

UDK 528.08:06.068NOBEL:53:001.894  
Pregledni znanstveni članak

# Nove revolucionarne mogućnosti u geodeziji koje pružaju otkrića za koja su dobivene Nobelove nagrade za fiziku 2005. i 1997. godine

Nikola SOLARIĆ, Miljenko SOLARIĆ – Zagreb<sup>1</sup>,  
Dražen ŠVEHLA – Darmstadt<sup>2</sup>

*SAŽETAK.* Nobelovu nagradu za fiziku 2005. godine dobili su Roy J. Glauber, John L. Hall i Theodor W. Hänsch za unapređenja u području optike. Nobelovu nagradu za fiziku 1997. godine dobili su Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji i William D. Phillips za otkriće i razvoj metode hlađenja i hvatanja u zamku atoma laserskom svjetlošću. Unapređenja koja su predložili Theodor W. Hänsch i John L. Hall uz podršku i otkrića Stevena Chua, Claudea Cohen-Tannoudjija i Williama Phillipsa pružaju nove revolucionarne mogućnosti znatnog unapređenja točnosti mjerenja u geodeziji i u velikom broju drugih područja znanosti i primjena. Tako će se s pomoću optičkih satova moći izmjeriti vrijeme čak preciznije nego atomskim satovima, te će se na taj način moći preciznije odrediti orbite navigacijskih satelita, a to znači i položaji određivanih točaka na površini Zemlje. Osim toga, otvara se mogućnost određivanja razlike gravitacijskih potencijala između točaka na površini Zemlje uz primjenu Einsteinove opće teorije relativnosti. Na taj će se način moći izravnim mjerenjima povezati visine između kontinenta, a i poboljšati povezivanja nivelmanskih mreža između pojedinih država unutar kontinenta. Osim toga bit će omogućeno i preciznije mjerenje duljina.

*Ključne riječi:* femtolaser, frekvencijski češalj, frekvencijski lineal, optički sat, mjerenje razlika gravitacijskog potencijala.

## 1. Uvod

U posljednjih tridesetak godina došlo je do revolucionarnog razvoja u izradi geodetskih instrumenata: elektroničkih tahimetara, digitalnih nivelira, total-

<sup>1</sup> Prof. emeritus dr. sc. Nikola Solarić, član emeritus Akademije tehničkih znanosti Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, e-mail: nikola.solaric@geof.hr, prof. dr. sc. Miljenko Solarić, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, e-mail: miljenko.solaric@geof.hr,

<sup>2</sup> Dr.-Ing. Dražen Švehla, dipl. ing. geod., European Space Agency, Navigation Office, Robert Bosch Str. 5, D-64293 Darmstadt, Deutschland, e-mail: drazen.svehla@esa.int.

nih stanica, GPS<sup>3</sup>-a i skenera. Međutim, zahvaljujući znanstvenom doprinosu fizičara koji su primili Nobelove nagrade za fiziku za 1997. i 2005. godinu stvorene su nove revolucionarne mogućnosti još točnijeg mjerenja vremena, čak točnijeg od mjerenja s pomoću najpreciznijih atomskih satova. Osim toga to će omogućiti preciznu spektroskopiju, preciznije mjerenje duljina, provjeru Einsteinove teorije relativnosti, provjeru različitih konstanti u području atomistike, a nalazit će i veliku primjenu u satelitskoj navigaciji, geodeziji i industriji.

## 2. Nobelova nagrada za otkrića iz fizike za 2005. godinu

Nobelovu nagradu za otkrića na području fizike za 2005. godinu dobili su Roy J. Glauber, John L. Hall i Theodor W. Hänsch (slika 1).



Roy J. Glauber

John L. Hall

Theodor W. Hänsch

Slika 1. Dobitnici Nobelove nagrade za fiziku 2005. godine (URL 1).

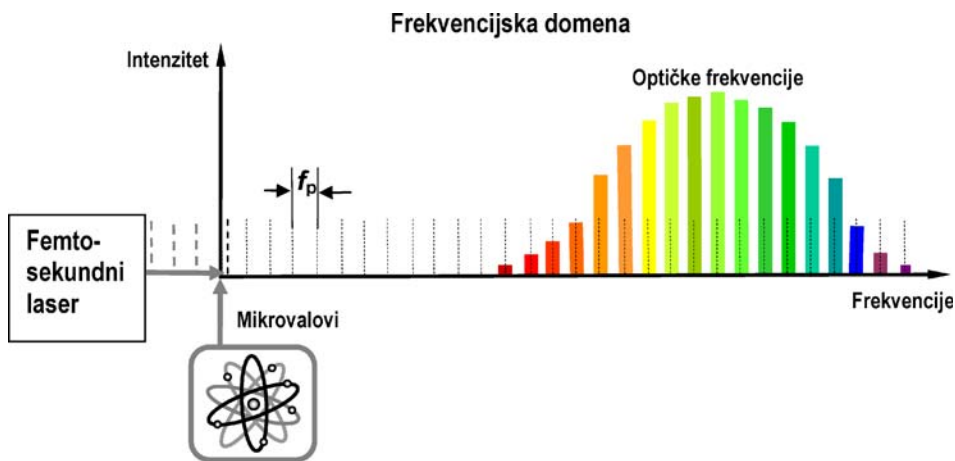
Roy J. Glauber dobio je pola nagrade jer je pokazao u teoriji kako kvantna teorija može biti primijenjena pri opisu optičkih pojava za detekcije svjetlosti (URL 13). John L. Hall i Theodor W. Hänsch dobili su drugu polovinu nagrade za doprinose u razvoju laserske spektroskopije na temelju preciznih mjerenja optičkim frekvencijskim češljem. Njihova metoda omogućuje da se preciznom spektroskopijom utvrdi točnija kvantna struktura materije i postigne veća točnost u provjeravaju temeljnih teorija u fizici. Neki pokušavaju metodu mjerenja optičkim frekventnim češljem nazvati i metodom mjerenja optičkim frekvencijskim ravnalom (engl. ruler) ili linealom, jer se zupci češlja vide kao crtice lineala između kojih se interpolacijom precizno mjeri frekvencija lasera, slično kao duljina linealom (ravnalom) na papiru.

<sup>3</sup> GPS – Global Positioning System (globalni pozicijski sustav)

## 2.1. Optički frekvencijski češalj

Danas se ni najbržim elektroničkim brojačima (frekvencmetrima) ne može direktno mjeriti frekvencija optičkih valova, jer današnji najbrži frekvencmetri mogu mjeriti frekvencije samo do frekvencije mikrovalova ( $\approx 1 \cdot 10^{10}$  Hz). Međutim, frekvencija vidljive svjetlosti znatno je veća 400–790 THz ( $4,0\text{--}7,9 \cdot 10^{14}$  Hz).

Otkriće Theodora Hänscha i Johna Halla omogućilo je da se i današnjim elektroničkim frekvencmetrima mogu indirektno mjeriti frekvencije i optičkih valova. Razvoj na tom području počeo je 1970-ih godina, kada je razvijen harmonijski optički frekvencijski niz. Tako je pokazano da postoji mogućnost mjerenja optičkih frekvencija s pomoću elektroničkih frekvencmetara. Polazeći od mikrovalova definiranih cezijevim atomskim satom generirane su više frekvencije uzastopnim koracima s pomoću nelinearnih diodnih mješača, kristala i drugih nelinearnih uređaja. Na početku čak kad je i pokrenut takav frekvencijski niz vrlo brzo je prekinut nakon nekoliko sekundi ili minuta. Do naglog poboljšanja došlo je 1999. godine u Münchenu, kad je prema Hänschovoj originalnoj ideji primijenjen femtosekundni ultrabrzi spregnuti laser<sup>4</sup> koji u optičkom mediju generira seriju stabilnih frekvencijskih linija počevši od frekvencije mikrovalova cezijeva atomskog sata ili H-masera<sup>5</sup>, pa dalje do vidljive svjetlosti (slika 2). Za razliku od vremenske domene<sup>6</sup> generirani laserski femtosekundni impulsi u optičkom mediju u frekventnoj domeni izgledaju kao stabilne frekventne linije, te na taj način definiraju optički frekvencijski češalj s razmakom između crtkanih linija definiranim frekvencijom ponavljanja paketa svjetlosti  $f_p$ . Hänschova ispitivanja pokazala su



Slika 2. Ultrastabilne optičke frekvencije u fotonskom kristalnom vlaknu koje nastaju počevši od neke frekvencije mikrovalova (URL 2).

<sup>4</sup> Spregnuti femtosekundni laser (engl. mode locked laser) je femtosekundni laser iz kojeg izlazi niz vrlo kratkih paketa svjetlosti, kod kojih paket koji izleti iz lasera uvijek ima oscilacije električnog polja u paketu u fazi kao na primjer na slici 3 (URL 8), (URL 9)

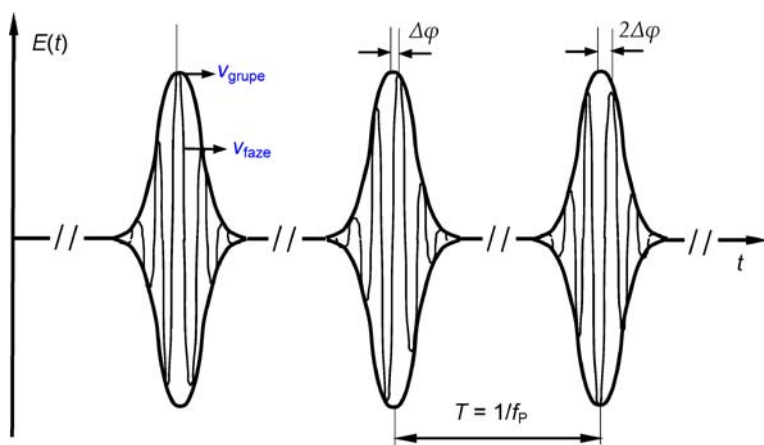
<sup>5</sup> U novije vrijeme pojavilo se rješenje definiranja frekvencije ponavljanja laserskih paketa svjetlosti korištenjem GPS prijaimnika.

<sup>6</sup> Domena – (engl. domain – polje, područje)

visok stupanj stabilnosti i jednolikog razmaka između linija frekvencije, ali se događao fazni pomak unutar paketa u optičkom sredstvu (slika 3). Zato je bio poznat samo precizni razmak između pojedinih frekvencija, a ne i njihova apsolutna vrijednost frekvencije (detaljnije o tome u sljedećem potpoglavlju).

## 2.2. Ultrabrzni spregnuti femtosekundni laser

Iz ultrabrzog femtosekundnog spregnutog lasera dobiju se vrlo kratki paketi svjetlosti od približno 100 fs ( $10^{-13}$  s). Paketi su međusobno razmaknuti za  $T = 12,5$  ns (ponavljanje paketa je 80 MHz) (slika 3). Kada paketi svjetlosti dolaze u optičko sredstvo s nekim indeksom loma svjetlosti u kojem je grupna brzina svjetlosti manja od fazne brzine, u paketu dolazi do pomaka u fazi impulsa (URL 3).



$E(t)$  – amplituda elektromagnetskog vala u ovisnosti o vremenu

$T$  – vrijeme

$\Delta\varphi$  – pomak u fazi impulsa u paketu, jer je fazna brzina svjetlosti u optičkom sredstvu veća od grupne brzine svjetlosti

$f_p$  – frekvencija ponavljanja paketa svjetlosti

$T$  – vrijeme između paketa

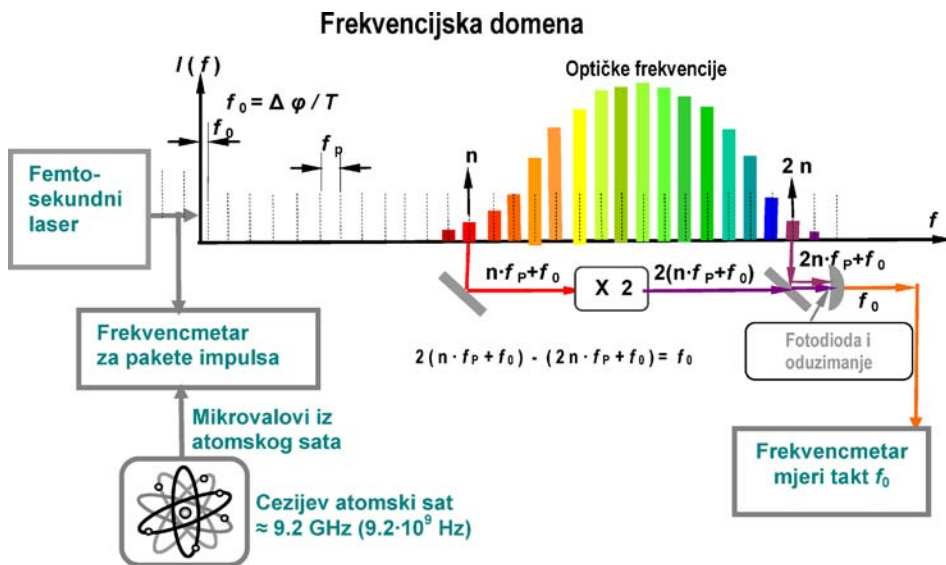
$v_{faze}$  – fazna brzina svjetlosti

$v_{grupe}$  – grupna brzina svjetlosti

Slika 3. Grafički prikaz vrlo kratkih paketa svjetlosti iz femtosekundnog lasera u ovisnosti o vremenu, u optičkom sredstvu s nekim indeksom loma svjetlosti u kojem je grupna brzina svjetlosti manja od fazne brzine. Zato dolazi do pomaka u fazi u paketu (URL 3).

Fotonski kristal u vlaknu ima periodičnu optičku nanostrukturu. To je posebni optički materijal koji pokazuje tok svjetlosti, a najčešće je u obliku optičkog vlakna. Pusti li se vrlo brzi niz paketa impulsa iz femtosekundnog lasera s frekvencijom ponavljanja paketa svjetlosti  $f_p$  kroz fotonsko kristalno vlakno, rezonantni atomski medij u fotonskom kristalnom vlaknu nema dovoljno vremena da se potpuno relaksira između dva uzastopna paketa impulsa, jer je ponavljanje takvog

niza laserskih paketa svjetlosti vrlo brzo. Zato se nakon svakog paketa svjetlosti u mediju dobiju sve više frekvencije, a razmak između crtkanih linija frekvencije je frekvencija  $f_p$ . Budući da je razmak između frekvencijskih linija konstantan, za svaku liniju može se izračunati njezina frekvencija. Tako nastaje frekventni češalj (slika 4), gdje je  $f_0$  pomak u frekvenciji koji nastaje zbog faznog pomaka vala  $\Delta\varphi$  u optičkom sredstvu vlakna,  $f_0 = \frac{\Delta\varphi}{T}$ , gdje je  $T$  – vrijeme jednog perioda.



- $I(f)$  – intenzitet svjetlosti u ovisnosti o frekvenciji  
 $f$  – frekvencija  
 $f_0$  – pomak u frekvenciji (zbog pomaka u fazi  $\Delta\varphi$ )  
 $T$  – vrijeme jednog perioda  
 $N$  – n-ti zubac u optičkom frekvencijskom češlju  
 $2n$  – 2n-ti zubac u optičkom frekvencijskom češlju  
 $X 2$  – nelinearni kristal za umnažanje frekvencije 2 puta  
 takt – frekvencije koje može izmjeriti frekvencijemjer

Slika 4. Niz frekvencija svjetlosti koje nastaju u fotonskom kristalnom vlaknu počevši od frekvencije atomskog sata, frekvencijski češalj i određivanje faznog pomaka  $f_0$  (URL 1).

Doprinos J. Halla i Th. Hänscha je u tome što su predložili kako da se izmjeri  $f_0$ , da bi se odredila apsolutna vrijednost frekvencije pojedinih zubaca u frekvencijskom češlju. Do tada je utvrđeno da je raspored zubaca u optičkom frekvencijskom češlju vrlo precizno jednoliko raspoređen, ali nije bila poznata točna apsolutna frekvencija pojedinog zupca u češlju. Frekvencija ponavljanja  $f_p$  može se mjeriti pomoću fotodetekcije izlaznog niza paketa svjetlosti iz lasera, te se može izračunati frekvencija n-tog zupca ( $n \cdot f_p$ ) na početku češlja i frekvencija zupca pri kraju češlja  $2n \cdot f_p$ . Frekvencija signala s n-tog zupca ( $n \cdot f_p + f_0$ ) pomnoži se s 2 i

oduzme se frekvencija signala s  $2n$ -tog zupca ( $2 \cdot n \cdot f_p + f_0$ ). Na taj način dobije se frekvencija  $f_0$  (takt), koja je manja od frekvencije mikrovalova i može se mjeriti frekvencmetrom:

$$2(n \cdot f_p + f_0) - (2 \cdot n \cdot f_p + f_0) = f_0 \text{ takt.}$$

Tako se svakom zupcu u frekvencijskom češlju može izračunati točna apsolutna frekvencija.

### 3. Dobitnici Nobelove nagrade za fiziku 1997. godine

Nobelovu nagradu za otkrića iz fizike za 1997. godinu za lasersko hlađenje atoma dobili su Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji i William D. Phillips (slika 5).



Steven Chu

Claude Cohen-Tannoudji

William D. Phillips

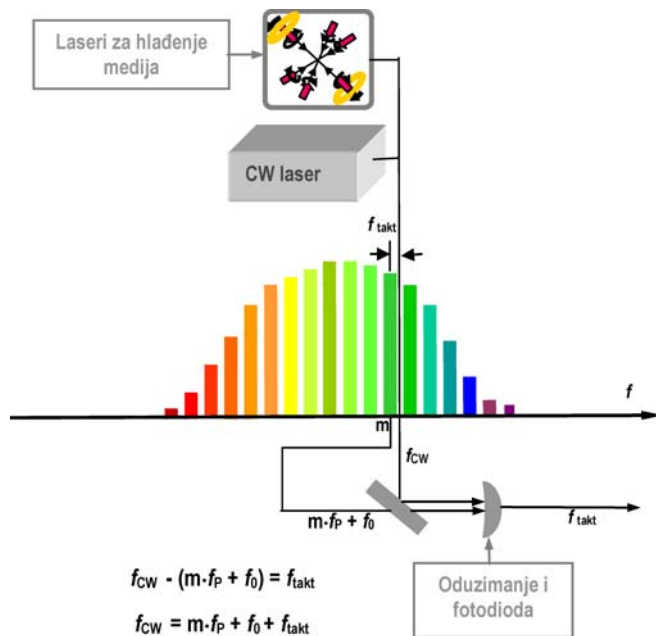
Slika 5. Dobitnici Nobelove nagrade za fiziku 1997. godine (URL 4).

#### 3.1. Mjerenje frekvencije svjetlosti koja izlazi iz CW-lasera

Da bi se precizno izmjerila frekvencija svjetlosti iz CW-lasera<sup>7</sup>, koji kontinuirano zrači svjetlost, treba medij u laseru ohladiti na vrlo nisku temperaturu. To je potrebno da zbog gibanja atoma odnosno iona kod viših temperatura za zračenja svjetlosti ne bi došlo do Dopplerovskog efekta i pomicanja (promjene) frekvencije zračene svjetlosti. Da bi se umirili atomi, odnosno ioni, medij u laseru ohladi se s pomoću više lasera (slika 6) (Kozma i dr. 2007). To je moguće prema otkriću i razvoju metode hlađenja i hvatanja u zamku atoma laserskom svjetlošću. U zamci atomi se umire te se medij u laseru ohladi. Za to otkriće dobili su Nobelovu nagradu za fiziku 1997. godine Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji i William D. Phillips.

Da bi se izmjerila frekvencija CW-lasera, svjetlosni signal frekvencije  $f_{cw}$  vodi se na sklop za oduzimanje (slika 6), a na njega se vodi i signal sa susjednog zupca

<sup>7</sup> CW-laser – (engl. Continues wave laser – kontinuirani valni laser, stalno zrači svjetlost)



Slika 6. Mjerenje frekvencije svjetlosti ultrastabilnog CW-lasera s pomoću frekvencijskog češlja (Kozma i dr. 2007).

lineala  $m \cdot f_p + f_0$ . Njihova razlika je niža frekvencija (mikroval)  $f_{takt}$ , koja se može izmjeriti frekvencimetrom. Frekvencija CW-lasera može se izračunati po formuli  $f_{CW} = m \cdot f_p + f_0 + f_{takt}$ , jer se mjeri i  $f_p$ , a i  $f_0$ .

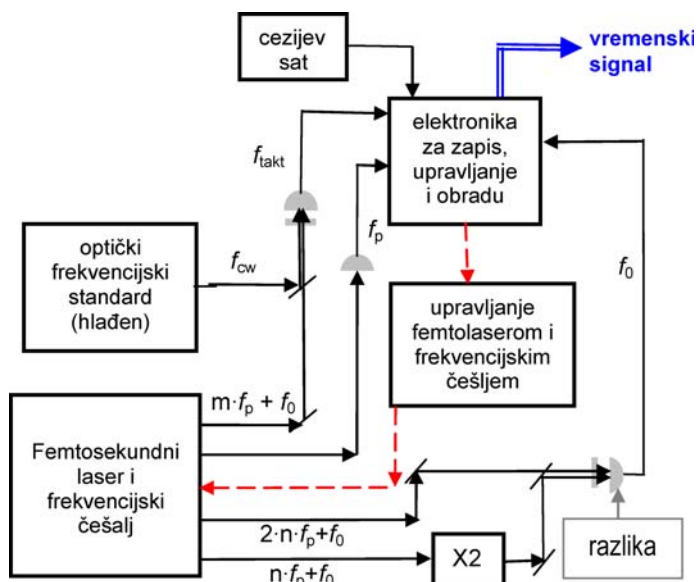
Frekvencijski češalj omogućit će postizanje relativne preciznosti mjerenja frekvencije i vremena do  $10^{-18}$ , a do sada je već postignuto bolje od  $10^{-17}$ .

Vidljiva svjetlost ima 100 000 puta više frekvencije od mikrovalova. Kako je stabilnost sata proporcionalna radnoj frekvenciji sata, satovi koji rade s pomoću optičkih prijelaza (u vidljivoj svjetlosti ili ekstremno ultraljubičastoj svjetlosti – XUV) trebali bi pružati veću stabilnost u odnosu na definirane mikrovalne prijelaze u atomskim satovima. Ta činjenica već je dugo poznata. Kad se optički satovi dokažu stabilnijima i točnijima nego mikrovalni standardi, to će vjerojatno dovesti i do nove definicije sekunde na osnovi optičkih frekvencijskih standarda, vjerojatno ne prije 2019. godine (URL 12), a neki predviđaju i prije.

#### 4. Optički sat

Optički sat je sat koji mjeri vrijeme s pomoću optičkih frekvencijskih standarda i optičkog frekvencijskog češlja. Sastoji se od optičkog frekvencijskog standarda, koji se osniva na zračenju svjetlosti iz hlađenih atoma ili iona u optičkoj zamci, da bi se zbog Dopplerovskog efekta smanjilo pomicanje i širenje zračenih frekvencija.

U optičkom satu signal iz cezijeva atomskog sata ili H-masera odlazi na elektroniku za upravljanje (slika 7), koja upravlja femtosekundnim laserom i optičkim frekvencijskim češljem. Zatim prema izmjerenim frekvencijama  $f_0$ ,  $f_p$ ,  $f_{\text{takt}}$  i  $f_{\text{CW}}$  korigira frekvenciju i vrijeme atomskog sata u dužim vremenskim periodima, pa se dobije točnije vrijeme. Zbog toga optički frekvencijski standardi mogu znatno povećati preciznost i stabilnost najboljih atomskih cezijevih satova i H-masera. Pri tom ako optički frekvencijski standard pogriješi za jedan titraj, tada to manje djeluje na vrijeme, nego ako atomski sat pogriješi za jedan titraj.

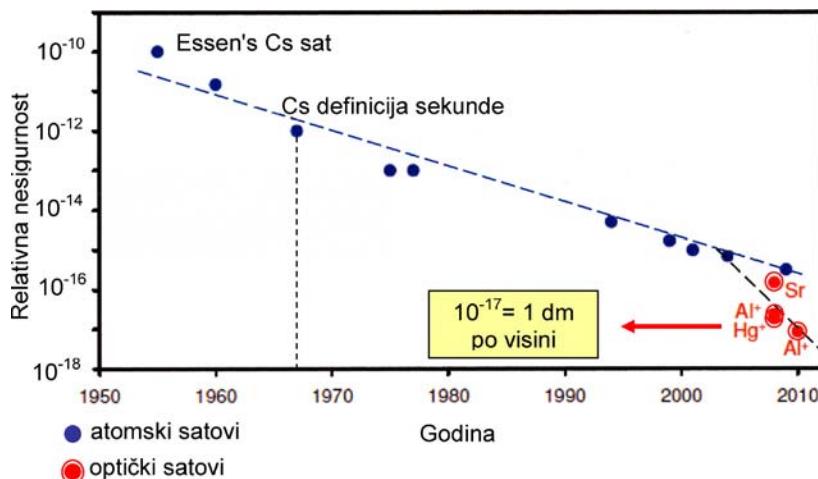


Slika 7. Shematski prikaz optičkog sata i povećanje preciznosti i stabilnosti atomskog sata pomoću optičkog frekvencijskog češlja.

Danas se u više laboratorija u svijetu istražuje koji bi optički frekvencijski standard bio najbolji. Obično se ispituje koji je od dvaju optičkih frekvencijskih standarda bolji. Uz njih se ne stavljaju atomski satovi da ne bi kvarili rezultate optičkih frekvencijskih standarda.

Nakon otkrića prvog atomskog sata 1955. godine taj je sat uvršten u nacionalne vremenske službe pojedinih država, a na slici 8 vidi se kako se mijenjala njihova mjerna nesigurnost tijekom godina. Danas su mali atomski satovi ugrađeni i u GPS-satelite. Najbolji atomski satovi imaju relativnu mjernu nesigurnost  $5 \cdot 10^{-15}$ , a danas već optički satovi mogu biti točniji od atomskih satova približno više stotina puta, tj. mogu imati mjernu nesigurnost  $8,6 \cdot 10^{-18}$ , nakon uzimanja prosjeka za 3 sata mjerenja (Chou i dr. 2010). Osim toga iz slike se vidi da se u posljednje vrijeme s optičkim satovima naglo smanjuje relativna nesigurnost, a postoje i perspektive daljnega naglog poboljšanja. Laboratoriji diljem svijeta nastoje razviti optičke frekvencijske standarde bazirane na različitim idejnim rješenjima, s različitim atomima ili ionima. Za sada su se među naj-





Slika 8. Kako se mijenjala relativna mjerna nesigurnost atomskih satova tijekom godina i zatim optičkih satova (Švehla 2008a).

boljima pokazali ioni aluminijska, žive i berilija. Danas se ne može kazati koje će od idejnih rješenja biti najbolje za međunarodni vremenski odnosno frekvencijski standard. Pokušava se i s kvantnim logičkim satovima, koji rade na principu kvantnih logičkih zaključivanja u kvantnim računalima (URL 7), te se na taj način stabilizira laser. Očekuje se da će se optički frekvencijski standardi razviti toliko da bi nakon 2019. godine moglo doći i do nove definicije sekunde (URL 12).

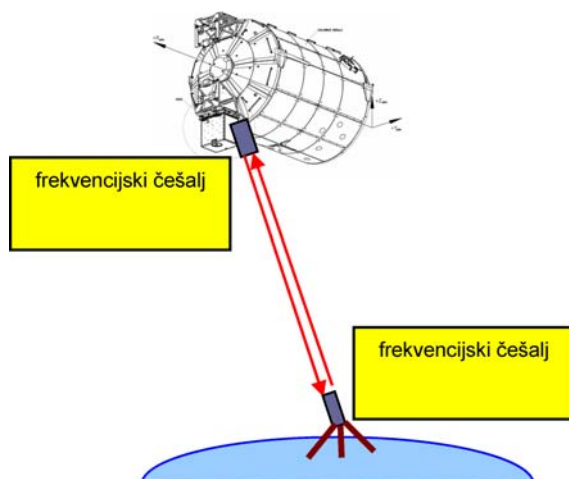
## 5. Usporedbe frekvencije i vremena dvostrukim linijama

Pri opažanju satelita sve opažačke stanice na Zemlji trebaju imati u istom trenutku isto vrijeme TAI (time atomic international). Zato se moraju uspoređivati (komparirati, prenositi) frekvencije i vremena između pojedinih stanica.

Usporedbe frekvencije atomskih satova ispod relativne točnosti od  $10^{-17}$  zahtijevaju vrlo točna laserska mjerenja ili mjerenja u mikrovalnom području. Za postizanje relativne točnosti od  $10^{-17}$  kod vala nositelja frekvencije od 10 GHz (atomskih satova), mora se mjeriti fazna razlika s vrlo visokom točnošću od  $10^{-7}$  [cycle<sup>8</sup>] ili manje od 1  $\mu$ rad. S druge strane, za mjerenja s optičkim frekvencijama od nekoliko stotina THz za postizanje relativne točnosti od  $10^{-17}$  moralo bi se mjeriti s točnošću od samo 1 mHz, tj. znatno manje precizno. Relativna točnost koja se može postići u usporedbi frekvencije nakon razdoblja od jedne sekunde u rasponu je od  $10^{-13}$  do  $10^{-15}$ , dok se  $10^{-17}$  može postići nakon razdoblja od 10 000 sekundi (Švehla 2008a, slide 34).

<sup>8</sup> cycle – engleski krug odnosno  $2\pi$

Da bi se eliminirao utjecaj atmosfere i geometrije<sup>9</sup> u prijenosu frekvencije između dviju točaka na Zemlji s pomoću opažanja satelita u Zemljinoj orbiti, primjenjuje se metoda s pomoću dvostrukih linija, odnosno signal se istovremeno emitira i prima u oba smjera. Za razliku od GPS-a gdje se mjerenja izvode samo u jednom smjeru, dvostrukim linijama je moguće direktno usporediti frekvenciju između točke na Zemlji i u Zemljinoj orbiti. Ako se istovremeno mjeri s dvije točke na površini Zemlje prema istom satelitu, moguće je direktno izmjeriti razliku frekvencija između atomskih satova na Zemlji i na taj način mjeriti razlike geopotencijala (Švehla 2008b, Švehla 2008c, Schiller i dr. 2009). Slika 9 prikazuje takav sustav usporedbe frekvencija s pomoću satelita u LEO-orbiti (Low Earth Orbit) korištenjem Columbus modula na Međunarodnoj svemirskoj postaji (Švehla 2008b). Sličan je koncept predložen za Galileo i geostacionarnu orbitu (Švehla 2008c). Slika 10 prikazuje atomske satove i nacionalne metrološke laboratorije vremena u IGS-mreži (Internacional GNSS Service). Mreža IGS-stanica upotrebljava se za određivanje orbita GNSS<sup>10</sup>-satelita (GPS, GLONASS, Galileo), ali i za usporedbu vremena i frekvencije između nacionalnih metroloških laboratorija koji definiraju realizaciju vremena UTC<sup>11</sup> i TAI<sup>12</sup>.



Slika 9. Usporedbe (komparacije, prijenos) frekvencije i vremena dvostrukim linijama preko LEO<sup>13</sup> ili GEO<sup>14</sup> (Švehla 2008a).

Stanice za opažanje GNSS-satelita (slika 10) na taj način dvostrukim linijama uspoređuju svoja vremena i frekvencije.

<sup>9</sup> geometrije – udaljenosti između stanica, odnosno satelita

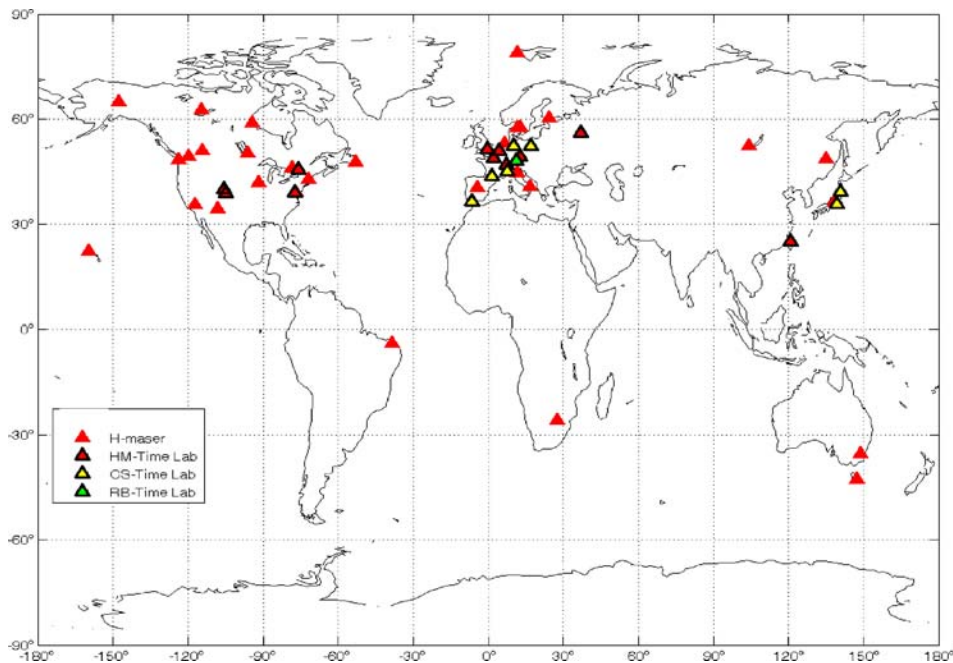
<sup>10</sup> GNSS – Global Navigation Satellite Systems (Globalni navigacijski satelitski sustav)

<sup>11</sup> UTC – Universal Time Coordinated (koordinirano svjetsko vrijeme)

<sup>12</sup> TAI – Time Atomic International

<sup>13</sup> LEO – Low Earth Orbit

<sup>14</sup> GEO – Geostationary Earth Orbit



Slika 10. *H-maseri, cezijevi atomski satovi, rubidijevi atomski satovi i laboratoriji službe vremena u IGS<sup>15</sup>-mreži za određivanje orbita GNSS-satelita, između kojih se metodom dvostrukih linija uspoređuju vrijeme i frekvencije za određivanje vremena TAI (Švehla 2008a).*

## 6. Određivanje razlike gravitacijskih potencijala između dviju točaka na površini Zemlje

Razlika gravitacijskih potencijala između dviju točaka na Zemlji može se izmjeriti na osnovi kvantne mehanike i Einsteinove opće teorije relativnosti.

Fotoelektrični efekt prvi je primijetio Alexandre Edmond Becquerel 1839. godine, tj. uočio je da svjetlost kada padne na neke metalne površine oslobađa iz njih kvante svjetlosti (poslije nazvane *fotoni*). Einstein je 1905. godine objasnio tu pojavu fotoelektričnog efekta uvodeći hipotezu kvanta svjetlosti (fotona), za što je dobio Nobelovu nagradu 1921. godine (URL 5). Tako je Einstein svjetlosti dodao i korpuskularna svojstva. Naime, svjetlost se može prema Einsteinu pojasniti kao valna pojava, ali i korpuskularno kao roj svjetlosnih zrnaca (čestica) elektromagnetske energije (fotona) kad treba pojasniti neke optičke pojave, napose *fotoefekt* (Paar 2006, str. 4).

Odnos između energije fotona  $E$  i njegove frekvencije elektromagnetskih valova  $f$  izražen je Planck–Einsteinovom jednadžbom. Ona glasi:

$$E = h_p \cdot f, \quad (1)$$

<sup>15</sup> IGS – u IGS-mreži ima više od 200 stanica širom svijeta, koje surađuju i uspoređuju svoje frekvencije i vremena

gdje je Planckova konstanta  $h_P = 6,626\ 068\ 96 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{16}$  (nazvana je u čast njemačkog fizičara Maxa Plancka) i  $f$  – frekvencija elektromagnetskih valova (URL 5). Pritom je Planckova konstanta faktor proporcionalnosti između energije i frekvencije, a to je najmanja konstanta u fizici. Svaki foton je nedjeljiv, ne može se dijeliti na dijelove. Ne postoji polovica ili trećina fotona. Foton je cijeli ili ga nema (Paar 2006, str. 4).

Ukupna energija tijela u relativističkoj mehanici po Einsteinovoj općoj teoriji relativnosti (Ivanović 1962) definirana je Einsteinovom relacijom ekvivalentnosti energije i mase:

$$E = m \cdot c^2, \quad (2)$$

gdje je  $m$  masa i  $c$  brzina svjetlosti u vakuumu ( $c = 2,999\ 792\ 458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Ovom jednadžbom izražena je povezanost energije i mase, koja pokazuje da su energija i masa linearno povezane, a faktor proporcionalnosti je kvadrat brzine svjetlosti. Iz nje se vidi da masa sadrži vrlo veliku energiju, jer se masa množi s vrlo velikim kvadratom brzine svjetlosti, koja je inače velika. Tako kad bi se jedan gram mase pretvorio u energiju, dobili bismo oko  $10^{14} \text{ J}$  energije (Kulišić 1989, str. 143), a to je golema količina energije. Zbog toga i atomska bomba ima tako strašno razornu snagu.

Kad se izjednače jednadžbe (1) i (2), dobije se kao da foton ima masu:

$$m = h_P \cdot f \cdot c^{-2}. \quad (3)$$

Iz klasične mehanike poznato je da je gravitacijski potencijal  $V$  uistinu potencijalna energija gravitacijskih sila  $U$  za jediničnu masu ( $m=1$ ). Tako se za potencijalnu energiju gravitacijskih sila  $U$  za tijelo s masom  $m$  može napisati prema (URL 6) da je:

$$U = m \cdot V. \quad (4)$$

Za foton u gravitacijskom polju Zemlje u točki A može se napisati da je njegova potencijalna energija jednaka  $U_A = m \cdot V_A$ , gdje je  $m$  masa fotona i  $V_A$  potencijal gravitacijskog polja Zemlje u točki A.

Za foton u točki B na isti se način može napisati da je  $U_B = m \cdot V_B$ , gdje je  $V_B$  potencijal gravitacijskog polja Zemlje u točki B.

Pri prijelazu fotona u gravitacijskom polju Zemlje iz točke A s gravitacijskim potencijalom  $V_A$  u točku B na površini Zemlje s potencijalom  $V_B$  energija će mu se promijeniti za iznos:

$$\Delta E = \Delta U = U_B - U_A = (V_B - V_A) \cdot h_P \cdot f \cdot c^{-2}. \quad (5)$$

<sup>16</sup> J (joule, džul) = N · m = kg · m<sup>2</sup> · s<sup>-2</sup>

Istovremeno će se fotonu promijeniti i frekvencija za  $\Delta f = f_B - f_A$ , te se može napisati da su omjer prirasta frekvencije  $f_B - f_A$  i frekvencije  $f_A$  i omjer prirasta energije i energije jednaki, tj. da je:

$$\frac{f_B - f_A}{f_A} = \frac{\Delta E}{E}. \quad (6)$$

Kad se jednadžbe (1) i (5) uvrste u (6), dobije se da je:

$$\frac{f_B - f_A}{f_A} = (V_B - V_A) \cdot c^{-2}. \quad (7)$$

Iz te jednadžbe (7) dobije se da je razlika potencijala jednaka:

$$V_B - V_A = c^2 \left( \frac{f_B}{f_A} - 1 \right). \quad (8)$$

Tako se vrlo točnim mjerenjem frekvencije nekog optičkog standarda u točki A i zatim u točki B može izračunati razlika potencijala u točkama A i B. Pritom se brzina svjetlosti  $c$  može uzeti kao poznata veličina.

Zatim se može izračunati i visinska razlika  $\Delta H$  između ekvipotencijalnih ploha koje prolaze kroz točke A i B. Iz mehanike je poznato da je rad ili energija jednaka produktu sile i duljine puta, kad sila i put leže na istom pravcu. Tako diferencijal energije pri pomaku mase  $m$  za diferencijalni put  $dr$  iznosi:

$$dE = F \cdot dr. \quad (9)$$

Zamislimo da je Zemlja homogeno tijelo s masom  $M$  koncentriranom u središtu masa (težištu) Zemlje, tada primjenom Newtonova zakona o privlačenju masa, sila privlačenja Zemlje na tijelo mase  $m$  iznosi:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}, \quad (10)$$

gdje su:

$G$  – gravitacijska konstanta

$M$  – masa Zemlje

$m$  – masa tijela

$r$  – udaljenost između središta masa (težišta) Zemlje i materijalne točke mase  $m$ .

Uvođenjem jednadžbe (10) u (9) dobije se da je:

$$dE = F \cdot dr = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} dr,$$

odnosno da je ukupna energija jednaka:

$$E = \int_r^{\infty} G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} dr = G \cdot \frac{M \cdot m}{r}, \quad (11)$$

Budući da je energija jednaka produktu mase i potencijala bit će:

$$\text{Potencijal} = \frac{\text{Energija}}{\text{masa}} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}{m} = \frac{G \cdot M}{r} = V. \quad (12)$$

Uvođenjem jednadžbe (12) u (8) slijedi da je:

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= \frac{G \cdot M}{(R + H_B)} - \frac{G \cdot M}{(R + H_A)} = \frac{G \cdot M}{R} \left( \frac{1}{\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)} - \frac{1}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)} \right) \approx \\ &\approx -\frac{G \cdot M}{R^2} (H_B - H_A) = -\frac{G \cdot M}{R^2} \cdot \Delta H_{BA} = c^2 \left( \frac{f_B}{f_A} - 1 \right), \end{aligned} \quad (13)$$

odnosno bit će:

$$\Delta H_{BA} = -c^2 \left( \frac{f_B}{f_A} - 1 \right) \frac{R^2}{G \cdot M}. \quad (14)$$

Ubrzanje sile teže  $g$  jednako je:  $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$  (gdje je  $R$  radijus Zemlje), pa se jednadžba (14) može napisati ovako:

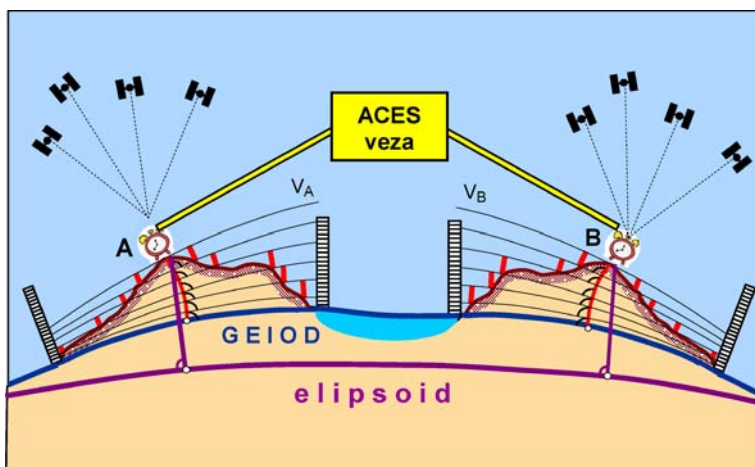
$$\Delta H_{BA} = -\frac{c^2}{g} \left( \frac{f_B}{f_A} - 1 \right). \quad (15)$$

Iz te jednadžbe (15) može se izračunati i visinska razlika točaka B i A, gdje se mogu uzeti kao vrlo točne poznate veličine brzina svjetlosti  $c$  i ubrzanje sile teže  $g$ . Pritom će se frekvencija  $f_A$  i frekvencija  $f_B$  morati izmjeriti s točnošću  $10^{-18}$ , da bi se postigla centimetarska točnost u određivanju razlike visina.

Prof. A. Bjerhammar iz Švedske prvi je obradio ideju o korištenju kvantne mehanike i opće teorije relativnosti za određivanje geopotencijala odnosno visinske razlike 1974. godine (Vermeer 1983, Muminagić 1984). Međutim, u to vrijeme nije se mogla postići zadovoljavajuća nesigurnost mjerenja frekvencije s tadašnjim atomskim satovima, pa je njegova ideja bila gotovo zaboravljena. Naime, ako bi se mjerila frekvencija s mjernom nesigurnosti od  $10^{-16}$  tada bi se visinska razlika mogla odrediti s mjernom nesigurnosti od 1 m. Ova je metoda oživjela kada su izrađeni hidrogenski maserski satovi sa stabilnosti frekvencije od  $10^{-13}$ . Međutim, ta se

stabilnost održava u relativno kratkom vremenskom intervalu od  $10^3$  s (tj. 16 minuta i 40 sekundi), što je još dodatno ograničilo korištenje Bjerhammarove metode. Zbog uporabe satova ta metoda za određivanje visina nazvana je i *kronometrijski nivelman* (chronometric levelling).

Danas se uz primjenu optičkog frekvencijskog češlja otvara mogućnost postizanja relativne mjerne nesigurnosti optičke frekvencije od  $10^{-17}$ , a to znači da bi se već danas mogle određivati visinske razlike na 1 decimetar. Međutim, vjerojatno je da će se ta mjerna nesigurnost za nekoliko godina smanjiti – poboljšati, a to znači da se u budućnosti otvara mogućnost određivanja visinskih razlika *kronometrijskim nivelmanom* s mjernom nesigurnosti od 1 cm.



Slika 11. Mjerenje razlike gravitacijskih potencijala između dviju točaka na površini Zemlje korištenjem misije ACES (Švehla 2008a).

Mjerenja razlika gravitacijskih potencijala na površini Zemlje jedan je od glavnih znanstvenih ciljeva misije ACES<sup>17</sup> na Međunarodnoj svemirskoj postaji. Gravitacijski potencijal mjeren optičkim satovima odnosno frekvencmetrima i dvosmjernom vezom ACES pokazao je da je danas relativna točnost optičkih satova  $8,6 \cdot 10^{-18}$ . Na taj način moguće je odrediti razliku gravitacijskih potencijala s približnom mjernom nesigurnosti od 10 cm po visini. Budući da se u Europi u pojedinim zemljama polazilo od mareografa iz njihovih zemalja, ima velikih razlika u visinama između pojedinih zemalja: od 0,3 m do 0,5 m. Zato se i dogodilo da je 2004. godine pri gradnji mosta preko rijeke između Njemačke i Švicarske došlo do velikih razlika u visini (od 36 cm), te je trebalo promijeniti projekt mosta, što je znatno poskupjelo projekt. Ako se nastavi povećavati točnost optičkih satova, za 5 do 10 godina može se očekivati da će se postići točnost mjerenja vremena i frekvencija takova da će se moći određivati razlike visina od 1 cm. Tada će se vjerojatno moći i povezati nivelmanske mreže pojedinih država u Europi, a i u svijetu, s približno centimetarskom točnošću.

<sup>17</sup> ACES – engl. Atomic Clock Ensemble in Space (atomski sat komplet u svemiru)

Gravitacijski potencijal na bilo kojoj točki Zemljine površine mijenja se s vremenom zbog utjecaja relativnog pomicanja Mjeseca i Sunca oko Zemlje, te regionalnih i lokalnih promjena uzrokovanih hidrološkim i klimatskim promjenama (topljenje leda na polarnim kapama, promjene vodnog nivoa velikih slivova rijeka, npr. Amozone, itd.). Te promjene potencijala nisu u isto vrijeme jednake na svim točkama na površini Zemlje. Satelitske misije kao što su CHAMP<sup>18</sup>, GRACE<sup>19</sup> i GOCE<sup>20</sup> mjere statičko i vremenski promjenjivo gravitacijsko polje Zemlje do maksimalne rezolucije od oko 100–500 km, za razliku od predložene metode, gdje se mjerenja gravitacijskog potencijala izvode izravno između bilo kojih udaljenih točaka. Za razliku od nivelmana, gdje su duljine veznih točaka limitirane dužinom vizure, predložena mjerenja gravitacijskog potencijala mogu se izvoditi na udaljenostima do nekoliko tisuća kilometara, praktično između bilo kojih dviju točaka na površini Zemlje.

## 7. Precizna mjerenja duljina

Novi načini mjerenja duljina na principu optičkog frekvencijskog češlja razvijaju se, a omogućit će višebojnu interferenciju i zbog pulsirajućeg načina rada istovremeno i TOF (time-of-flight = vrijeme leta) informaciju. Metoda TOF je poznati princip apsolutnog mjerenja duljina. Kratki optički puls reflektira se od udaljenog predmeta do kojeg se mjeri duljina i mjeri se kašnjenje tog signala u odnosu na odaslani signal. Slično se mjerilo i duljine impulsnim načinom (Benčić i Solarić 2008). Duljina se može izračunati iz vremena kašnjenja svjetlosnog signala, ako se to vrijeme pomnoži s brzinom svjetlosti i razdjeli s 2. Očekuje se da će kombinacija metode TOF i višebojne interferencije omogućiti visokoprecizna mjerenja ispod razine mikrometra i udaljenosti do tisuću kilometara u svemiru (Kozma i dr. 2007). U tom članku autor je bio i R. Holzwarth, suradnik dobitnika Nobelove nagrade T. Hänscha.

I dalje ostaje dosta veliki problem određivanja indeksa loma svjetlosti sredstva kroz koje prolazi optički signal koji se pokušava riješiti na razne načine. Za sada postoji mogućnost da će se riješiti pomoću spektroskopske metode (Wallerand i dr. 2008). Tom metodom određuje se temperatura zraka što je i najveći problem pri određivanju indeksa loma svjetlosti sredstva kroz koje prolazi optički signal. Osim toga tom metodom određuje se i vlažnost zraka. Za sada ne postoje najave da će se i s optičkim frekvencijskim češljem u tom dijelu uskoro postići veća točnost određivanja indeksa loma svjetlosti sredstva kroz koje prolazi optički signal.

Preliminarni simulirani podaci pokazuju da će se u svemiru (vakuumu) moći postizati vrlo visoka preciznost:

- na duljini do 10 m preciznost 20 nm<sup>21</sup> (relativna preciznost 10<sup>-9</sup>)
- na duljini do 1000 m preciznost 150 nm (relativna preciznost 10<sup>-10</sup>)
- na duljini do 1 milion km preciznost 100 μm (relativna preciznost 10<sup>-13</sup>).

U jednom od sljedećih članaka detaljnije će biti obrađeno mjerenje duljina femtosekundnim laserima.

<sup>18</sup> CHAMP – CHALLENGING Minisatellite Payload (satelitska misija)

<sup>19</sup> GRACE – Gravity Recovery And Climate Experiment (satelitska misija)

<sup>20</sup> GOCE – Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer (satelitska misija)

<sup>21</sup> 1 nm = 10<sup>-9</sup> m



## 8. Zaključak

Iz izloženog se vidi da su s femtosekundnim laserima i optičkim frekvencijskim češljem već sada postignuta velika povećanja točnosti mjerenja vremena optičkim satovima, a uskoro će biti omogućeno i mjerenje razlika gravitacijskih potencijala na površini Zemlje s centimetarskom točnošću. Osim toga povećat će se i preciznost mjerenja velikih duljina u vakuumu, a može se očekivati s manjim zakašnjenjem i u atmosferi.

*ZAHVALA. Najljepše zahvaljujemo akademiku Goranu Pichleru i profesoru Asimu Bilajbegoviću na vrlo korisnim primjedbama, kojima su pridonijeli boljoj kvaliteti ovog rada. Također zahvaljujemo Ministarstvu znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske što je djelomično financiralo ovaj rad, koji je izrađen u okviru projekta Razvoj znanstvenog mjeriteljskog laboratorija za geodetske instrumente br.: 007-1201785-3539.*

## Literatura

- Benčić, D., Solarić, N. (2008): Mjerni instrumenti i sustavi u geodeziji i geoinformatici, Školska knjiga, Zagreb.
- Chou, C.-W., Hume, D. B., Koelemeij, J. C. J., Wineland, D. J., Rosenband, T. (2010): Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al<sup>+</sup> Optical Clocks, *Physical Review Letters*, Forthcoming, A preprint is available at <http://arxiv.org/abs/0911.4527>.
- Ivanović, D. (1962): O teoriji relativnosti, Zavod za izdavanje udžbenika Narodne Republike Srbije, Beograd.
- Kozma, I., Sizmman, A., Holzwarth, R., Mei, M. (2007): Metrology under Control, Fiber Technology Shoots Frequency Combs to Outer Space, *Optik & Photonik*, No. 4, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co.
- Kulišić, P. (1989): Mehanika i toplina, Školska knjiga, Zagreb.
- Muminagić, A. (1984): Frekvencijski nivelman, *Geodetski list*, 1–3, 12–14.
- Paar, V. (2006): Fizika 4, Školska knjiga, Zagreb.
- Schiller, S., Tino, G. M., Gill, P., Salomon, C., Sterr, U., Peik, E., Nevsky, A., Görlitz, A., Svehla, D., Ferrari, G., Poli, N., Lusanna, L., Klein, H., Margolis, H., Le Monde, P., Laurent, P., Santarelli, G., Clairon, A., Ertmer, W., Rasel, E., Müller, J., Iorio, L., Lämmerzahl, C., Dittus, H., Gill, E., Rothacher, M., Flechner, F., Schreiber, U., Flambaum, V., Ni, W.-T., Liu, L., Chen, X., Chen, J., Gao, K., Cacciapuoti, L., Holzwarth, R., Heß, M. P., Schäfer, W. (2009): Einstein Gravity Explorer – a medium-class fundamental physics mission, *Experimental Astronomy*, 23(2), 573–610, doi: 10.1007/s10686-008-9126-5.
- Švehla, D. (2008a): A novel design for a timing and navigation system, *Kolloquium Satellitennavigation*, TU München, May 8, 2008, [http://www.nav.ei.tum.de/joomla/documents/up/kolloquium\\_svehla\\_slides.pdf](http://www.nav.ei.tum.de/joomla/documents/up/kolloquium_svehla_slides.pdf) (04.04.2011.).

- Švehla, D. (2008b): Geodesy Part of the ACES Mission: GALILEO on Board the International Space Station, Proceedings from the ESA Conference “ACES and Future GNSS-Based Earth Observation and Navigation”, May 26–27, 2008, TU München, Germany,  
<http://www.espace-tum.de/12727-bD1lbg-~aces~start.html>, (20.06.2011.).
- Švehla, D. (2008c): A Novel Design for the Navigation System and Proposal to Unify the Timing and the Positioning System Using GIOVE Follow-on, Proceedings from the ESA Conference “ACES and Future GNSS-Based Earth Observation and Navigation”, May 26–27, 2008, TU München, Germany,  
<http://www.espace-tum.de/12727-bD1lbg-~aces~start.html>, (20.06.2011.).
- Vermeer, M. (1983): Chronometric levelling, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 83:2, Helsinki.
- Wallerand, J.-P., Abou-Zeid, A., Badr, T. i dr. (2008): Towards New Absolute Long Distance Measurement Systems in Air, NCSL International 2008 Workshop and Symposium,  
[http://www.longdistanceproject.eu/files/towards\\_new\\_absolute.pdf](http://www.longdistanceproject.eu/files/towards_new_absolute.pdf), (04.04.2011.).
- URL 1: The Nobel Prize in Physics 2005, Roy J. Glauber, John L. Hall, Theodor W. Hänsch,  
[http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2005/hansch-autobio.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2005/hansch-autobio.html), (07.04.2011.).
- URL 2: Optical Frequency Comb,  
<http://www.nrc-cnrc.gc.ca/eng/projects/inms/optical-comb.html>, Fig. 6, (04.04.2011.).
- URL 3: Laboratory for femtosecond spectroscopy, Frekventni češalj (frequency comb),  
<http://projekt2.ifs.hr/comb.htm>, (05.04.2011.).
- URL 4: The Nobel Prize in Physics 1997, Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji, William D. Phillips,  
[http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1997/](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1997/), (07.04.2011.).
- URL 5: Planck constant, [http://en.wikipedia.org/wiki/Planck\\_constant](http://en.wikipedia.org/wiki/Planck_constant), (20.04.2011.).
- URL 6: Gravitational Potential,  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational\\_potential](http://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational_potential), (24.04.2011.).
- URL 7: NIST "Quantum Logic Clock",  
[http://www.nist.gov/pml/div688/logic\\_clock.cfm](http://www.nist.gov/pml/div688/logic_clock.cfm), (16.06.2011.).
- URL 8: Pulsni laseri predavanje11,  
[http://www.fer.hr/\\_download/repository/pulsni\\_laseri-predavanje11.pdf](http://www.fer.hr/_download/repository/pulsni_laseri-predavanje11.pdf), (15.06.2011.).
- URL 9: Mode Locking, [http://www.rp-photonics.com/mode\\_locking.html](http://www.rp-photonics.com/mode_locking.html), (24.06.2011.).
- URL 10: Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al<sup>+</sup> Optical Clocks, C.-W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, T. Rosenband, A preprint is available at: <http://arxiv.org/abs/0911.4527>, (15.06.2011.).
- URL 11: Photonic Frontiers: Optical Clocks: Optical clocks set the pace in accurate timekeeping,  
<http://www.laserfocusworld.com/articles/print/volume-45/issue-5/features/photonic-frontiers-optical-clocks-optical-clocks-set-the-pace-in-accurate-timekeeping.html>, (04.06.2011.).

URL 12: When should we change the definition of the second? Patrick Gill,  
[http://www.bipm.org/utis/common/pdf/RoySoc/Patrick\\_Gill.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/pdf/RoySoc/Patrick_Gill.pdf), (29.06.2011.).

URL 13: Nobelova nagrada za fiziku 2005. godine, Goran Pichler,  
<http://projekt2.ifs.hr/documents/Nobelova%20nagrada%20za%20fiziku%202005.pdf>,  
(29.06.2011.).

## New Revolutionary Possibilities in Geodesy Providing the Discoveries Awarded for Physics in 2005 and 1997

*ABSTRACT. Nobel Prize for Physics in the year 2005 was awarded to Roy J. Glauber, John L. Hall and Theodor W. Hänsch in recognition of their contribution in the field of optics. Nobel Prize for physics in 1997 was awarded to Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji and William D. Phillips for the discovery and development of the method by means of which the atoms are cooled down and trapped by laser light. The improvements that were suggested by Theodor W. Hänsch and John L. Hall supported by the discoveries made by Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji and William Phillips offer new revolutionary possibilities for significant improvement of measuring accuracy in geodesy and also in many other fields of science and application. By means of optical clocks it will be possible to measure time even more precisely than by atomic clocks, providing thus more precise determination of navigational satellite orbits, and consequently the positions of points on the Earth's surface. It also opens the possibility of determining the difference of gravitational potential between the points on the Earth's surface applying thereby the theory of relativity by Einstein. In this way it will be possible to connect the heights between the continents by means of direct measurements, and also to improve the connection of levelling networks between individual countries on the continents. More precise distance measurements will also be provided.*

*Keywords: femtolaser, frequency comb, frequency lineal, optical clock, measurement of difference in gravitation potential.*

*Primljeno: 2011-07-11*

*Prihvaćeno: 2012-02-09*