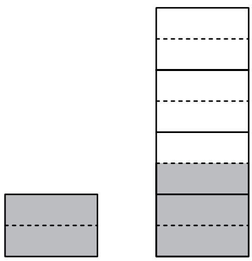
# CRTEŽOM DO RJEŠENJA

Željko Brčić, Vinkovci

Uzrečica koja kaže da jedna slika vrijedi kao tisuću riječi može se primijeniti i u matematici. Neke složenije zadatke, primjerice iz geometrije, nemoguće je riješiti bez kvalitetne skice. No, u dosta slučajeva grafički prikaz zadanog problema može nam pomoći i pri rješavanju numeričkih zadataka. Pri tome slika koju načinimo može imati različite uloge: nekad je to samo jedan korak u zaključivanju, ponekad ilustracija koja dodatno objašnjava rezultat, a katkad nam je samo kvalitetan crtež dovoljan za dobivanje rješenja. Zadatci iz ovoga članka riješeni su upravo na taj način.

**Primjer 1.** Dva su brata naslijedila kuću i stan. Vrijednost kuće četiri je puta veća od vrijednosti stana, a braća žele imovinu podijeliti na jednake dijelove. Ako jednom od njih pripadne cijeli stan, u kojem omjeru moraju podijeliti vlasništvo nad kućom?

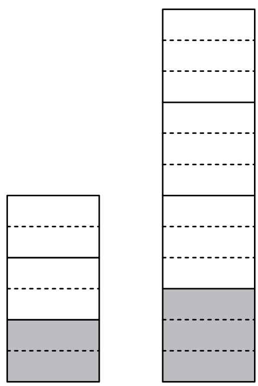
***Rješenje:*** Zadatak ćemo riješiti crtajući sliku i izvodeći zaključke iz tog crteža, bez ikakvog računanja. Vrijednost kuće četiri je puta veća od vrijednosti stana i zato ćemo nacrtati proizvoljni pravokutnik s lijeve strane (stan) i pored njega jednako širok, ali četiri puta veći pravokutnik (kuća). Zajednička imovina koju treba podijeliti predstavljena je s pet (jedan lijevi i četiri desna) jednakih pravokutnika. Budući da 5 nije djeljivo s 2, svaki od tih pet pravokutnika još ćemo (isprekidanim crtama) podijeliti na dva jednaka dijela. Cjelokupnu imovinu sada predstavlja 10 jednakih malih pravokutnika, pa prilikom raspodjele svakome bratu treba pripasti njih pet. Kako je prvi brat već dobio dva (stan), od drugoga mu pripadaju još tri (obojeno sivo). Jednostavnim prebrojavanjem malih pravokutnika vidimo da se vrijednost kuće treba podijeliti u omjeru 5 : 3.



**Primjer 2.** U prvoj je bačvi mješavina vode i octa takva da je omjer vode i octa 2 : 1. U drugoj bačvi, dvostruko većeg obujma od prve bačve, mješavina je vode i octa takva da je omjer vode i octa 3 : 1. Sadržaj obiju bačava preliven je u treću bačvu. Koliki je omjer vode i octa u trećoj bačvi?

***Rješenje:*** Ovaj zadatak bio je postavljen na ovogodišnjem Županijskom natjecanju 7. razreda osnovnih škola. Klasičan način rješavanja koji je ponudilo Državno povjerenstvo možete pronaći u ovom broju Matke, a ovdje slijedi rješavanje uz pomoć slike:

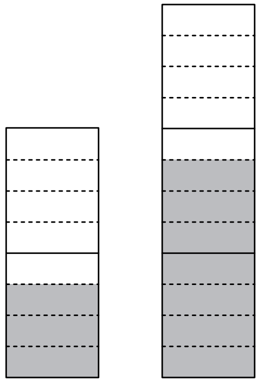
Bačve predstavimo s dva pravokutnika iste širine, od kojih onaj desni (zbog dvostruko većeg obujma bačve) ima dvostruko veću visinu. Zbog omjera 2 : 1, prvu bačvu podijelimo na tri jednaka dijela, pri čemu dva dijela (bijelo) predstavljaju vodu, a jedan dio (sivo) ocat. Slično, drugi pravokutnik dijelimo na četiri dijela, od čega su tri (bijela) voda, a jedan (sivi) ocat. Da bismo dobili posve jednake male pravokutnike, svaki od tri lijeva pravokutnika dijelimo na dva jednaka dijela, a svaki od četiri desna pravokutnika na tri jednaka dijela. Kada bismo cjelokupnu količinu vode i octa iz obiju bačava prelili u treću bačvu, nju bi predstavljalo 18 malih pravokutnika, od kojih je 13 bijelih (voda), a 5 sivih (ocat). Očito je traženi omjer vode i octa u trećoj bačvi 13 : 5.



Zadatci koji se mogu rješavati ovom metodom pojavljivali su se i na nekim ranijim učeničkim natjecanjima. Sljedeći je zadatak, primjerice, postavljen na Općinskom natjecanju 7. razreda 2008. godine.

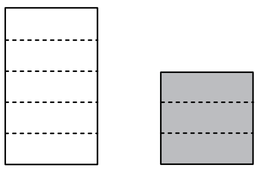
**Primjer 3.** Poljodjelac ima dvije njive čije se površine odnose kao 2 : 3. Na tim njivama želi zasaditi maline i jagode tako da površina na kojoj će biti zasađene maline bude jednaka površini na kojoj će biti zasađene jagode. Manju njivu zasadio je jagodama i malinama u omjeru 3 : 5. U kojem omjeru treba zasaditi veću njivu?

***Rješenje:*** Zbog traženog omjera 2 : 3, manju njivu predstavimo s dva, a veću njivu s tri jednaka pravokutnika. Jagode i maline na manjoj njivi zasađene su u omjeru 3 : 5. Podijelimo svaki od dva lijeva pravokutnika na četiri jednaka dijela. Od dobivenih osam pravokutnika, na tri su zasađene jagode (sivo), a na pet maline (bijelo). Ako i svaki od tri desna pravokutnika podijelimo na po četiri dijela, dobit ćemo 12 malih pravokutnika jednakih dimenzija, kao što su i pravokutnici s lijeve strane. Ukupno ima 20 malih pravokutnika, od kojih 10 treba zasaditi jagodama, a 10 malinama. Da bismo to dobili, očito ćemo morati na desnoj strani 7 pravokutnika obojiti u sivo (jagode), a 5 u bijelo (maline). Dakle, veću njivu treba zasaditi u omjeru 7 : 5 (u korist jagoda).



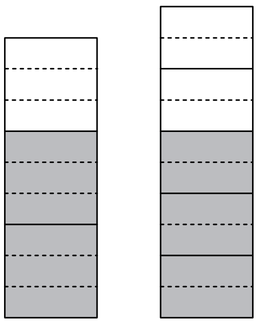
**Primjer 4.** (Općinsko natjecanje, 2002. godine, 7. razred) Ukupni broj dječaka u jednom odjelu sedmog razreda jednak je 60% ukupnog broja djevojčica u tom odjelu. Koliki postotak ukupnog broja svih učenika u tom odjelu čine dječaci?

***Rješenje:*** Broj djevojčica predstavimo nekim pravokutnikom. Broj dječaka iznosi 60% od broja djevojčica, a kako je $60\% = \frac{3}{5}$, pravokutnik koji predstavlja dječake dobit ćemo tako da početni pravokutnik podijelimo na pet dijelova i zadržimo samo tri (sivo). Ukupni broj djece predstavljaju oba pravokutnika koja se sastoje od 8 malih pravokutnika (5 su djevojčice i 3 dječaci). Omjer dječaka u odnosu na cijeli razred je 3 : 8, a postotak se dobije dijeljenjem tih brojeva i iznosi 37.5%.



**Primjer 5.** (Općinsko natjecanje, 2008. godine, 6. razred) Na jednom otoku $\frac{2}{3}$ svih muškaraca je oženjeno, a $\frac{3}{5}$ svih žena je udano. Koji dio stanovnika nije u braku?

***Rješenje:*** Broj oženjenih muškaraca jednak je broju udanih žena i zato oba broja predstavljamo jednakim pravokutnicima (sivo). Prvi pravokutnik podijelimo da dva jednaka dijela i jedan tako dobiveni pravokutnik dodamo na početni pravokutnik. Time smo, u traženom odnosu, grafički prikazali oženjene (sivo) i neoženjene (bijelo) muškarce. Na sličan način (podijelimo na tri jednaka dijela i dodamo dva) prikažemo udane (sivo) i neudane (bijelo) žene. Sljedeći je korak na obje strane dobiti jednake male pravokutnike. To ćemo imati ako svaki od tri lijeva pravokutnika podijelimo na tri jednaka dijela, a svaki od pet desnih prepolovimo. Na kraju promotrimo oba velika pravokutnika. Oni zajedno predstavljaju ukupno stanovništvo na otoku i sastoje se od (prebrojimo ih) 19 jednakih malih pravokutnika. Od tog broja, pravokutnika s bijelom bojom (neoženjeni muškarci i neudane žene) ima 7. Zaključujemo, dakle, da u braku nije $\frac{7}{19}$ stanovnika tog otoka.



Sljedeći zadatak, postavljen na Regionalnom natjecanju 6. razreda, 2005. godine, pokušajte opisanom metodom riješiti sami.

**Zadatak**. U tri sela ima ukupno 12 000 stanovnika. Koliko stanovnika ima u svakom selu ako $\frac{2}{3}$ prvog, $\frac{1}{2}$ drugog i $\frac{2}{5}$ trećeg sela imaju jednak broj stanovnika?