Statističke metode u kontroli kvalitete mlijeka i proizvoda*

(Nastavak iz broja 4/91.)

Prof. dr. Mirko FILAJDIĆ, dr. Milana RITZ, mr. Nada VAHČIĆ, dr. Vera VOJNOVIĆ, prof. dr. Matilda GRÜNER, mr. Diana VUJANIĆ,
Prehrambeno-biotehnološki fakultet Sveučilišta u Zagrebu

Pregledni članak — Review UDK: 637.072
Prispjelo: 13. 3. 1991.

3. Usporedba rezultata analiza sastava i kvalitete u industrijskoj preradi

Prof. dr. Mirko FILAJDIĆ, prof. dr. Matilda GRÜNER, mr. Diana VUJANIĆ

3. Usporedba rezultata analiza sastava i kvalitete proizvodnje

Metodika usporedbe ne ovisi o obliku raspodjele podataka te se svodi na utvrđivanje činjenica: da li rezultat analize pripada zadanoj veličini unutar intervala oko zahtjevanog parametra. Utvrđena podudarnost intervala povjerenja, s danom vjerojatnom pouzdanošću, sadrži u sebi prosjek osnovnog skupa (aritmetičku sredinu populacije). Pritom se ona može utvrđivati u bilo kojoj točki intervala povjerenja, uključujući krajnje granice. Na taj način, činjenica pronalaženja zadane veličine i prosjeka osnovnog skupa u određenom intervalu povjerenja govori o njegovoj vjerodostojnosti u području s danom pogreškom

3.1. Usporedba rezultata analiza sa zadanom vrijednošću parametra

PRIMJER 9.

Prilikom opremanja pasteriziranog mlijeka u tetrapak-folije utvrđeno je da je od $n = 4000$; $m = 82$ defektna primjerka.

Prema tome odnos $P_{m,n} = 82/4000 = 0,0205$.

Budući da je vjerojatnost pronalaženja defektnih primjeraka manja od 0,1, to vrijedi Poissonova raspodjela.

Budući da je $m > 50$, pogreška će se izračunati iz odnosa (formula 14, poglavlja 2.0 drugog dijela rada)

$$\varepsilon = t_{\alpha} \times \sqrt{m}/n \qquad (14)$$

Studentov parametar $t_{0,90}(\infty) = 1,64$

$\varepsilon = 1,64 \times \sqrt{82}/4000 = 0,0037$, tj. »škarta« u tom slučaju iznosi $0,0205 \pm 0,0037 = 0,0168$ do 0,024, što zaokruženjem do značajnih znamenka daje vrijednost intervala povjerenja od 2 do 2,4%. Ponavljajući taj pokus, ali s manjim uzorkom, od $n = 400$, ustanovljeno je bilo svega $m = 8$ defektnih uzoraka.

Prema tome, vjerojatnost će biti:

$P_{m,n} = 8/400 = 0,02$ što je $< 0,1$, pa vrijedi Poissonova raspodjela.

Budući da je $m < 50$, koristit će se formule (15) i (16) iz drugog dijela rada.

$P_{min} = m/F \times n$ (15) za donju granicu intervala povjerenja.

$P_{max} = \chi^2/2 \times n$ .... (16) za gornju granicu intervala.

(Značenje simbola u formulama 15 i 16 objašnjeno je u drugom dijelu rada)

* Referat održan na 29. simpoziju za mljekarsku industriju, Opatija, 1991.

Za $\alpha = 0,95$ i $f = 2(8 + 1) = 18$, Pearsonov kriterij $\chi^2 = 25,989$, (Tabl. 4 Priloga), te se izračuna:

$P_{max} = 26/2 \times 400 = 0,03$

$P_{min} = 8/2,01 \times 400 = 0,01$

Fisherov $F_{0,05}$ (∞ 16) = 2,01 (Tablica 8. Priloga)

Prema tome vjerojatnost pojave »škarta« u tom slučaju će se kretati u intervalu od 1 do 3%.

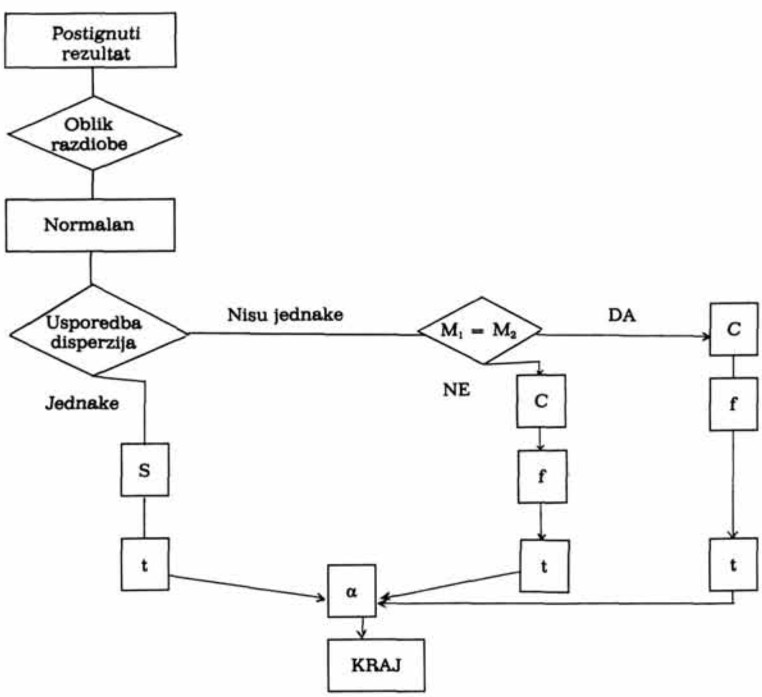
Ovaj rezultat ukazuje na grublju pogrešku od ranije analiziranog uzorka, a i veličina uzorka od jednog do drugog utvrđivanja »škarta« smanjena je 10 puta.

Pod pretpostavkom da zakonski propis (Standard) dopušta da za opremanje pasteriziranog mlijeka postotak »škarta« iznosi do 2,5% u prvom slučaju bi serija proizvoda (4000 jedinica) zadovoljavala, a u drugom slučaju (n = 400 jedinica) ne bi zadovoljila zahtjev postavljen standardom.

Stoga se može zaključiti, da je smanjenje veličine uzorka dovelo do pogrešnog zaključka, koji iz toga proizlazi za mljekaru.

3.2. Usporedba rezultata raznih analiza

Ponekad u praksi treba usporediti rezultate analize istog proizvoda u raznim vremenskim intervalima ili različitim organizacijama. Obično se postižu različite vrijednosti, te se susrećemo s problemom utvrđivanja značajnosti razlika rezultata, prikazanom na shemi (2):



Shema 2. Usporedba rezultata dvije različite analize u slučaju neprekinutih veličina.

Oblik raspodijele početnih podataka obje analize obično je unaprijed poznat, te je ne treba provjeravati. Ako je raspodjela normalna ili log. normalna, postupa se na slijedeći način:

Analizira se disperzija Fisherovim kvocijentom

$$F = S_1^2/S_2^2 \geq 1 \quad \text{(21)}$$

Vrijednost kriterija uz dane stupnjeve slobode $f_1 = n_1 - 1$ i $f_2 = n_2 - 1$, (veća varijanca podijeljena manja) provjerava se Fisherovom tabelom (Tabl. 8 — Priloga).

Ako je vjerojatnost $p \geq 0{,}05$, disperzije se smatraju jednakima, tj. njihova razlika je slučajna. U protivnom one su različite. Ako su disperzije jednake, moguće je izračunati njihovu prosječnu vrijednost iz odnosa:

$$\tilde{S}_2 = (S_1^2 \times f_1 + S_2^2 \times f_2)/f_1 + f_2 \quad \text{(22)}$$

Vrijednost kriterija Studentova parametra

$$t = \frac{d}{\tilde{S}} \sqrt{\frac{n_1 \times n_2}{n_1 + n_2}} \quad \text{(23)}$$

gdje je

$d = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$, razlika aritmetičkih sredina uzoraka. Za $f = f_1 + f_2$ koristi se vrijednost (t). (Tablica 6. Priloga), odnosno utvrdi vjerojatnost da je razlika između dviju prosječnih vrijednosti rezultata analiza jednaka. Donja granica vjerojatnosti je 0,95.

Ako su disperzije RAZLIČITE, a broj ponavljanja rezultata analiza isti ($n_1 = n_2 = n$), vrijednost kriterija Studenta računa se formulom:

$$t = \frac{d\sqrt{n}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \quad \text{(24)}$$

Broj stupnjeva slobode kriterija utvrđuje se kao

$$C = \frac{S_1^2}{S_2^2 + S_1^2} \quad \text{(25)}$$

$$f = \frac{n - 1}{C^2 + (1 - C)^2} \quad \text{(26)}$$

Za izračunatu vrijednost kriterija (t) i broj stupnjeva slobode (f) koristi se Tabela 6 (Studentove razdiobe u Prilogu), te utvrdi vjerojatnost je li razlika između aritmetičkih sredina statistički značajna ili slučajna. Ako su disperzije RAZLIČITE, ali i broj ponavljanja rezultata analiza RAZLIČIT, vrijednost Studentovog kriterija računa se formulom:

$$t = \frac{d}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}} \quad \text{(27)}$$

broj stupnjeva slobode (f) za njega iznosi:

$$C = \frac{\frac{S_1^2}{n_1}}{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \qquad (28)$$

$$f = \frac{f_1 \times f_2}{f_1(1 - C)^2 + f_2C^2} \qquad (29)$$

Prilikom korištenja ovih formula (od 25 do 29) treba naglasiti da se indeks (1) odnosi na veću, a indeks (2) na manju disperziju.

Kao posebni slučaj navodi se usporedba podataka kad su varijance osnovnog poznate. U tom je slučaju postupak proračuna Studentovog kriterija (t) pojednostavljen.

Ako je korištena ista metoda za oba uzorka, tada vrijedi odnos:

$$t = \frac{d}{\sigma} \sqrt{\frac{n_1 \times n_2}{n_1 + n_2}} \qquad (30) \text{ i } f = \infty$$

Ako su korištene za uzorke **različite metode** tada vrijedi:

$$t = \frac{d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \qquad (31)$$

Granična vrijednost α, kao i obično, iznosi 0,95.

PRIMJER 10.

Određivanje bjelančevina u uzorcima sirutke obavljeno je dvijema metodama: M-1 metodom Kjeldahl, i M-2 spektrofotometrijski. Broj ponavljanja u obje metode bio je isti $n_1 = n_2 = 6$.

	M-1	M-2
Količina bjelančevina bila je	0,9%	1,1%
Disperzije (varijance) su iznosile	0,0082	0,0910

Varijanca osnovnog skupa bila je nepoznata.

Treba utvrditi značajnost razlike postignutih rezultata.

$F = 0{,}091/0{,}0082 = 11{,}1$

$F_{0,05}\,(5/5) = 5{,}05$ (Iz tabl. 8. Priloga).

Na temelju komparacije vrijednosti F-kvocjenta proizlazi da je razlika varijanci statistički značajna.

U tom slučaju kad je $n_1 = n_2 = 6$, dakle isti, a varijance različite, kriterij Studenta će se računati pomoću formula: (24, 25 i 26):

$d = 1{,}1 - 0{,}9 = 0{,}2$

$$t = \frac{0,2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{0,0910 + 0,0082}} = 1,5554$$

$$C = \frac{0,091}{0,091 + 0,0082} = 0,9173$$

$$f = \frac{6 - 1}{(0,9173)^2 + (1 - 0,9173)^2} = 5,8943 = 6$$

Iz tablice 6 (Priloga) za f = 6 i P = 0,05 očita se vrijednost parametra t = 2,447, za našu izračunatu vrijednost t = 1,5554 i uz f = 6 stupnjeva slobode vjerojatnost $\alpha < 0,95$, što znači da se razlika između rezultata postignutih metodama M-1 i M-2 kreće unutar pogreške mjerenja, te je slučajna.

3.3. Usporedba rezultata analiza diskretnih veličina i binomne raspodjele

Za rezultate analiza izraženih kao diskretne veličine kada vrijedi binomna raspodjela ako su ispunjeni uvjeti da je

$$n \geq \frac{9}{P_{m,n}\ (1 - P_{m,n})} \qquad (32)$$

rezultati se usklađuju pomoću formule:

$$t = \frac{\left| \frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2} \right|}{\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}\left(1 - \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \qquad (33)$$

Interval povjerenja za vjerojatnost parametra (t) predstavlja po sebi dovoljno ispravnu razliku između diference u brojniku formule (33), uz graničnu vrijednost $\alpha = 0,95$.

Ako treba usklađivati više od dva rezultata, a ispunjen je zahtijev formule (32), moguće je koristiti i drugačiji proračun.

U tom slučaju rezultati pokusa se unesu u tablicu, kao što je naznačeno:

Tablica 5.

Broj pokusa	Veličina uzoraka	Pojava događaja*		
		izravnih	obratnih	nultih
1	n_1	m_1	m'_1	m''_1
2	n_2	m_2	m'_2	m''_2
3	n_3	m_3	m'_3	m''_3
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
e	n_i	m_i	m'_i	m''_i

* pod pojmom izravnih događaja misli se na: pozitivni utjecaj nekog faktora
  pod pojmom obratnih događaja misli se na: pomanjkanje utjecanja
  pod pojmom nultih događaja misli se na: prisutnost sumnjivih ili neizvjesnih utjecaja

Npr. za određivanja nepropusnosti materijala (folije) za opremu mlijeka.

Pod pojmom izravnog događaja — — — Omot propušta
Pod pojmom obratnog događaja — — — Omot ne propušta
Pod pojmom nultog događaja — — — Omot smanjene otpornosti stijenke folije, ali još ne propušta sadržinu.

U praksi može se proučavati i veći broj pojava;
Bitno je da se očuvaju uvjeti:

$n_i = m_i + m_i^{'} + m_i^{''} + \ldots\ldots$

Za pojavu svih vrsta događaja srednja vrijednost vjerojatnosti pokusa iznosi

$$P_{m,n} = \frac{\sum\limits_{i=1} m_i}{\sum\limits_{i=1}^{l} n_i} \qquad \ldots\ldots (34)$$

Koristeći se tzv. teoretskim vrijednostima vjerojatnosti, nalazi se teoretski broj frekvencija događaja svakog oblika za svaki pokus:

$$m_{iT} = P_{m,n} \times n_i \qquad \ldots\ldots (35)$$

Te će se vrijednosti karakteristično razlikovati od eksperimentalnih. Značajnost eksperimentalih i teoretskih frekvencija utvrđuje se kriterijem Pearsona (χ^2 kvadratom); (Tabela 4. Priloga)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{l} \frac{(m_i - m_{iT})^2}{m_{iT}} + \sum_{i=1}^{l} \frac{(m_i^{'} - m_{iT}^{'})^2}{m_{iT}^{'}} + \ldots\ldots (36)$$

uz $f = (k - 1)(l - 1)$, gdje su
k = broj »količine događanja«, tj. broj oblika pojava
l = broj redaka, tj. broj komparacija prosjeka rezultata.

Koristeći izračunate vrijednosti χ^2 uz stupnjeve slobode (f), pronalazi se vjerojatnost α, da je razlika eksperimentalih i izračunatih frekvencija slučajna ili statistički različita.

Za $\alpha < 0{,}95$ smatra se da su rezultati u području slučajne pogreške.
Ako za pokus vrijedi Poissonova raspodjela koristi se formula.

$$t = \frac{|U_1| + |U_2|}{1{,}414} \qquad \ldots\ldots (37)$$

uz $f = \infty$

Tako da je

$$U_1 = 2(\sqrt{m_1 + 1} - \sqrt{n_1 P}) \qquad (38)$$

$$U_2 = 2(\sqrt{m_2} - \sqrt{n_2 \cdot P}) \qquad (39)$$

$$\bar{P} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} \qquad (40)$$

Tablica 6. Priloga (Kriterij Studenta) koristi se za utvrđivanje značajnosti razlika između

$\frac{m_1}{n_1}$ i $\frac{m_2}{n_2}$, Granična je vrijednost $\alpha = 0{,}95$

PRIMJER 11.

U jednom laboratoriju obavljeno je 70, a u drugom 96 analiza, uz korištenje iste metode.

U prvom laboratoriju bilo je odbačeno 20 analiza, a u drugom 15, radi većih razlika paralelnih određivanja. Treba utvrditi na koliko je različitih načina bila provedena analiza u ta dva laboratorija?

Rješenje:

Najprije treba utvrditi oblik raspodjele.

$P_{m1,n1} = 20/70 = 0{,}2857$ što je $> 0{,}1$

$P_{m2,n2} = 15/96 = 0{,}1563$, također je $> 0{,}1$, pa prema tome za podatke analiza vrijedi BINOMNA raspodjela.

Treba, dakle provjeriti da li je za dane podatke ispunjen zahtjev formule (32).

$70 \geq [9/0{,}2857\,(1 - 0{,}2857) = 40]$

$96 \geq [9/0{,}1563\,(1 - 0{,}1563) = 68]$, što pokazuje da je zahtjev ispunjen.

Kako je ispunjen zahtjev formule (32), kriterij Studenta (t) može se računati formulom (33):

$$t = \frac{0{,}2857 - 0{,}1563}{\sqrt{\frac{20 + 15}{70 + 96}\left(1 - \frac{20 + 15}{70 + 96}\right)\left(\frac{1}{70} + \frac{1}{96}\right)}} = 2{,}0184 = \mathbf{2{,}02}$$

$t_{0,05}(\infty) = 1{,}96$ (Tabela 6. Priloga).

U skladu sa Tabelom 6. Priloga $\alpha > 0{,}95$, što znači da su razlike u uvjetima izvedbe analiza bile značajne, ili drugim riječima dokazano je da su uvjeti utjecali na rezultate analiza.

PRIMJER 12.

Rezultati analiza tri »šarže« proizvodnje ugušćenog zaslađenog mlijeka proizvedenog od raznih sirovina, uneseni su u slijedećoj navedenoj tablici.

Tablica 6.

Oznaka šarže	Veličina šarže (n)	Iznos defektnih omota		Dobra boja
		Žućkasta boja	Smeđa boja	
1	2	3	4	5
1	1000	120	130	750
2	1200	150	140	910
3	1400	300	200	900
Ukupno	3600	570	470	2560

Rezultati u stupcu (3) označuju se kao »nulti« događaj.
Rezultati u stupcu (4) označuju se kao »pravi« događaj.
Rezultati u stupcu (5) označuju se kao »obratni« događaj.

Tablica 7.

Oznaka šarže	Vjerojatnost događaja			Rezultati pomoću formule (32)		Teoretski broj frekvencija		
	nulti	pravi	obratni	nulti	pravi	pravi	nulti	obratni
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,120	0,130	0,750	85,2	79,6	131	158	711
2	0,125	0,117	0,758	82,3	87,1	157	190	853
3	0,214	0,143	0,643	53,5	73,4	183	222	996
Prosjek	0,1583	0,1306	0,7111	—	Ukupno (kontrola)	470	570	2560

Vjerojatnost svakog »događaja« izračunata je formulom (11) — podaci stupca 2—4 Tablica 7.

Za sve slučajeve »događaja« $0,9 < P_{m,n} > 0,1$, pa prema tome vrijedi binomna raspodjela.

Pomoću formule (32) provjereno je da li se mogu koristiti formule 34—36 za daljna izračunavanja (prosjeci svih oblika događaja i Pearsonov kriterij χ^2). Rezultati stupaca 5 i 6 pokazuju da je to dopustivo.

Objašnjenje rezultata pojedinih stupaca tablice 7.

Za stupce 2, 3 i 4: Vjerojatnost »događaja«

Šarža 1: $\frac{120}{1000} = 0{,}120 \qquad \frac{130}{1000} = 0{,}130$

Šarža 2: $\frac{150}{1200} = 0{,}125 \qquad \frac{140}{1200} = 0{,}117$ itd.

Prosjeci vjerojatnosti »događaja«:
»nulti«: 570/3600 = 0,1583
»pravi«: 470/3600 = 0,1306
»obratni«: 2560/3600 = 0,7111

»Teoretske« frekvencije (stupci 7, 8 i 9):
Š. 1. Za »prave« događaje: 0,1306 × 1000 = 130,6 = 130
Š. 2. Za »prave« događaje: 0,1306 × 1200 = 156,72 = 157
Š. 3. Za »prave« događaje: 0,1306 × 1400 = 182,84 = 183
470,16 = 470 itd.

Pearsonov kriterij (χ^2) računa se pomoću formule (36)
Za »pravi« događaj:
$(130 - 130)^2/130 = \emptyset$
$(140 - 157)^2/157 = 1,84$
$(200 - 183)^2/183 = 158$
3,42
za »nulti«
$(120 - 158)^2/158 = 9,139$
$(150 - 190)^2/190 = 8,421$
$(300 - 222)^2/222 = 27,45$
45,01 itd.

$\chi^2 = (3,42 + 45,01 + 15,201) = 63,6 = 64$
stupnjevi slobode za njega iznose:
$f = (3 - 1)(3 - 1) = 4$

$\chi^2_{0,05}(4) = 9,488$ (Tablica 4 Priloga).
Vjerojatnost postizanja Pearsonova kriterija $\chi^2 = 64$ za sve tri šarže iznosi $\alpha \ll 0,95$, što znači da sastav sirovina znatno utječe na kvalitetu proizvodnje.

3.4. Utvrđivanje optimalne veličine uzorka za analizu

Svrha je svake analize da se postigne što točniji rezultat.

Da bi se smanjila pogreška, u pravilu treba povisiti broj mjerenja ili izabrati veći uzorak. U slučaju nepristranih rezultata optimalna se veličina uzorka utvrđuje pomoću formule (6) i (41) zadavši veličinu pogreške

$$\varepsilon = S \times \frac{t}{\sqrt{n} \times M} \quad \ldots \quad (6)$$

$$S^2 = \sigma^2 \times \chi^2/f \quad \ldots \quad (41)$$

Varijanca osnovnog skupa, ako je nepoznata, izračunava se formulom

$$\tilde{S}^2 = \frac{S_1^2 \times f_1 + S_2^2 \times f_2 + \ldots S_i^2 \times f_i}{f_1 + f_2 + \ldots f_i} \quad \ldots \quad (42)$$

$$\sigma^2 = S^2 \times \frac{f}{\chi^2} \qquad (43)$$

Najpoželjnije je ograničiti se na analize s dvostrukim ponavljanjem. Pogreška se računa, kada je poznata varijanca populacije iz odnosa $\varepsilon = \pm 2\sigma$, no često je razmjerno visoka. Da bi se ona smanjila, preporuča se povisiti broj mjerenja. U praksi se preporuča da broj ponavljanja bude n = 6 ako se vrijednost ograničava s obje strane, n = 5 kad se ograničava samo s jedne strane.

PRIMJER 13.

Treba odrediti broj ponavljanja potreban za utvrđivanje proteina u Na — kazeinatu metodom Kjeldahl. Ranije je bila utvrđena varijanca osnovnog skupa, i to kao

prosječna vrijednost $\bar{\sigma}^2 = 0{,}517$

maksimalna vrijednost $\sigma^2_{max} = 0{,}983$

minimalna vrijednsot $\sigma^2_{min} = 0{,}4929$

njihove su standardne devijacije vađenjem kvadratnog korijena, iznosile: 0,7191; 0,9917 i 0,7014.

S četiri ponavljanja pogreške su iznosile:

$\varepsilon_{sred.} = \pm 1{,}44\% = \pm 1{,}4\%$

$\varepsilon_{max.} = \pm 1{,}98\% = \pm 2\%$

$\varepsilon_{min.} = \pm 1{,}40\% = \pm 1{,}4\%$

Za izračunavanje svih triju vrijednosti procjene standardne devijacije koristi se formula (43) χ^2 0,95/f i odgovarajuća vrijednost disperzije populacije. Rezultati proračuna uneseni su u Tabelu 13.

Tabela 8. Proračun procijenjenih veličina disperzija i njihove pogreške

n	f	χ^2/f	$S_{max.}$	$S_{min.}$	$S_{prosjek}$	$\varepsilon_{max.}$	$\varepsilon_{min.}$	$\varepsilon_{prosjek}$
4*	3	2,605	1,60	1,13	1,16	2,04	1,44	1,48
5	4	2,372	1,53	1,08	1,11	1,54	1,06	1,12
6	5	2,214	1,48	1,04	1,07	1,28	0,90	0,93
7	6	2,099	1,44	1,02	1,04	1,10	0,78	0,80
8	7	2,010	1,40	0,99	1,02	0,97	0,69	0,71
9	8	1,938	1,38	0,98	1,00	0,88	0,63	0,64
10	9	1,880	1,36	0,96	0,99	0,87	0,61	0,64
20	19	1,586	1,25	0,88	0,91	0,48	0,34	0,35
50	49	1,354	1,15	0,82	0,84	0,32	0,23	0,24
100	99	1,245	1,11	0,78	0,80	0,22	0,15	0,16

* Proračun za slučaj n = 4 učinjen je isključivo s metodičnim ciljem, potvrđujući ranije iznesenu tvrdnju o ovisnosti preciznosti analize o broju ponavljanja i o minimalnom broju analiza, povećavajući preciznost.

Rezultati pokazuju da broj ponavljanja analize mora biti iznad 6, a da bi se od 5 ponavljanja nadalje preciznost neznatno povećala.

Najpovoljniji je broj ponavljanja 6—8, jer se pogreška analize u tom slučaju kreće u rasponu od 1,3 do 0,7%. Daljnje osjetno sniženje pogreške može se postići povećanjem broja ponavljanja od 10—15, a što je u većini slučajeva nepoželjno. Pogreška manja od 0,25%, praktički je nedostižna.

PRIMJER 14.

Koristeći rezultate iz primjera 7, treba utvrditi veličinu uzorka potrebnu da bi se snizila apsolutna pogreška sa ± 9% na ± 4%.

Podatke primjera 7. očitati ćemo kao rezultate prethodnih analiza [30 ± 9% = 21 do 39%], tj. $\frac{m}{n}$ će iznositi od 0,21 do 0,39.

Prema formuli za grešku $\varepsilon = S \times t_\alpha$ i za varijancu

$$S^2 = \frac{\frac{m}{n}\left(1 - \frac{m}{n}\right)}{n - 1}$$, izračuna se

$S = \varepsilon / t_\alpha = 0{,}04 / 1{,}96 = 0{,}0204$

$S^2 = 4{,}16 \times 10^{-4}$

Unosom utvrđenih rezultata u gornju formulu za varijancu, određuje se

$\frac{m}{n}$	0,21	0,30	0,39
n	400	506	573

$$\left[0{,}000416 = \frac{0{,}21 \times (1 - 0{,}21)}{n - 1} = n - 1 = 0{,}1659/0{,}000416 = 399 \text{ i } n = 400\right]$$

itd.

Prema tome, za sniženje pogreške od 9% na 4% potrebno je naknadno analizirati od 400 do 573 limenke. Rezultate prethodnog pokusa mogu se priključiti podacima osnovnog pokusa. Točna vrijednost za veličinu uzorka može se utvrditi samo u uvjetima rada odjeljenja.

Zaključci

U ovom dijelu rada (treći nastavak) govori se o proračunu prosječnih vrijednosti i granicama povjerenja rezultata analiza sastava i kvalitete mlijeka i mliječnih proizvoda u industrijskoj preradi.

Izneseni su problemi vezani za:

— usporedbu rezultata analiza sa zadanom vrijednošću parametara (numerički primjer 9.)
— usporedbu rezultata radnih analiza (numerički primjer 10.)
— usporedbu rezultata analiza diskretnih veličina za koje vrijedi binomna raspodjela (numerički primjeri 11. i 12.)
— utvrđivanje optimalne veličine uzoraka za analizu tj. proračun procjene veličina disperzija i njihovih pogreški (primjer br. 13) i utvrđivanje veličine uzoraka da bi se snizila pogreška (numerički primjer 14.).

STATISTICAL METHODS IN QUALITY CONTROL OF MILK AND DAIRY PRODUCTS

Summary

On the 28th Symposium of the Milk Industry (1990) the Analytical section was established, and necessity appeared to extend or renew the state of knowing applied statistical methods and interpretation of experimental data in relation to quality control of milk and dairy products.

1. Determination of random errors relative to analytical data

First part of paper involres some practical examples for determination of random error, when results are expressed as continuous or discrete values.

2. Calculation of random errors of analytical data expressed as discrete values

Four examples from analytical usage are given. Accuracy is examined of analytical determination of pasteurized milk container's air-hight' ness and determination of confidence intervals computed following Poisson and binomial distribution.

3. Comparison of analytical data relative to constituents and product's quality

Third part deals with values of parameters and comparison is made of experimental data from several treatments, as well as results of discrete values.

Optimal sample size is determined.

Literatura

Analitička sekcija XXVIII. simpozij mljekarske industrije Jugoslavije. Opatija, 1990.

BOLJŠEV, L. N., SMIROV, N. V., (1968): Tablici metematičeskoj statistiki, M. Vičislit. Centr. A. N. SSSR, str. 476.

FETISOV, E. A. (1985): Statističkie Motodi Kontrola Kačestva Maločnoi Produkciji. **Agropromizdat, 5—7,,** Moskva.

FILAJDIĆ, M., RITZ, Milana, VOJNOVIĆ, Vera (1986): Statističko tumačenje rezultata u kontroli kakvoće mlijeka i mlječnih proizvoda. **»Mljekarstvo« 36** (7) 195—204.

HALD, A. (1956): Matematičeskaja statistika s tehničeskimi priloženijami. M/L. 664.

NALIMOV, V. V. (1960): Primenenie matematičeskoj statistiki pri analize viščestvaja. M. Gos. izdat. fiz.-mat. lit. 432.

VRANIĆ, V., BAKARIĆ, Z. (1967): Tablice matematičke statistike. Zavod za matematiku Građevinskog fakulteta i Kabinet za matematiku Rudarsko-geološkog-naftnog fakulteta, Zagreb.