Kosta Ugrinović*

ISSN 0469-6255
(127-134)

OPTIMALNA STRUKTURA PASIVNOGA SONARA ZA DETEKCIJU VRLO SLABIH ŠIROKOPOJASNIH SIGNALA

Optimal structure of the passive sonar for detecting very weak broad-band signals

UDK 656.61:681 883*681.883:656.61
Izvorni znanstveni članak
Original scientific paper

Sažetak

U radu se razmatra primjena optimalne statističke detekcije za pasivni sonar. Koristi se Neyman--Pearsonovim statističkim kriterijem iz Bayesove familije vjerojatnosnih testova. Pretpostavlja se da je hidroakustički šum plovila na mjestu prijema (korisni signal) vrlo slab te širokopojasan, stacionaran i ergodički obojeni stohastički proces Gaussove distribucije. Za hidroakustički okolni šum dubokoga mora (smetnju) uzima se da je širokopojasan, stacionaran i ergodički obojeni Gaussov stohastički proces. Pretpostavlja se da je spektar gustoće snage hidroakustičkog okolnog šuma dubokoga mora poznata i determinirana funkcija frekvencije. U radu se obuhvaća područje od 500 Hz do 10 kHz.

Ključne riječi: optimalna detekcija, pasivni sonar, šum plovila, šum dubokoga mora

Summary

OPTIMAL STRUCTURE OF THE PASSIVE SONAR FOR DETECTING VERY WEAK BROAD-BAND SIGNALS - The article deals with the application of the optimal statistical detection for the passive sonar. The Neyman-Pearson statistical criterium of Bayes family probability tests is considered. It is supposed that the underwater vessel noise on the receiving location (useful signal) is a very weak broadband, stationary and ergodic colored stochastic process with the Gaussian distribution. The deep-sea ambient noise (interference) is supposed to be a broadband, stationary and ergodic colored Gaussian stochastic process. Its power spectral density is a known and deterministic function versus frequency. The article covers the frequency band from 500 Hz to 10 kHz.

Key words: optimal detection, passive sonar, vessel noise, deep-sea noise

1. Uvod

Introduction

Dosadašnja ispitivanja pokazuju da se za hidroakustički šum plovila i za hidroakustički šum dubokoga mora pojedinačno smije pretpostaviti da su ergodički i stacionarni Gaussovi stohastički procesi u frekvencijskom intervalu od 500 Hz do 10 kHz. Ti procesi posjeduju determinirane spektre gustoće snage, koji svojim oblicima odražavaju svu složenost odgovarajućih vremenskih procesa. S obzirom na međusobnu statističku nezavisnost tih procesa, spektar gustoće snage njihove smjese na udaljenome mjestu prijema (primljenoga signala) jednak je zbroju pojedinačnih spektara gustoće snage. Dakle, primljeni je signal aditivna smjesa korisnoga signala (šuma plovila na mjestu prijema) i smetnje (okolnoga šuma dubokoga mora na mjestu prijema).

***prof. dr. sc. Kosta Ugrinović, dipl. ing., Fakultet prirodoslovno-matematičkih znanosti i odgojnih područja, Sveučilište u Splitu, Teslina 12/III, 21000 Split**

Hidroakustičko polje plovila vrlo je složeno. Ono je suma pojedinačnih hidroakustičkih polja koja nastaju slučajnom pobudom morske vode zbog niza međusobno statistički nezavisnih izvora zvuka na plovilu.

Poradi toga se hidroakustičko polje plovila može promatrati kao stohastički proces. Propagacijom hidroakustičkoga vala od plovila do hidrofonskoga niza (osjetila pasivnoga sonara) ono doživljava dodatnu stohastičku promjenu jer je morska voda akustički medij sa slučajnom vremenskom promjenom homogenosti.

Spektar gustoće snage korisnoga signala (šuma plovila na udaljenome mjestu prijema) sastoji se od širokopojasnoga dijela i niza uskopojasnih dijelova. Širokopojasni je dio po obliku sličan spektru gustoće snage okolnoga šuma dubokoga mora, a nastaje pretežno zbog pojave kavitacije na pogonskome vijku plovila, i proteže se uglavnom u frekvencijskom intervalu od 500 Hz do 10 kHz s nagibom od -6±1 dB po oktavi. Niz uskopojasnih dijelova, koncentriranih oko pojedinih konstantnih frekvencija, nastaje poradi transformacije emitiranih izraženih tonova u šumu plovila nakon propagacije u morskoj vodi, i proteže se uglavnom u frekvencijskom intervalu do 500 Hz.

Spektar gustoće snage hidroakustičkoga okolnog šuma dubokoga mora daleko od obale može se prikazati unutar nekoliko frekvencijskih područja s različitim nagibima [12] izraženo u relativnim razinama. Relativna razina spektra gustoće snage je jakost u decibelima prema jakosti ravnoga zvučnog vala efektivni tlak kojega iznosi 1 μPa, sveden na frekvencijski interval od 1 Hz [2].

U radu se istražuje optimalna struktura pasivnoga sonara isključivo za detekciju vrlo slabih korisnih signala s kontinuiranim spektrom gustoće snage u frekvencijskom intervalu od 500 Hz do 10 kHz s nagibom od -6±1 dB po oktavi, tj. za detekciju vrlo slabih korisnih signala koji su posljedica kavitacije na pogonskome vijku plovila.

2. Opće postavke o optimalnoj strukturi

General statements of the optimal structure

Detekcija korisnoga hidroakustičkog polja obavlja se pasivnim sonarom, koji ima konačan broj hidrofona uronjenih u morsku vodu po nekom prostornom rasporedu [1] [5]. Istodobno se prima onoliko prostorno-vremenskih kontinuiranih uzoraka hidroakustičkoga polja koliko pasivni sonar ima hidrofona. Na taj se način iskorištava prostorna različitost hidroakustičkoga polja neusmjerenoga šuma dubokoga mora od hidroakustičkoga polja usmjerenoga šuma plovila, za koje se može pretpostaviti da ga emitira točkasti izvor na plovilu. Također se pretpostavlja da hidroakustički val, na mjestima na kojima su uronjeni hidrofoni, propagira kao ravni val i da mu je intenzitet korisnoga dijela (koji nastaje od šuma plovila) znatno manji od intenziteta smetnje (koju uzrokuje šum dubokoga mora).

Primanje prostorno-vremenskih kontinuiranih uzoraka hidroakustičkoga polja obavljaju hidrofoni i pretvaraju ih u vremenske kontinuirane uzorke primljenoga signala. Za hidrofone se pretpostavlja da su linearni pretvornici hidroakustičkoga tlaka u električnu veličinu, da imaju jediničnu aktivnu površinu membrane i jedinični koeficijent prijenosa. Poradi toga se obrada primljenoga hidroakustičkoga polja svodi na obradu primljenoga električnog signala, za koju se također smije tvrditi da je prostorno-vremenska jer vremenski uzorci primljenoga signala na izlazima pojedinih hidrofona odgovaraju prostorno-vremenskim uzorcima primljenoga hidroakustičkog polja.

Pretpostavlja se da je primljeni signal još i ergodični stacionarni Gaussov stohastički proces s nultim statističkim očekivanjem i s konačnom varijancom, da se promatra u konačnome vremenu i propušta u konačnome frekvencijskom intervalu, pa sigurno posjeduje i konačnu srednju snagu; da mu je potpuno ili djelomično poznat oblik spektra gustoće snage i statističke srednje vrijednosti kojima će se koristiti za određivanje optimalne strukture pasivnoga sonara.

Razmatranje prostorno-vremenske obrade primljenoga signala postaje znatno jednostavnije ako se smiju međusobno odvojeno promatrati prostorna i vremenska obrada. To je tzv. faktorizacija prostorno-vremenske obrade na prostornu i vremensku. Ako je faktorizacija dopuštena, operator prostorno-vremenska obrada postaje produkt dvaju operatora: operatora prostorne obrade i operatora vremenske obrade. Operator prostorne obrade ovisi samo o nizu hidrofona i o njihovu prostornome rasporedu u morskoj vodi. Operator vremenske obrade ovisi samo o statističkim svojstvima primljenoga signala. Prostorna obrada transformira primljeni signal dovodeći ga u prikladan oblik za daljnju vremensku obradu. Nakon vremenske obrade obavlja se komparacija s fiksnim pragom i prihvaća kao istinita jedna od mogućih hipoteza - nulta ili alternativna. Nulta hipoteza H_0 znači da je primljeni signal samo okolni šum dubokoga mora, dok alternativna hipoteza H_1 znači da je primljeni signal aditivna smjesa okolnoga šuma dubokoga mora i korisnoga signala

Dakle, ako je faktorizacija dopuštena, smije se pristupiti određivanju usmjerne prostorne karakteristike pasivnoga sonara, bez obzira na statistička svojstva primljenoga signala. Isto tako, smiju se za vremensku obradu određivati različiti postupci obrade, bez obzira na postupke prostorne obrade. Naprotiv, ako nema teorijskog opravdanja za faktorizaciju, odvojeno tretiranje prostorne i vremenske obrade unosi određeni gubitak vjerojatnosti detekcije, pa razmatranu strukturu čini manje pouzdanom. Drugim riječima, takvom se metodom sinteze više ne postiže optimalna, nego suboptimalna struktura.

Očito je koliku prednost u sintezi strukture donosi faktorizacija. Zato je treba primijeniti kad je god to moguće, tj. ako su zadovoljeni nužni i dostatni uvjeti za njezinu primjenu. Nužni uvjet za faktorizaciju je medij bez raspršivanja. Faktorizacija je dopuštena za velike vrijednosti omjera srednjih snaga signala i šuma. Naprotiv, za male vrijednosti omjera srednjih snaga signala i šuma faktorizacija je dopuštena samo ako dominira šum hidrofona prema šumu dubokoga mora i ako je spektar gustoće snage šuma hidrofona jednak na svakome pojedinom hidrofonu [7].

Na mogućnost faktorizacije ima utjecaja i determiniranost primljenoga signala [2]. To razmatranje detaljizira neka razmišljanja o faktorizaciji i proširuje cjelokupno gledanje na taj problem, unoseći nova zapažanja.

Tako se pokazuje da prostorna nekoreliranost šuma dubokoga mora na pojedinim hidrofonima, uz jednak spektar gustoće snage na svakom pojedinom hidrofonu, omogućuje faktorizaciju optimalne strukture. Ova konstatacija je od bitnog značenja za daljnju analizu definiranja optimalne strukture pasivnoga sonara.

3. Sinteza optimalne strukture
Synthesis of the optimal structure

3.1. Sinteza u vremenskoj domeni
Synthesis in the time domain

Korisni hidroakustički signal $s(t)$ je Gaussov stohastički proces s nultim statističkim očekivanjem $\mu_s=0$ i s konačnom varijancom $(\sigma_s)^2$. Smetnja $n(t)$ (okolni šum dubokoga mora) je Gaussov stohastički proces s nultim statističkim očekivanjem $\mu_n=0$ i s konačnom varijancom $(\sigma_n)^2$. Primljeni hidroakustički signal $y(t)$ je Gaussov stohastički proces s nultim statističkim očekivanjem $\mu_y=0$ i s konačnom varijancom $(\sigma_y)^2$, koji je za:

- istinitu nultu hipotezu $H_0 : y(t) = n(t)$ uz $(\sigma_y)^2 = (\sigma_n)^2$ (1)

- istinitu alternativnu hipotezu $H_1 : y(t) = n(t)+s(t)$

uz $(\sigma_y)^2 = (\sigma_n)^2+(\sigma_s)^2$ (2)

pa je očito da se testiranje hipoteza odnosi na testiranje varijance primljenoga signala. Testiranje je binarno, tj. testira se istinitost nulte hipoteze prema istinitosti alternativne hipoteze. Testiranje se provodi s pomoću statističkoga testa vjerojatnosnog omjera i Neyman--Pearsonova statističkoga kriterija, koji je za pasivnu detekciju povoljniji od klasičnoga Bayesova statističkoga kriterija. Na izlazu optimalne strukture donosi se odluka o tome koja će se od dviju mogućih hipoteza prihvatiti kao istinita. Time se, u izvjesnoj mjeri, pogađa koja je od hipoteza doista istinita.

Ako optimalna struktura ima konačan broj M prostorno raspoređenih linearnih hidrofona, koji su u jednom nizu po pravcu i međusobno jednako razmaknuti, tada oni primaju konačan broj prostorno-vremenskih kontinuiranih uzoraka stohastičkoga hidroakustičkog polja. Broj primljenih uzoraka jednak je broju hidrofona, pa se nakon pretvorbe na njihovim izlazima dobiva M kontinuiranih uzoraka primljenoga signala.

Ako se tada od svakoga pojedinog uzorka primljenoga signala uzme samo konačan broj N diskretnih vremenskih uzoraka, koji su slučajne varijable distribuirane po Gaussovoj raspodjeli i koji se mogu tretirati kao koordinate slučajne domene ili kao skalarne komponente slučajnoga vektora, tada je slučajni vektor primljenoga signala y_M MN- imenzionalan, i ima pozitivno definitnu kovarijantnu matricu $Y_M = E\{y_M \tilde{y}_M\}$, gdje je $E\{.\}$ statističko očekivanje, a $\tilde{y}_M$ transponirani vektor y_M. Tada se izrazi (1) i (2) mogu napisati u ovom obliku:

- za istinitu nultu hipotezu $H_0 : y_M = n_M$ uz $Y_M = N_M$ (3)

- za istinitu alternativnu hipotezu $H_1 : y_M = n_M + s_M$

uz $Y_M = N_M + S_M$ (4)

gdje su: n_M i N_M - slučajni vektor i kovarijantna matrica smetnje;

s_M i S_M - slučajni vektor i kovarijantna matrica korisnoga signala.

Poradi toga uvjetna funkcija gustoće vjerojatnosti slučajnoga vektora primljenoga signala ima ovaj oblik [13]:

$$p_i(y_M) = \frac{\exp[-(\tilde{y}_M Y_{Mi}^{-1} y_M)/2]}{\sqrt{(2\pi)^{NM} |Y_{Mi}|}} \quad \text{za } i = 0 \text{ ili } 1 \tag{5}$$

dok je statistički test vjerojatnosnog omjera za istinitu alternativnu hipotezu:

$$H_1 : L_{1\,(y_M)} = \frac{p_1(y_M)}{p_0(y_M)} = \frac{\exp[(\tilde{y}_M Y_{M0}^{-1} y_M)/2]}{\exp[(\tilde{y}_M Y_{M1}^{-1} y_M)/2]} \sqrt{\left|\frac{Y_{M0}}{Y_{M1}}\right|} \geq L_p \tag{6}$$

gdje je L_p vrijednost fiksnoga praga za statistički test vjerojatnosnog omjera.

Logaritmiranjem i sređivanjem izraza (6) dobiva se jednostavniji oblik - tzv. test za alternativnu hipotezu reduciranoga vjerojatnosnog omjera, dakle:

$$H_1 : \tilde{y}_M Y_{M0}^{-1} y_M - \tilde{y}_M Y_{M1}^{-1} y_M \geq \ln\left|\frac{Y_{M1}}{Y_{M0}}\right| + 2\ln(L_p) \tag{7}$$

Izraz (7) pokazuje da je optimalna struktura pasivnoga sonara, uz prihvaćene pretpostavke, razlika dviju kvadratnih formi koja se uspoređuje s fiksnim pragom i donosi se odluka koja je od dviju mogućih hipoteza istinita.

Pišući izraz (7) jednostavnije, koristeći se izrazima (3) i (4), dobiva se oblik:

$$H_1 : \tilde{y}_M N_M^{-1} S_M (N_M + S_M)^{-1} y_M \geq \ln\left|1 + \frac{S_M}{N_M}\right| + 2\ln(L_p) \tag{8}$$

koji definira optimalnu strukturu pasivnoga sonara uz prihvaćene pretpostavke. Ona je u obliku operatora koji djeluje na komponente slučajnoga vektora primljenoga signala, te taj rezultat uspoređuje s fiksnim pragom. Operator optimalne strukture je nelinearan. S obzirom na to da je kovarijantna matrica slučajnoga vektora šuma pozitivno definitna i simetrična, to i njezina inverzna matrica ima iste osobine, pa se smije pisati kao umnožak dviju pozitivno definitnih trokutnih matrica [14], od kojih donja trokutna matrica dekorelira skalarne komponente slučajnoga vektora primljenoga signala i normalizira njegove varijance, pa se zato kaže da ga "izbjeljuje".

Ako je istodobno slučajni vektor Gaussov, tada njegove skalarne komponente postaju još i međusobno statistički nezavisne. Sasvim se analogno tomu može zaključiti i za kovarijantnu matricu slučajnoga vektora korisnoga signala. Dakle, može se pisati:

$$N_M^{-1} = \widetilde{A}_n A_n \text{ ili } N_M = A_n^{-1}\widetilde{A}_n^{-1} \tag{9}$$

$$S_M^{-1} = \widetilde{A}_s A_s \text{ ili } S_M = A_s^{-1}\widetilde{A}_s^{-1} \tag{10}$$

gdje su matrice A_n i A_s donje trokutne matrice dekorelacije šuma i korisnoga signala redom.

Praktična izvedba sklopova za kvadratnu obradu primljenoga signala, koju diktira izraz (8), nameće izvjesne poteškoće. Potpuna se rješivost postiže samo za dva posebna slučaja koji upravo nastaju kod pasivnoga sonara, i najčešće se pojavljuju istodobno.

Svojstva prvoga slučaja su stacionarnost primljenoga signala i dugo vrijeme njegova primanja. Svojstvo drugoga slučaja je niska energetska razina diskretnih uzoraka korisnoga signala. Navedena svojstva omogućuju primjenu spektra gustoće snage, ali i određena zanemarenja zbog niske energetske razine diskretnih uzoraka korisnoga signala. Uzevši tu činjenicu u obzir i izraze (9) i (10) optimalna struktura pasivnog sonara (8) poprima oblik:

$$H_1 : \sum_{i=1}^{N} (\widetilde{A}_s^{-1}\widetilde{A}_n A_n y)_i^2 \geq 2\ln(L_p), \tag{11}$$

koji sadržava redom: filtar za dekorelaciju slučajnoga vektora šuma A_n, filtar za oblikovanje $(\widetilde{A}_s^{-1}\widetilde{A}_n)$, kvadrator, sumator i komparator s fiksnim pragom L_p. S obzirom na to da se primljeni signal prima u dostatno dugom, ali konačnom, vremenu pretpostavlja se da vrijedi ergodička hipoteza, pa se obrada smije obaviti na temelju samo jednoga vremenskog isječka (kontinuiranog uzorka) primljenoga signala.

Neprekinutost spektra gustoće snage Gaussova stacionarnoga stohastičkog procesa s nultim statističkim očekivanjem dostatan je uvjet ergodičnosti razmatranoga procesa. Taj je uvjet ujedno dovoljan za postojanje Fourierove transformacije procesa, a može se izraziti zahtjevom konačnosti integrala apsolutne vrijednosti funkcije korelacije procesa $K_y(\tau)$, dakle [4] [6], pa je:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |K_y(\tau)| d\tau < \infty \tag{12}$$

Osim toga, srednja snaga primljenoga signala sigurno ima konačnu vrijednost, pa se dostatan uvjet ergodičnosti prema statističkom očekivanju i funkciji korelacije može i ovako formulirati [8]:

$$\lim_{\tau \to \infty} |K_y(\tau)| = 0 \tag{13}$$

Da bi diskretni vremenski uzorci primljenoga signala bili međusobno statistički nezavisni, spektar gustoće snage bi mu morao biti konstantan i frekvencijski ograničen. Drugim riječima, primljeni bi signal morao biti frekvencijski ograničeni bijeli stohastički proces.

U tome bi slučaju diskretni vremenski uzorci bili međusobno razmaknuti za $1/2W$ sekunda, gdje je veličina W frekvencijski interval propuštanja primljenoga signala u hercima. Broj diskretnih vremenskih uzoraka po pojedinom prostorno-vremenskom kontinuiranom uzorku bio bi $2WT$, gdje je T vrijeme obrade toga kontinuiranog uzorka u sekundama [11].

Ako su pojedinačno korisni signal i šum Gaussovi stohastički procesi s nultim statističkim očekivanjima i s konačnim varijancama, s konačnim i međusobno jednakim vremenom trajanja obrade T, s konačnim i međusobno jednakim frekvencijskim intervalom propuštanja W, te ako su još i stacionarni ergodički i širokopojasni s vremenom korelacije i s vremenom propagacije zvuka, u odnosu na niz hidrofona, znatno manjim od vremena obrade T primljenoga signala (TW>>1), mogu se postići optimalna rješenja za detekciju korisnoga signala u šumu. Broj diskretnih prostorno--vremenskih uzoraka primljenoga signala iznosi tada $2WTM$.

3.2. Sinteza u frekvencijskoj domeni

Synthesis in the frequency domain

Ako se još pretpostavi da je šum na izlazima pojedinih hidrofona međusobno statistički nezavisan i da su mu spektri gustoće snage međusobno jednaki, zadovoljen je nuždan i dostatan uvjet za faktorizaciju optimalne strukture (8). Međutim, izraz (8), koji definira optimalnu strukturu pasivnoga sonara, nije nimalo jednostavan za primjenu. Osnovna je poteškoća u činjenici što su diskretni vremenski uzorci primljenoga signala međusobno statistički zavisni, pa im kovarijantne matrice nisu jednostavne. Zato se analiza mora usmjeriti tako da se izabere ona metoda sinteze optimalne strukture koja će navedene kovarijantne matrice svesti na dijagonalni ili blok-dijagonalni oblik.

Drugim riječima, treba postići da izabrani diskretni uzorci primljenoga signala budu međusobno statistički nezavisni. To se može postići razvojem valnog oblika primljenoga signala u ortogonalni red kod kojega su koeficijenti međusobno nekorelirani. Pod pretpostavkom da je primljeni signal Gaussov stohastički proces, koeficijenti su i međusobno statistički nezavisni. Jedan takav razvoj je Karhunen-Loéveov, koji za stohastički proces konvergira po vjerojatnosti, tako da ga egzaktno prikazuje [4].

S obzirom na to da je već pretpostavljeno kako je vrijeme korelacije primljenoga signala puno manje od njegova vremena obrade, vrijedi da je Fourierov razvoj [4] dostatno dobra aproksimacija za ortogonalni red, koeficijenti kojega sada postaju nekorelirani i međusobno statistički nezavisni diskretni prostorno-frekvencijski uzorci primljenoga signala.

Budući da je primljeni signal pretpostavljen kao stacionarni Gaussov stohastički proces s nultim statističkim očekivanjem i s konačnom varijancom, frekvencijski omeđen i bez istosmjerne komponente, vrijedi aproksimacija [9]:

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=1}^{K} \left[y_{ck} \cos(2\pi f_k t) + y_{sk} \sin(2\pi f_k t) \right] \tag{14}$$

za:

$$0 \le t \le T; f_d \le f_1 = \frac{1}{T}; f_k = k f_1; f_g \ge f_K = \frac{K}{T}$$

gdje su: y_{ck}, y_{sk} - realni slučajni Fourierovi koeficijenti za k-ti harmonik;

f_d i f_g - donja i gornja granična frekvencija frekvencijskoga područja propuštanja primljenoga signala;

f_1 - frekvencija osnovnoga vala.

Sumiranje se u izrazu (14) obavlja preko svih diskretnih frekvencija f_k unutar intervala propuštanja primljenoga signala, pa izlazi da je:

$$f_d \le f_k \le f_g \tag{15}$$

Realni slučajni Fourierovi koeficijenti y_{ck} i y_{sk} međusobno su približno nekorelirane i statistički nezavisne Gaussove realne slučajne varijable s nultim statističkim očekivanjima i konačnim varijancama. Varijance su jednake diskretnim vrijednostima jednostranoga spektra gustoće snage za razmatrani stohastički proces na odgovarajućim frekvencijama.

Stoga se primljeni signal može, na izlazu svakoga pojedinog od M hidrofona, prikazati s $2K$ diskretnih uzoraka koji su realni slučajni Fourierovi koeficijenti za koje se smije pretpostaviti da su međusobno statistički nezavisni. Dakle, skalarne komponente slučajnoga vektora primljenoga signala sada su realni slučajni, međusobno statistički nezavisni, Fourierovi koeficijenti. Slučajni vektor primljenoga signala je, za niz od M hidrofona, $2KM$-dimenzionalan.

Jednostavniji se prikaz postiže kompleksnim Fourierovim razvojem za frekvencijski i vremenski omeđen stacionaran Gaussov stohastički proces bez istosmjerne komponente:

$$y(t) = 2\mathrm{Re}\left(\frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=1}^{K} y_k e^{j2\pi f_k t}\right) \tag{16}$$

gdje je:

$$y_k = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T y(t) e^{-j2\pi f_k t} dt \tag{17}$$

kompleksni slučajni Fourierov koeficijent za k-ti harmonik primljenoga signala.

Ako je vrijeme obrade primljenoga signala dostatno dugo, njegovi su kompleksni slučajni Fourierovi koeficijenti također međusobno nekorelirane, pa zato i statistički nezavisne kompleksne Gaussove slučajne varijable s nultim statističkim očekivanjima i s konačnim varijancama. Varijance su im jednake diskretnim vrijednostima dvostranoga spektra gustoće snage za razmatrani stohastički proces na odgovarajućim frekvencijama.

Kompleksnim se Fourierovim razvojem primljeni signal može prikazati samo s KM međusobno statistički nezavisnih kompleksnih slučajnih Fourierovih koeficijenata za k>0. Zato je slučajni vektor valnog oblika primljenoga signala sada KM-dimenzionalan.

Opravdanje za prijelaz na kompleksne slučajne Fourierove koeficijente je mogućnost primjene izomorfnih matrica. Naime, ako su diskretni uzorci valnog oblika realni slučajni Fourierovi koeficijenti, za izlaz i-toga hidrofona vrijedi izraz:

$$y(t)_i = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=1}^{K} \left[y_{cki} \cos(2\pi f_k t) + y_{ski} \sin(2\pi f_k t) \right] \tag{18}$$

gdje su: y_{cki} i y_{ski} - realni slučajni Fourierovi koeficijenti valnog oblika primljenoga signala za k-ti harmonik i i-ti hidrofon.

Slučajni vektor valnoga oblika primljenoga signala je $2KM$-dimenzionalan. Njegova je kovarijantna matrica simetrična i pozitivno definitna, pa vrijedi izraz:

$$\frac{1}{2} \tilde{y}_{2M} Y_{2M}^{-1} y_{2M} = \tilde{\tilde{\psi}}_M \Psi_M^{-1} \psi_M \tag{19}$$

gdje su: ψ_M - KM-dimenzionalni Gaussov slučajni vektor valnog oblika primljenoga signala za niz od M hidrofona, skalarne komponente kojega su kompleksni slučajni

Fourierovi koeficijenti valnog oblika primljenoga signala za pozitivne frekvencije, s nultim statističkim očekivanjima i s konačnim varijancama;

$\tilde{\tilde{\psi}}_M$ - konjugirani i transponirani slučajni vektor ψ_M;

y_{2M} - $2KM$-dimenzionalni Gaussov slučajni vektor valnog oblika primljenoga signala za niz od M hidrofona, skalarne komponente kojega su realni slučajni Fourierovi koeficijenti valnog oblika primljenoga signala za pozitivne frekvencije, s nultim statističkim očekivanjima i s konačnim varijancama;

$\tilde{y}_{2M}$ - transponirani slučajni vektor y_{2M}.

Izraz (19) omogućuje da se, uz prihvaćene pretpostavke, napiše funkcija gustoće vjerojatnosti za kompleksan Gaussov slučajni vektor, koristeći se sljedećim pomoćnim izrazom:

$$\left|y_{2M}\right|^{\frac{1}{2}} = 2^{KM}\left|\psi_M\right|, \qquad (20)$$

ili u obliku reduciranoga vjerojatnosnog omjera za alternativnu hipotezu (8):

$$H_1 : \tilde{\tilde{\psi}}_M \Theta_M^{-1} \Phi_M (\Theta_M + \Phi_M)^{-1} \psi_M \geq ln(L_p) \qquad (21)$$

gdje je: $\Phi_M = E\{\varphi_M \tilde{\tilde{\varphi}}_M\}$ - kovarijantna matrica za kompleksni slučajni vektor valnog oblika korisnoga signala φ_M;

$\Theta_M = E\{\vartheta_M \tilde{\tilde{\vartheta}}_M\}$ - kovarijantna matrica za kompleksni slučajni vektor valnog oblika šuma ϑ_M.

Na isti se način dobivaju odgovarajući izrazi za izraze (3) i (4) redom, dakle:

$$H_1 : \psi_M = \vartheta_M + \varphi_M \qquad (22)$$

za kompleksne slučajne vektore valnih oblika primljenoga signala uz istinito H_1:

$$H_1 : \Psi_M = \Theta_M + \Phi_M \qquad (23)$$

za kovarijantne matrice kompleksnih slučajnih vektora valnih oblika primljenoga signala uz istinito H_1.

Nakon niza matematičkih operacija dolazi se do izraza za kovarijantne matrice kompleksnih slučajnih vektora valnih oblika primljenoga signala uz istinitu alternativnu hipotezu H_1 [11] , i to:

- za slučajni vektor valnog oblika korisnoga signala:

$$\Phi_M = \begin{bmatrix} S(\omega_1)\Gamma & O & \dots & O \\ O & S(\omega_2)\Gamma & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ O & O & \dots & S(\omega_K)\Gamma \end{bmatrix} \qquad (24)$$

- za slučajni vektor valnog oblika okolnoga šuma dubokoga mora:

$$\Theta_M = \begin{bmatrix} N(\omega_1)I & O & \dots & O \\ O & N(\omega_2)I & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ O & O & \dots & N(\omega_K)I \end{bmatrix} \qquad (25)$$

gdje je: $S(\omega_i)$ - vrijednost dvostranoga spektra gustoće snage valnog oblika korisnoga signala za kružnu frekvenciju ω_i;

$N(\omega_i)$ - vrijednost dvostranoga spektra gustoće snage valnog oblika okolnoga šuma dubokoga mora za kružnu frekvenciju ω_i;

Γ - kvadratna M-matrica sa svim elementima jednakim 1;

I - jedinična M-matrica.

Iz izraza (24) i (25) očito je da su obje matrice blok--dijagonalne, što znatno olakšava realizaciju strukture pasivnoga sonara. Ovdje je još bitno naglasiti da je kovarijantna matrica slučajnoga vektora korisnoga signala dobivena na temelju pretpostavke o paralelnosti niza hidrofona s frontom ravnoga zvučnog vala nastaloga od šuma plovila. Time se je postigla vremenska koherentnost valnih oblika korisnoga signala na svim hidrofonima, što znači da su sva kašnjenja na pojedinim hidrofonima jednaka nuli. Taj slučaj u praksi odgovara stanju kada je smjer propagacije hidroakustičkoga šuma plovila okomit na smjer hidrofonskoga niza. U protivnome slučaju bilo bi nužno uvesti dodatni vektor vremenskoga kašnjenja, dakle [3]:

$$\boldsymbol{v_k} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_k\tau_1} \\ e^{-j\omega_k\tau_2} \\ \vdots \\ e^{-j\omega_k\tau_i} \\ \vdots \\ e^{-j\omega_k\tau_M} \end{bmatrix} \qquad (26)$$

gdje je τ_i vremensko kašnjenje na i-tome hidrofonu.

Sada se, nakon svih dobivenih izraza, može odrediti oblik kvadratne forme (21) u frekvencijskoj domeni, koja je matematički model optimalne strukture pasivnoga sonara za učinjene pretpostavke. S pomoću izrazâ (24) i (25) dobiva se oblik za izraz (21):

$$H_1: \sum_{k=1}^{K} \frac{S(\omega_k)\left|\sum_{i=1}^{M} \psi_{ki}\right|^2}{N^2(\omega_k) + MS(\omega_k)N(\omega_k)} \geq ln(L_p) \tag{27}$$

ili jednostavnije:

$$H_1: \sum_{k=1}^{K} H(\omega_k)\left|\sum_{i=1}^{M} \psi_{ki}\right|^2 \geq ln(L_p) \tag{28}$$

ili

$$H_1: \sum_{k=1}^{K} \left|H(j\omega_k)\sum_{i=1}^{M} \psi_{ki}\right|^2 \geq ln(L_p) \tag{29}$$

gdje filtar:

$$\left|H(j\omega_k)\right|^2 = \frac{S(\omega_k)}{N^2(\omega_k) + MS(\omega_k)N(\omega_k)} \tag{30}$$

ostvaruje pravilne težinske koeficijente za svaku pojedinu frekvencijsku komponentu. Ako je spektar gustoće snage korisnoga signala znatno manji od spektra gustoće snage šuma, tada izraz (30) postaje:

$$\left|H(j\omega_k)\right|^2 = \frac{S(\omega_k)}{N^2(\omega_k)} \tag{31}$$

i pretstavlja već dobro poznat Eckartov ili Zadeh--Ragazzinijev filtar [10]. S obzirom na to da vrijedi već prije pretpostavljena sličnost oblika spektra gustoće snage korisnoga signala i spektra gustoće snage okolnoga šuma dubokoga mora, vrijedi za (31) da je:

$$\left|H(j\omega_k)\right|^2 = \frac{S(\omega_k)}{N^2(\omega_k)} = \frac{qN(\omega_k)}{N^2(\omega_k)} = \frac{q}{N(\omega_k)} \tag{32}$$

gdje je q koeficijent sličnosti, tj. omjer srednjih snaga korisnoga signala i okolnoga šuma dubokoga mora za k--tu frekvenciju.

Dakle, matematički model optimalne strukture pasivnoga sonara, za alternativnu hipotezu H_1 i za sve učinjene pretpostavke, dobiva konačno oblik:

$$H_1: q\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{N(\omega_k)}\left|\sum_{i=1}^{M} \psi_{ki}\right|^2 \geq ln(L_p) \tag{33}$$

4. Diskusija i zaključak

Discussion and conclusion

S obzirom na to da su se svi razmatrani šumovi i signali mogli matematički modelirati kao ergodički stacionarni Gaussovi stohastički procesi s nultim očekivanjima, s konačnim varijancama i s djelomično poznatim spektrima gustoće snage, bilo je uputno koristiti se frekvencijskom domenom. To je još više opravdano činjenicom da se diskretni frekvencijski uzorci signala vrlo dugoga trajanja smiju tretirati kao međusobno statistički nezavisne slučajne varijable, čime se postižu jednostavnije dijagonalne i blok-dijagonalne matrice.

Rezultat sinteze pokazao je da opća optimalna struktura sadržava i karakterističan filtar (tzv. Eckartov filtar) koji je jedini određen općim izrazima za spektre gustoće snage valnih oblika korisnoga signala i okolnoga šuma dubokoga mora.

Za razmatrani slučaj vrlo slabih širokopojasnih signala Eckartov filtar praktički ovisi o spektru gustoće snage okolnoga šuma dubokoga mora i o omjeru srednjih snaga korisnoga signala i okolnoga šuma dubokoga mora na udaljenome mjestu prijema.

Literatura

References

[1] Bryn, F., Optimum Signal Processing of Three-Dimensional Arrays Operating on Gaussian Signals and Noise*,* J. Acoust. Soc. Am. 34(3)289-297, 1962.

[2] Camp, L., *Underwater Acoustics*, Wiley-Interscience, New York, 1970.

[3] Chang, J. H., F. B. Tuteur, A New Class of Adaptive Array Processors, J. Acoust. Soc. Am. 49(3)639-649, 1971.

[4] Davenport, W.B., W. L. Root and W. L. Root, *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise,* Mc Graw-Hill, New York, 1958.

[5] Kadota, T. T., D. M. Romain, Optimum Detection of Gaussian Signal Fields in the Multipath-Anisotropic Noise Enviroment and Numerical Evaluation of Detection Probabilities, IEEE Trans. on Inf. Theory 23(2)167-178, 1977.

[6] Levin, B. R., *Teoretičeskie osnovi statitičeskoj radiotehniki I*, Sovetskoe radio, Moskva, 1966.

[7] Middleton, D., H. L. Groginsky, Detection of Random Acoustic Signals by Receivers with Distributed Elements: Optimum Receiver

Structures for Normal Signal and Noise Fields, J. Acoust. Soc. Am. 38, 727-737, 1965.

[8] Mirskij, G. J. A., *Apparaturnoe opredelenie harakteristik slučajnyh processov*, Energija, Moskva, 1972.

[9] Schultheiss, P. M., Passive Sonar Detection in the Presence of Interference, J. Acoust. Soc. Am. 43(3)418-425, 1968.

[10] Schultheiss, P. M., F. B. Tuteur, Optimum and Suboptimum Detection of Directional Gaussian Signals in an Isotropic Gaussian Noise Fields (Part I): Likelihood Ratio and Power Detectors, IEEE Trans. on Mil. Electronics 9(3/4)197-211, 1965.

[11] Ugrinović, K., *Optimum Passive Sonar Structures, Doctoral Thesis in Croatian*, University of Zagreb, Zagreb, 1990.

[12] Urick, R. J., *Principles of Underwater Sound*, Mc Graw-Hill, New York, 1975.

[13] Van Trees, H. L., *Detection, Estimation, and Modulation Theory (Part I)*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1968.

[14] Whalen, A. D., *Detection of Signals in Noise*, Academic Press, New York, 1971.

Rukopis primljen: 28.6.2004.