

JEDNA IGRA NA SREĆU ILI KAKO OSVOJITI AUTO

Ivan Budimir, Zagreb

Ono što za većinu ljudi predstavlja „sreću” zapravo se može objasniti pomoću malo znanja o vjerojatnosti. Vjerojatnost je matematička disciplina koja se bavi matematičkim modelima slučajnih pojava kako bi se utvrdilo kolika je šansa njihovog pojavljivanja. Slučajne pojave su one koje se mogu ili ne moraju dogoditi, za razliku od determinističkih pojava čiji su ishodi strogo određeni, tj. determinirani. Vjerojatnost nekog događaja, kojim mjerimo postotak šanse njegove realizacije, obično označavamo slovom P . Poticaj razvoju teoriji vjerojatnosti dala su proučavanja ishoda kockarskih igara na sreću, što je bilo vrlo aktualno u 16. i 17. st. Da bismo objasnili jednu igru na sreću koja je opisana u ovom poglavlju, bit će nam dovoljna sljedeća jednostavna formula za izračunavanje vjerojatnosti:

$$P = \text{vjerojatnost nekog događaja} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda}}{\text{broj svih mogućih ishoda}}$$

Opis igre



Domaćin nagradne igre odlučio je darovati automobil natjecatelju. Igra se sastoji od otvaranja jednih od triju vrata koja izabere natjecatelj. Iza jednih od vrata je novi automobil, a iza preostalih dvaju vrata nalaze se koze. Domaćin zna iza kojih se vrata krije automobil i ima unaprijed pripremljen scenarij.

1. Natjecatelj prvo treba odabrati jedna vrata.
2. Nakon što je natjecatelj odabrao jedna od vrata, domaćin otvara jedna od dvaju neodabranih vrata i pokazuje natjecatelju kozu. (Uočite da se iza najmanje jednih od neodabranih vrata krije koza i da domaćin zna gdje je automobil.)



3. Domaćin sada nudi natjecatelju izbor: zadržati vrata koja je prvotno izabrao ili promijeniti odluku i izabrati druga, još neotvorena vrata.

Pitanje: Je li mogućnost promjene odluke igraču uopće važna? Mijenja li igrač na ovaj način svoju šansu za dobitkom?

Napomena: Ovaj je članak opisnog karaktera i čitatelj na kraju neće dobiti automobil ili kozu.

Analiza

Natjecatelj treba promijeniti svoju prvobitnu odluku, što udvostručuje njegove šanse za pobjedu.

Vjerojatnost da se automobil nalazi iza vrata koja je igrač izabrao u početku jednaka je:

$$P_1 = \frac{\text{broj povoljnih ishoda}}{\text{broj svih mogućih ishoda}} = \frac{1}{3} = 0.3333... = 33.33\%$$

Ova se vjerojatnost nikada ne mijenja. Međutim, nakon što je domaćin otkrio kozu iza jednih od preostalih dvaju vrata, povećava se vjerojatnost da se automobil nalazi iza neoznačenih vrata:

$$P_2 = \frac{\text{broj povoljnih ishoda}}{\text{broj svih mogućih ishoda}} = \frac{2}{3} = 0.6666... = 66.67\%$$

Ključno je primijetiti da domaćin nije slučajno otvorio jedna od vrata. Domaćin zna što se krije iza svih vrata i namjerno otvara ona vrata iza kojih se krije kozu. Prema tome, igrač bi trebao promijeniti svoju prvotnu odluku i izabrati druga vrata, čime bi udvostručio svoje šanse za dobivanje automobila!

Modifikacija igre

Zamislimo sada nešto drugačiji redosljed odvijanja igre. Nakon što natjecatelj u početku odabere vrata, što napraviti ukoliko domaćin ponudi mogućnost „trgovanja” koje se sastoji u zamjeni odabranih vrata za druga vrata?

Ova ponuda neće povećati vjerojatnost igračeva dobitka, koja će i dalje ostati

$$P_2 = \frac{2}{3} = 66.67\%$$

Ako domaćin tada pokaže da je kozu bila iza jednih od ovih dvaju vrata, to neće promijeniti njegove šanse za dobitak.



Zaigramo igru

Na internetskoj stranici kojoj možete pristupiti sa svoga računala može se odigrati ova igra. Adresa je: <http://www.betweenwaters.com/probab/monty/montmainD.html>. Ukoliko ste nekoliko puta pokušali okušati sreću i osvojiti automobil, mogli ste se uvjeriti u uspješnost ove strategije. Naime, uz veći broj ponavljanja, možete ustanoviti da su vaše šanse za dobitak automobila zaista dva puta veće ako postupite u skladu s gornjom strategijom, nego u suprotnom slučaju. Autor stranica ponudio nam je sljedeće rezultate koje je računalni program prikupio od početka postavljanja ove igre:

Tablica 1. Rezultati ove igre prikupljeni na više od 16 000 000 odigranih igara

postupak	automobil	koze
ostani pri svom odabiru	33.35% (5 439 529 / 16 310 825)	66.65% (10 871 296 / 16 310 825)
promijeni vrata	66.68% (10 983 129 / 16 471 754)	33.32% (5 488 625 / 16 471 754)

Usporedimo gornje empirijske rezultate dobivene bilježenjem rezultata odigranih igara s očekivanim izračunom:

Tablica 2. Očekivani rezultati u postocima koji su gore izračunali

postupak	automobil	koze
ostani pri svom odabiru	33.33%	66.66%
promijeni vrata	66.66%	33.33%

Usporedimo li gornje tablice, vidimo da se *relativna frekvencija* promatranih slučajnih događaja grupira oko izračunatih vjerojatnosti. Što je veći broj ponavljanja, to je sličnost empirijskog, statističkog izračuna i teoretskog modela sve veća. Na ovom principu temelji se *matematička statistika*.

Zadatak. Odigrajte nekoliko partija ove igre i rezultate zabilježite u tablicu. Izračunajte relativne frekvencije ishoda ovog slučajnog pokusa i rezultate usporedite s izračunatim vjerojatnostima.

Literatura:

1. <http://www.betweenwaters.com/probab/monty/explain.html#playing> (30.11.2011.)
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Monty_Hall_problem (30.11.2011.)
3. <http://www.betweenwaters.com/probab/monty/montmainD.html> (1.12.2011.)

