

Na ulicama nekih naših većih gradova odvija se prava borba između konkurentskih taksi prijevoznika. Želja im je privući sebi što je moguće više korisnika i to uglavnom pokušavaju postići nižim cijenama. No, ponekad nije lako odrediti što su niže cijene, odnosno koja je tvrtka povoljnija. Tekst koji slijedi možda vam pomogne uštedjeti koju kunu na taksi prijevozu.

**Primjer 1.** U gradu postoje dvije tvrtke koje nude usluge taksi prijevoza. Taksisti služba „Ford” svoje usluge naplaćuje prema sljedećem cjeniku: start 12 kuna, a cijena po prijeđenom kilometru 9 kuna. Konkurentska tvrtka „Golf” polazak sa stajališta naplaćuje 25 kuna, a svaki prijeđeni kilometar dodatnih 8 kuna. Koja je tvrtka povoljnija?



**Rješenje:** Odgovor na ovo pitanje nije jednoznačan, odnosno obje tvrtke mogu, pod određenim uvjetima, biti povoljnije. Ako se, primjerice, vozite 8 kilometara, u „Fordu” ćete platiti  $9 \cdot 8 + 12 = 84$  kune. Tu istu vožnju u „Golfu” bi platili  $8 \cdot 8 + 25 = 89$  kuna, iz čega se može zaključiti da je tvrtka „Ford” povoljnija. No, u slučaju vožnje od 20 kilometara, cijena bi u „Fordu” bila  $9 \cdot 20 + 12 = 192$  kune, a u „Golfu”  $8 \cdot 20 + 25 = 185$  kuna. Dakle, sada je povoljnija tvrtka „Golf”.

Odgovor na pitanje koja je tvrtka zaista povoljnija i pod kojim uvjetima, dobit ćemo pomoću linearnih funkcija. Primijetimo da način formiranja cijene taksi prijevoza odgovara linearnoj funkciji  $f(x) = ax + b$ , koja se proučava u sedmom razredu osnovne škole. Ukupna cijena, naime, ovisi o broju prijeđenih kilometara i dobiva se množenjem tog broja s cijenom vožnje po kilometru, uvećanom za neki fiksni iznos.

Ako sa  $x$  označimo broj prijeđenih kilometara (pri čemu to ne mora nužno biti cijeli broj), iznos novca kojim ćemo platiti vožnju u „Fordu” može se prikazati linearnom funkcijom  $f(x) = 9x + 12$ . Analogno, u tvrtki „Golf” cijenu vožnje dobijemo pomoću linearne funkcije  $g(x) = 8x + 25$ .

Za početak, izračunajmo cijenu vožnje u obje tvrtke za nekoliko različitih vožnji, duljine od 1 do 20 kilometara. Rezultati se mogu pregledno prikazati u tablici:

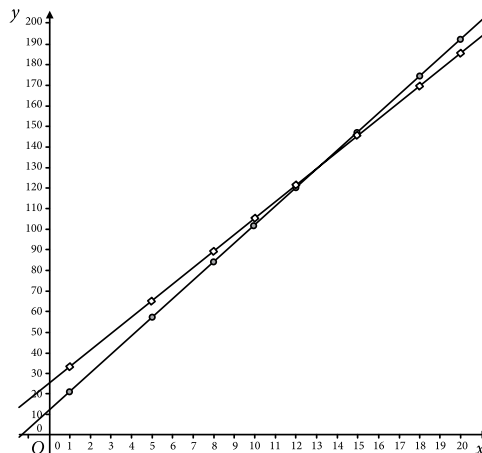
duljina vožnje (km)	1	5	8	10	12	15	18	20
cijena u „Fordu” (kn)	21	57	84	102	120	147	174	192
cijena u „Golfu” (kn)	33	65	89	105	121	145	169	185

Iz tablice je vidljivo da ćemo za kraće vožnje (do 12 km) manje platiti u tvrtki „Ford”, dok su dulje vožnje (preko 15 km) isplativije u tvrtki „Golf”.



Taj će zaključak biti još jasniji ako u koordinatnom sustavu u ravnini prikažemo grafove objiju funkcija.

Na osi  $Ox$  prikazani su kilometri vožnje, a na osi  $Oy$  cijena vožnje u kunama. Na slici su točkama označeni podatci iz tablice, pri čemu kružići predstavljaju vožnju u „Fordu”, a kvadratići u „Golfu”. Očito je za manji broj kilometara isplativija vožnja u „Fordu” (kružići su ispod kvadratića). No, što se broj kilometara povećava, razlika u cijeni postaje sve manja (to se na slici vidi po tome što kružići i kvadratići postaju sve bliži). U jednom se trenutku pravci na kojima leže točke sijeku, a nakon toga se položaj točaka mijenja. Sada su kružići iznad kvadratića, što nam govori da je isplativija postala vožnja u „Golfu”.



Sa slike se može zaključiti da će u jednom trenutku cijena vožnje u obje tvrtke biti jednaka. Točne vrijednosti mogu se dobiti računski, rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi:  $y = 9x + 12$  i  $y = 8x + 25$ . Rješenje tog sustava je  $x = 13$  i  $y = 129$ . To znači da je, ako se taksijem želimo voziti točno 13 kilometara, posve svejedno koju ćemo tvrtku odabrati jer ćemo u obje platiti 129 kuna. Za sve kraće udaljenosti od 13 kilometara isplativije će biti izabrati „Ford”, a za udaljenosti dulje od 13 kilometara treba birati „Golf”.

**Primjer 2.** *Taksi služba „Ford” promijenila je svoj cjenik tako što je smanjila cijenu polaska sa stajališta za 1 kunu, ali je istodobno, također za 1 kunu, povećala cijenu vožnje po prijeđenom kilometru. Što iz tih promjena možemo zaključiti o ukupnoj cijeni prijevoza u toj tvrtki?*

**Rješenje:** Iako se jedna stavka povećala, a druga smanjila za isti iznos, očito se radi o poskupljenju jer je smanjenje jednokratno, a povećanje je na svakom prijeđenom kilometru. Prije promjene, cijena se izračunavala prema  $f(x) = 9x + 12$ , a nakon toga prema  $f(x) = 10x + 11$ . Rješavanjem pripadnog sustava jednadžbi  $y = 9x + 12$  i  $y = 10x + 11$ , dobivamo rješenje  $x = 1$  i  $y = 21$ . To znači da je za vožnju od jednog kilometra cijena ostala ista (21 kunu), a za sve ostale udaljenosti je poskupjela.

Zbog tog poskupljenja smanjila se i konkurentnost „Forda” u odnosu na tvrtku „Golf”. Rješavanjem sustava  $y = 10x + 11$  (nova cijena u „Fordu”) i  $y = 8x + 25$  (stara cijena u „Golfu”) dobijemo rješenje  $x = 7$  i  $y = 81$ . To znači da je sada za 7 prijeđenih kilometara cijena prijevoza u obje tvrtke jednaka (81 kunu). Dakle, granična vrijednost broja kilometara, kada je svejedno koju ćemo tvrtku izabrati, smanjila se sa 13 na 7 kilometara, a samim time smanjio se i broj udaljenosti za koje je povoljnije izabrati taksi „Ford”.



**Primjer 3.** Nakon što su u „Fordu” podigli cijene, to isto žele učiniti i u „Golfu”. Koliko imaju prostora za poskupljenje ako žele da vožnja u njihovim taksijima ne postane skuplja u usporedbi s „Fordom”?

**Rješenje:** U „Golfu” zapravo žele da se ne poveća granična vrijednost od 13 kilometara kada oni postaju povoljniji u odnosu na „Fordove” cijene. Prema novim cijenama, putnik u „Fordu” za 13 prijeđenih kilometara plaća  $f(13) = 10 \cdot 13 + 11 = 141$  kunu, a taj bi iznos željeli zadržati i u „Golfu”.

Ako bi povećali cijenu vožnje za svaki prijeđeni kilometar s 8 kn na 9 kn, linearna funkcija koja opisuje izračun njihovih cijena bila bi  $g(x) = 9x + b$ . Iz uvjeta  $g(13) = 141$  slijedi  $9 \cdot 13 + b = 141$ , odnosno  $b = 24$ . Dakle, u tom bi slučaju „Golf” morao spustiti cijenu polaska sa stajališta također za jednu kunu.

Druga mogućnost za „Golf” je zadržati staru cijenu od 8 kuna po prijeđenom kilometru. Funkcija bi tada bila  $g(x) = 8x + b$ , a iz uvjeta  $g(13) = 141$  dobili bi  $b = 37$ . Dakle, u tom bi slučaju cijenu polaska sa stajališta smjeli povećati za 12 kuna.

Posao taksi prijevoza pokazao se isplativim, pa se na tržištu pojavila i tvrtka „Honda”. Oni su odlučili ukinuti naknadu za polazak sa stajališta, a svaki prijeđeni kilometar u svom taksiju naplaćuju 10 kuna. Zbog pojave nove konkurentske tvrtke, i „Ford” i „Golf” odlučili su zadržati (vratiti) svoje stare cijene. Riješite zadatke koji slijede, te izvedite konačan zaključak o konkurentnosti „Honde” u odnosu na „Ford” i „Golf”. Koja je tvrtka najpovoljnija i kada?

#### Zadaci:

1. Kako glasi linearna funkcija  $h(x)$  koja opisuje način formiranja cijena u „Hondi” ovisno o broju prijeđenih kilometara? Prikažite njen graf u istom koordinatnom sustavu s funkcijama  $f(x)$  i  $g(x)$ .
2. Koliko ćemo platiti vožnju od 9 km u sve tri tvrtke? Koja je tvrtka najpovoljnija? Hoće li se stanje promijeniti ako vožnju produljimo na 19 km?
3. Vožnju smo platili 345 kuna. Koliko smo kilometara mogli prijeći za taj iznos novca u svakoj od tvrtki? Kojim smo taksijem trebali ići?
4. Za taksi vožnju spremni smo odvojiti tek 50 kuna. U kojem ćemo taksiju za taj novac prijeći najdulji put?
5. Za koju se duljinu vožnje cijena u „Hondi” podudara s cijenom u „Fordu”, a za koju u „Golfu”?

