

Utjecaj trajanja i temperature skladištenja na udio laktoze u jogurtu primjenom Yates algoritma u interpretaciji plana 3^2

Nada Vahčić, Mirjana Hruškar, Milana Ritz

Izvorni znanstveni rad - Original scientific paper

UDK: 637.146.34

Sažetak

U članku "Utjecaj trajanja i temperature skladištenja na udio laktoze u jogurtu - faktorski plan 3^2 " izvršena je interpretacija rezultata pomoću Fisherovog algoritma. Primjenjujući iste rezultate izvršenog eksperimenta objavljenog u "Mljekarstvu" 3. 1994. u ovom dijelu upotrebljen je Yates algoritam kao još jedan postupak za interpretaciju eksperimentalnih podataka. Korištena su dva faktora: trajanje i temperatura i svaki na tri razine. Zavisna varijabla bila je udio laktoze u uzorcima.

Riječi natuknice: udio laktoze, Yates algoritam, faktorski plan 3^2 , trajanje skladištenja, temperatura skladištenja.

Uvod

U objavljenom članku (Vahčić i sur., 1994.) prikazan je faktorski plan sa dvije varijable (čuvanje uzoraka jogurta u trajanju od 0, 4 i 8 dana, te pri temperaturi +5°C, +15°C i +25°C).

Proračun utjecaja varijabli (faktora) obavljen je algoritmom Fisher (Montgomery, 1984.), računajući glavne utjecaje i interakcije primjenjenih nezavisnih varijabli. U proračunu koeficijenata stohastičkih odnosa proučavanih varijabli upotrebljeni su koeficijenti ortogonalnih polinoma za tip faktorskog plana (3^2). Nakon izračunavanja koeficijenata i jednadžbe regresije u dimenzijama ortogonalnih polinoma proračunati su koeficijenti u dimenzijama izmjera nezavisnih varijabli. Obzirom da je takav proračun moguć samo ukoliko se raspolože odgovarajućim informacijama o koeficijentima ortogonalnih polinoma, ovdje se želi prikazati i jednostavniji postupak Yates (Montgomery, 1984., Fisher, 1957.).

Metode i rezultati rada

Rezultati određivanja udjela laktoze u uzorcima jogurta prikazani su u tablici 1.

Primjenom uobičajenog postupka analize varijance izračunaju se vrijednosti o statističkoj značajnosti proučavanih izvora varijacije zbog razlike trajanja,

Tablica 1. Udio laktoze u jogurtu skladištenom pri 3 različite temperature tijekom 10 dana
 Table 1 Lactose content in yogurt during 10 days storage using three different temperature

Trajanje Duration (dani) (days) (A)	Laktoza (%)						Lactose (%) (B)
	Temperatura (°C) Temperature (°C)						
	+5		+15		+25		
0	4,73	9,48	4,74	9,48	4,75	9,51	28,47
	4,75		4,74		4,76		
4	4,28	8,55	3,98	7,95	3,81	7,60	24,10
	4,27		3,97		3,79		
8	3,91	7,80	3,25	6,54	3,11	6,24	20,58
	3,89		3,29		3,13		
ΣY_j	25,83		23,97		23,35		Y=73,15

temperature, njihove interakcije i "analitička pogreška". Rezultati su uneseni u tablicu 2.

Tablica 2. Analiza varijance podataka iz tablice 1.
 Table 2 Analysis of variance for results in table 1.

Izvor varijacija Source of variation	SS	Stupnjevi slobode Degrees of freedom	MS	F	Q
Trajanje Duration	5,2077444	2	2,6038722	1339440	$2,3 \times 10^{-16}$
Temperatura Temperature	0,5552444	2	0,2776222	142809	$5,5 \times 10^{-12}$
VT interakcija VT interaction	0,3610888	4	0,0902722	46436	$2,06 \times 10^{-10}$
Analiitička pogreška Analytical error	0,0017502	9	0,0001944		
Ukupno Total	6,1258278	17			

$$F_{0,05}(2/9)=4,26$$

$$F_{0,05}(4/9)=3,63$$

Fisher-ov kvocijent (F) dobiven je kao kvocijent prosječnog kvadrata određenog izvora varijacije i prosječnog kvadrata "analitičke pogreške". Q-vrijednosti u tablici 2. predstavljaju razine statističke značajnosti. U danom primjeru svi su izvori varijacija bili visoko statistički značajni.

Nakon ovog dijela može se prijeći na postupak algoritma Yates. Rezultati proračuna uneseni su u tablicu 3., a nakon toga data su objašnjenja za rezultate svakog pojedinog stupca tablice.

Stupac 1. sadrži kombinacije postupaka faktora A (vrijeme u danima) i faktora B (temperatura u °C) na tri razine; nisko (0), srednje (1) i visoko (2).

Stupac 2. sadrži rezultate pokusa (izražene kao sume paralelnih mjerenja) pod odgovarajućim uvjetima kombinacija postupaka oba faktora kako je to prikazano u stupcu 1.

Stupac 3. označen kao Yates stupac, određen iz podataka stupca 2. Brojka 25,83 suma je prve tri brojke iz stupca 2; brojka 23,97 suma je slijedeće tri brojke stupca 2; brojka 23,35 predstavlja sumu zadnje tri brojke stupca 2. Slijedeće 3 brojke dobivene su kao razlike između: treće i prve brojke stupca 2, šeste i četvrte brojke stupca 2 odnosno devete i sedme brojke stupca 2. Zadnje tri brojke u stupcu 3 određene su kao suma (prve i treće) minus dvostruke druge kao npr. $(9,48+7,80) - 2(8,55) = 0,18$ itd.

Stupac 4. ili Yates stupac 2 određen je na analogan način, ali iz stupca 3. Kako je eksperiment sadržavao samo 2 faktora, to je time prvi dio Yates postupka ujedno završen.

Kao kontrola može poslužiti usporedba prve brojke stupca 4. (73,15) koja mora biti identična sa sumom stupca 2 ($\Sigma Y_i = 73,15$) odnosno taj isti broj mora se odrediti i zbrajanjem prva tri rezultata iz stupca 3.

Stupac 5. predstavlja "utjecaje" faktora, time da velika slova označuju faktore A = trajanje skladištenja (dani)

B = temperatura (°C), a njihovi indeksi: L označuje linearnu komponentu

Q označuje kvadratnu komponentu.

Npr. B_Q označuje kvadratnu komponentu temperature ili oznaka $A_L B_Q$ označuje linearnu komponentu trajanja, te kvadratnu komponentu temperature u interakciji.

Redosljed pisanja utjecaja faktora identičan je konvenciji upisivanja kombinacija postupaka faktora u stupcima tablice br. 1, odnosno br. 3. Smisao značenja linearnih i kvadratnih komponenti teško je objasniti logično, ali se korisno primjenjuje u kompliciranijim faktorskim planovima (Montgomery, 1984.)

Važno je naglasiti da se rezultati eksperimenta upisuju redom u stupcima tablice 1. počevši pokusom s faktorima u najnižoj razini, pa slijedi pokus s faktorom (A) u srednjoj razini, te u najvišoj razini: 0-1-2 uz istovremena udruživanja faktora (B) na najnižoj razini itd.

U stupac 6. unesene su vrijednosti djelitelja za pripadajuće utjecaje kombinacije postupaka. Vrijednosti djelitelja izračunavaju se iz odnosa $2^r \times 3^t \times$

Tablica 3. Rezultati Yates algoritma s podacima tablice 1.
 Table 3 Results of Yates algorithm for data from table 1.

Kombinacije postupaka faktora (A) (B) Treatment combinations of factors (A) (B)	Maseni udio laktoze Lactose content Y_1	Yates stupac 1. Yates column 1.	Yates stupac 2. Yates column 2.	Utjecaji faktora Factors' influences	Djelitelj Divisor	SS
1	2	3	4	5	6	7
0 0	9,48	25,83	73,15	-	-	-
1 0	8,55	23,97	-7,89	A_L	12	5,187675
2 0	7,80	23,35	0,85	A_Q	36	0,020069
0 1	9,48	-1,68	-2,48	B_L	12	0,512533
1 1	7,95	-2,94	-1,59	$A_L B_L$	8	0,3160125
2 1	6,54	-3,27	0,37	$A_Q B_L$	24	0,005704
0 2	9,51	0,18	1,24	B_Q	36	0,042711
1 2	7,60	0,12	0,93	$A_L B_Q$	24	0,0360375
2 2	6,24	0,55	0,49	$A_Q B_Q$	72	0,0033347
Ukupno - Total	73,15					6,1240767

(n) gdje su:

2 = broj faktora

3 = broj razina svakog pojedinog faktora

r = broj faktora koji pripadaju danom utjecaju

t = broj faktora u planu minus linearne komponente

n = broj replika u pokusu

Tako npr. djelitelj za linearnu komponentu vremena (A_L) iznosi:

$2^1 \times 3^{2-1} \times 2 = 12$ pomnoženo sa 2, jer su 2 replike.

Za kvadratnu komponentu vremena (A_Q):

$2^1 \times 3^2 \times 2 = 36$

Za interakciju faktora AB, obje linearne komponentu su:

$A_1 B_1 = 2^2 \times 3^0 \times 2 = 8$ itd.

U stupcu 7. unesene su sume kvadrata odstupanja za svaki pojedini postupak. Rezultati se određuju kvadriranjem vrijednosti stupca 4. (Yates stupac 2.), te dijeljenjem s pripadajućim djeliteljem iz stupca 6. Tako npr. suma kvadrata

$A_L = (-7,89)^2 / 12 = 5,187675$.

Sve ostale sume kvadrata su izračunate na analogan način, te se zbroje vrijednosti suma kvadrata čitavog eksperimenta.

Rasprava

Nakon iznesenog proračuna (rezultati iz tablice 3) prelazi se na statističku interpretaciju. Najprije se utvrdi statistička značajnost svakog pojedinog utjecaja faktora, odnosno njihovih kombinacija, zašto je potrebna informacija o varijanci analitičke pogreške. Ona je određena analizom varijance (tablica 2) te iznosi 0,000194.

Suma kvadrata odstupanja analitičke pogreške može se odrediti i kao razlika sume kvadrata odstupanja ukupnih podataka iz tablice 1 i sume kvadrata odstupanja iz stupca 7 tablice 3, što može poslužiti i kao kontrola. Poznavajući vrijednost analitičke pogreške moguće je primjenom Fisherovog kvocijenta odrediti statističku značajnost svakog izračunatog utjecaja iz stupca 7 tablice 3.

Tako npr. F-kvocijent za A_L (linearnu komponentu trajanja) iznosi:

$5,187675 / 0,000194 = 26741$, a za najnižu vrijednost kvadratne komponente interakcije $A_Q B_Q$: $0,00333472 / 0,000194 = 17,2$ pa će razina značajnosti $Q = 1-P$ vjerojatnosti u prvom, odnosno u drugom slučaju iznositi:

za $F(1/9) = 26741$ $Q=0$

$F(1/9) = 17,2$ $Q=0,0025$

Sve vrijednosti utjecaja izvedenog eksperimenta plana 3^2 su statistički visoko značajne. Prema tome efikasnost plana 3^2 iznosi:

$R^2 = (SS \text{ modela} / SS \text{ ukupno}) \times 100 = (6,124077 / 6,125828) \times 100 = 99,97\%$

Ako bi se ograničili na model s linearnim komponentama (A_L i B_L), tada bi efikasnost takvog modela iznosila: $5,187675 + 0,512533 = 5,700208$

$(5,70021 / 6,125828) \times 100 = 93,1\%$

Za model sa utjecajima $A_L + B_L + A_L B_L + B_Q$ efikasnost bi iznosila: $5,187675 + 0,512533 + 0,31601 + 0,042711 = 6,058929$

$$R^2 = 6,058929 / 6,125827 \times 100 = 98,91\%$$

Jednadžba modela sa svim utjecajima (pisana u dimenzijama ortogonalnog polinoma) bi glasila:

$$\hat{Y}(P_x) = \alpha_0 + \alpha_1 P_1(x_1) + \alpha_{11} P_2(x_1) + \alpha_2 P_1(x_2) + \alpha_{22} P_2(x_2) + \alpha_{12} P_1(x_1) P_1(x_2) + \alpha_{122} P_1(x_1) P_2(x_2) + \alpha_{112} P_2(x_1) P_1(x_2) + \alpha_{1122} P_2(x_1) P_2(x_2) + \varepsilon$$

Za proračun koeficijenata u dimenzijama podataka izmjera:

$$\alpha_0 = 73,15/9 = 8,1278$$

Linearni dio prvog faktora (trajanje):

$$\alpha_1 = -7,89/12[(x_1-4)/4] = -0,6575 [(x_1-4)/4] = -0,1644 (x_1-4)$$

Linearni dio drugog faktora (temperature):

$$\alpha_2 = -2,48/12[(x_2-15)/10] = -0,2067 [(x_2-15)/10] = -0,02067 (x_2-15) \text{ itd. kao}$$

i u ranije objavljenom radu (Vahčić i sur., 1994.)

Prema tome jednadžba glasi:

$$\hat{Y} = 8,1278 + (-0,1644) (x_1-4) + 0,00442708 (x_1-4)^2 + (-0,020666) (x_2-15) + 0,0010333 (x_2-15)^2 - 0,00496875 (x_1-4) (x_2-15) + 0,00029063 (x_1-4) (x_2-15)^2 + 0,000289062 (x_1-4)^2 (x_2-15) + 0,00003828 (x_1-4)^2 (x_2-15)^2$$

Zaključak

Statistička interpretacija rezultata pokusa plana (3^2), u kome su oba faktora kvantitativna i jednakih razmaka između svojih razina, jednostavnija je u manipulaciji pomoću Yates algoritma od Fisherovog postupka, kada se računa utjecaj faktora pomoću koeficijenata ortogonalnih polinoma. Primjenom Yates algoritma jednostavnim postupkom (posve mehanički) izračunaju se utjecaji faktora kao i njihovih linearnih i kvadratnih komponenata, te odgovarajuće sume kvadrata. Varijanca analitičke pogreške može se utvrditi kao razlika suma kvadrata svih pojedinačnih rezultata pokusa i sume kvadrata utjecaja određenih Yates postupkom. Poznavajući varijancu analitičke pogreške moguće je utvrditi statističku značajnost utjecaja uzimajući u obzir linearne i kvadratne komponente glavnih utjecaja faktora i njihovih interakcija. Na kraju može se provjeriti i efikasnost modela stohastičkog odnosa varijabli.

EFFECT OF STORAGE DURATION AND TEMPERATURE ON LACTOSE CONTENT IN YOGURT USING YATES ALGORITHM IN INTERPRETATION OF FACTORIAL DESIGN 3^2

SUMMARY

In article "Effect of storage duration and temperature on lactose content in yogurt - factorial design 3^2 ", Fisher algorithm was used for results interpretation. Using the results of experiment published in "Mljekarstvo" 3/1994. in this article

the Yates algorithm was used as another procedure in interpretation of experimental data. The two factors were: time and temperature on three levels each. The dependent variable were quantities of lactose in samples.

Additional index words: lactose content, Yates algorithm, factorial design 3², duration of storage, temperature in depot.

Literatura

FISHER, R.A., YATES, F., Statistical tables for biological agricultural and medical research, Hafner Publishing Company Inc., New York, 1957.

MONTGOMERY, D.C., Design and analysis of experiments, John Wiley and sons, New York, 1984.

VAHČIĆ, N., HRUŠKAR, M., RITZ, M., VOJNOVIĆ, V., (1994): Utjecaj trajanja i temperature skladištenja na udio laktoze u jogurtu - faktorski plan 3². **Mljekarstvo**, 3/44, 167-178.

Adrese autora - Author's addresses:

Mr. Nada Vahčić

Mirjana Hruškar, dipl. ing.

Prof. dr. Milana Ritz

Prehrambeno-biotehnološki fakultet, Zagreb

Prispjelo - Received:

23. 2. 1995.