine koje su najviše utjecale na širinu razreda nesigurnosti, tj. one bušotine u polju Stari Gradac-Barcs Nyugat u čijim vrijednostima je nesigurnost bila najviše izražena (slika 4.2). Mjesta tih bušotina predstavljaju središta zone u kojima je najveća pogreška procjene temeljene na opisanom prostornom modelu.

Lagrangeov multiplikator dodan je u jednadžbe običnoga kriginga sa svrhom minimiziranja varijance procjene. Zbog toga poznavanje te vrijednosti unutar

matrica te načina kako ju najbolje izračunati predstavlja veliku prednost prilikom interpolacije nekoga skupa podataka. Uloga uporabe multiplikatora detaljno je prikazana u radu<sup>7</sup> na primjeru procjena jednostavnim i običnim krigingom za isti skup mjerena (slika 4.3). U tom primjeru vrijednost multiplikatora od -0,931 9 rezultirala je nižom varijancom procjene kod običnoga (6,70 m<sup>2</sup>) negoli jednostavnog (7,63 m<sup>3</sup>) kriginga.

Sljedeći test uključio je nekoliko kalkulacija matrica običnog kriginga za 4 poznate vrijednosti u polovištima stranica kvadrata te nepoznatu vrijednost u njegovom središtu.<sup>7</sup> Eksperimentalni variogram aproksimiran je sfernim modelom s pragom 1, dosegom 200 m te bez odstupanja. Testirane su vrijednosti Lagrangeova koeficijenta od 0,06, 0,9 i -0,9. Minimalna varijanca procjene dobivena je za prvu vrijednost. Algoritam za izračun vrijednosti koeficijenta koji će osigurati najmanju varijancu kriginga prikazan je na slici 4.4.

#### **5. ČETVRTO RAZDOBLJE NAPREDNE PRIMJENE KOKRIGINGA, INDIKATORSKOG KRIGINGA I SIMULACIJA (OD 2009.)**

To razdoblje uključilo je primjenu drugih geostatističkih tehniki od ranije opisanih. Posebno je obilježeno širokom uporabom stohastičkih simulacija, poglavito kod interpretacije taložnih okoliša i ležišnih litofacijesa.

##### **5.1. Primjena kokriginga u ležištima obilježenima sekundarnom poroznošću**

Metoda kokriginga pokazala je svoju prednost kod analize jednoga ležišnog litofacijesa u polju Molve. Heterogenost cijelog ležišta zahtijeva je pojedinačno kartiranje svakoga od četiri litofacijesa. Unutar litofacijesa "III" donjotrijaske starosti (litološki uglavnom sastavljenom od kvarcita) izračunata je korelacija s vrijednošću  $R=0,51$  između varijabli poroznosti (kao primarne) te snage refleksije (kao sekundarne)<sup>8,10</sup>. Dokazano je kako je korelacija statistički značajna uporabom t-testa. Kako je sekundarna varijabla bila uzorkovana na puno više točaka unutar mreže negoli primarna (2 500 nasuprot 16 točaka), na temelju tih podataka izračunat je anizotropni variogramski model (slika 5.1) iz kojega su variogramski parametri bili puno bolje određeni negoli da je uporabljena primarna varijabla.

Tako je za primarnu variogramsku os pravca pružanja 120° širina razreda bila 350 m, doseg 4 000 m te je aproksimiran sfernim modelom. Doseg na sekundarnoj osi bio je 2 900 m, a interpolacija poroznosti je načinjena tehnikom običnog kokriginga (slika 5.2).

Indikatorski kriging je posebna interpolacijska tehnika kojoj prethodi transformacija podataka, tj. interpolacija se radi s ne-linearno transformiranim podatcima. Novak Zelenika et al.<sup>14</sup> su prikazali takvu indikatorsku analizu za podatke poroznosti prikupljene u gornjomiocenskom ležištu polja Kloštar (slika 5.3). Svaka odabrana granična vrijednost bila je opisana vlastitim variogramskim modelom iz kojega je načinjena odgovarajuća karta vjerojatnosti (slika 5.4). Skup takvih karata predstavlja je osnovu za interpretaciju današnjih

pružanja pojedinačnih litofacijesa, a iz kojih se može zaključiti o smjerovima paleotransporta i granicama taložnog okoliša tijekom gornjega panona i donjega ponta unutar granica strukture Kloštar.

### **5.3. Istovremena primjena indikatorskog kriginga (IK), sekvencijskih indikatorskih (SIS) i sekvencijskih Gaussovih simulacija (SGS)**

Takva istovremena primjena te usporedba dobivenih determinističkih i stohastičkih rezultata načinjena je (ponovno) na podatcima iz polja Kloštar.<sup>12,13</sup> Bila su dostupna dva slična skupa podataka. Jedan je prikupljen u gornjopanonskim (23 podatka), a drugi u donjopontskim (19 podataka) ležišnim pješčenjačkim "serijama". Tu su prenijeti neki rezultati objavljeni u<sup>12</sup>, a dobiveni za varijable debljine, poroznosti i dubine. Poroznost je procijenjena uporabom sekvencijskih Gaussovih simulacija, a kako bi se ocrtale zone najveće heterogenosti ležišta, ali i opći smjerovi njezine najveće vrijednosti koji ujedno odgovaraju pružanju glavnoj taložnog kanala (slika 5.5). Slične analize načinjene su za varijable debljine i dubine (slike 5.6 i 5.7), a kako bi se potvrstile pretpostavke donesene na temelju modeliranja poroznosti.

Jedan od najvažnijih rezultata koji se može dobiti kasnijom obrad bom tih rezultata (skupa realizacija) je izračun novoga histograma (slika 5.8) za kartiranu varijablu. Tijekom simulacije sve simulirane vrijednosti postaju smatrane "čvrstim" podatcima, ravnopravnim mjenjerima. Kako se simulacija sekvenčijski odvija na taj način raste broj "čvrstih" podataka što na njezinom kraju omogućuje izračun histograma na temelju znatno većeg broja podataka od onih u ulaznom skupu.

Stohastički pristup posebno je koristan kada je veličina ulaznog skupa "umjerena", tj. nešto veća od procijenjenog minimuma da bi se geostatistika mogla uporabiti. Kod većine stohastičkih analiza načinjenih u HPBS broj takvih podataka kretao se između 18 i 23 vrijednosti, a tada variogramski model još uvijek uključuje "znatne" nesigurnosti. Uporabom stohastičkih rezultata za ocrtanje zona većih nesigurnosti procjene mogu se znatno poboljšati daljnje analize (koje ne trebaju nužno biti ponovno geostatističke). Također, ako su variogrami karakterizirani velikim odstupanjem stohastički rezultati dijelom mogu odstraniti pojavu "bull's-eye" oblika, što se može uočiti na slikama 5.5 i 5.7.

## **6. ZAKLJUČCI**

Kroz dane primjere lako se može pratiti razvoj geostatistike kroz četiri razdoblja njezine uporabe u analizama načinjenim u ležištima ugljikovodika u HPBS-u.

- Prvo razdoblje obuhvatilo je jednostavne, no brojne izračune variograma u jednoj dimenziji, uglavnom načinjene u prostoru Bjelovarske subdepresije.
- Drugo razdoblje obilježeno je uporabom jednostavnog i običnog kriginga za kartiranje, uglavnom poroznosti ležišta. To je također bilo vrijeme kada su načinjene prve karte metodom kokriginga, ali i uspoređeni

rezultati nekoliko geostatističkih i drugih metoda/tehnika uporabom srednje kvadratne pogreške procjene, a kako bi se odabrala "najprimjerenija" karta.

- Treći period uključio je rad na izučavanju i uporabi "jack-knifing" metode uzorkovanja, a kako bi se odredila kartirana područja obilježena najvećom nesigurnošću variogramskog rezultata te posljedično procjene. Također je određen algoritam za izračun vrijednosti Lagrangeovog multiplikatora u jednadžbama običnoga kriginga.
- Četvrt razdoblje obuhvatilo je rad s "nelinearnom" tehnikom indikatorskog kriginga te uporabu simulacija, kako Gaussovih tako i indikatorskih.

Svaki oblik prikazanih geostatističkih analiza uvijek zahtijeva pažljiv odabir geološke varijable(i) koju se želi kartirati. To podrazumijeva da su one izmjerene u statistički značajno broju, korektno osrednjene te da su obilježene normalnom razdiobom. Izuzetak su indikatorske metode koje su namijenjene za podatke bez takve razdiobe. Također i podatci s log-normalnom razdiobom često se mogu transformirati tako da poprime svojstva normalne distribucije. Nadalje, kod uporabe indikatorskih metoda (indikatorskog kriginga i sekvenčijskih indikatorskih simulacija) potrebno je pažljivo odabrati granične vrijednosti. U slučaju kada one određuju preveliki broj razreda (npr. iznad 10) za kartiranu varijablu, vrijeme obradbe značajno se produžuje, a potrebno je da ulazni skup dostigne neku minimalnu veličinu (npr. preko 30 podataka). Suprotno tomu, uporaba tek nekoliko graničnih vrijednosti (ispod 5) može rezultirati u gubitku mogućnosti opažanja geoloških značajki koje se žele prikazati odabranom varijablom. Određivanje klase koje će približno slijediti normalnu razdiobu može biti korisno, jer omogućuje uporabu deskriptivne statistike te lakšu interpretaciju indikatorskih karata koje su inače uvijek načinjene podrazumijevajući samo stacionarnost 3. reda.

Na temelju iskustva (tj. danih primjera) ovdje se može ustvrditi kako se geostatističko kartiranje ležišta može najlakše primijeniti kod promatranja poroznosti i debljine kao ležišnih varijabli. Poroznost je, "po definiciji", određena normalnom razdiobom. U nekim posebnim slučajevima tim svojstvom se može okarakterizirati i debljina, npr. kada je ta varijabla uzorkovana u taložnim paleokolišima posebne geometrije. Broj podataka koji se mogu kartirati geostatistikom također se može procijeniti iz iskustva. Takav skup s manje od 10 podataka ne može se variogramski analizirati, pa se za moguće kartiranje trebaju primijeniti matematički jednostavnije metode poput inverzne udaljenosti ili samo zonalne procjene poput najbližeg susjedstva. Kod skupova s 10 - 20 točaka uobičajeno se koriste obični ili jednostavni kriging, no variogrami i dalje uključuju nesigurnosti, posebno oko nekih od prikazanih eksperimentalnih točaka. Čak i u takvim slučajevima, vrijednost srednje kvadratne pogreške bit će najmanja kod geostatističkih rezultata. Međutim, indikatorski kriging, koji se koristi kod nelinearno transformiranih ulaznih podataka, a uključuje iznad 5 graničnih vrijednosti, primjenit će se za skupove s oko 20 ili više podataka. Za brojnije

skupove geostatističke metode predstavljat će uvjek prvi odabir. Nadalje, kriging uvijek može zamijeniti jednaki algoritam kriginga ako postoji značajno korelirana sekundarna varijabla. Postojanje takve varijable može omogućiti primjenu geostatističkog kartiranja kod skupova od 10 do 15 podataka, kada uporaba kriginga može biti upitna.

Slična pravila vrijede i kod primjene simulacija. No tu se javlja i potreba određivanja broja jednakovjerojatnih realizacija. Kod skupova s 30 i više podataka obično se računa veliki skup (nekoliko desetaka ili često stotinu) takvih rješenja. Cijeli takav skup može kasnije biti lako obrađen u svrhu izračuna vrijednosti poput medijanske, najmanje, najveće i sličnih realizacija (ako je kartirana takva varijabla da se njezina vrijednost po cilijama može recimo sumirati). No, kada je ulazni skup relativno oskudan (10 - 20 podataka), pa se žele samo okonturiti zone najveće promjenjivosti, tj. nesigurnosti, dovoljno je načiniti 5 - 10 realizacija.

## BILJEŠKA

Većina rezultata prikazanih u ovome radu prvi je puta prikupljena i prikazana tijekom pozvanog predavanja. Ono je održano na Zavodu za geologiju i paleontologiju na Sveučilištu u Segedu, u Mađarskoj, 9. prosinca 2011. godine. Predstavljalo je dio nastavnog programa na kolegiju iz geostatistike čiji je nositelj prof. dr. sc. János Geiger.



**Tomislav Malvić**, INA-Industrija nafte d.d., Sektor za geologiju i upravljanje ležišta, Šubiceva 29, 10000 Zagreb, e-pošta: tomislav.malvic@ina.hr  
Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zavod za geologiju i geološko inženjerstvo, Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

UDK: 550.8 : 553.28 : 551.4 :519.876.5 (497.5)

550.8            geološka istraživanja  
553.28          vrste ležišta, osobine ležišta  
551.4          kartografija, kriging  
519.876.5       simulacije, geostatistika  
(497.5)        R. Hrvatska, Panonski bazen