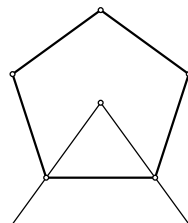
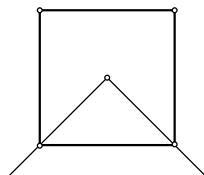
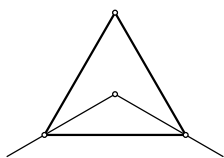


Pojam simetrije u svakodnevnom životu povežujemo uz „jednakost” lijevog i desnog dijela objekta, odnosno uz činjenicu da su lijevi i desni dio „međusobne slike u dvostranom zrcalu”. S matematičkog gledišta, simetrija preslikava objekt sam na sebe, pri čemu je slika identična originalu.

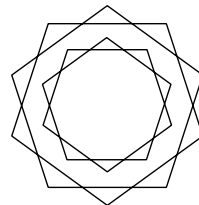
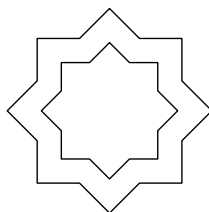
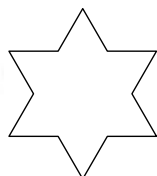
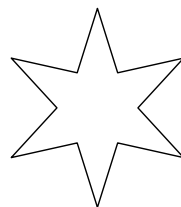
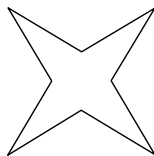
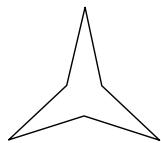
U našim se školama uči o osnoj i centralnoj simetriji (u ravnini), dok se rotacijska simetrija (u ravnini) često „prešućuje”. Simetrije u prostoru, na žalost, nemaju svoje mjesto u našem nastavnom planu i programu.

### Rotacijska simetrija u ravnini

Geometrijski objekt (figura, lik) u ravnini je rotacijski simetričan ako u ravnini postoji rotacija objekta oko neke točke (centra rotacije) kojom se taj objekt preslika sam na sebe. Primjerice, rotacijski su simetrični svi pravilni mnogokuti, pri čemu je kut rotacije bilo koji (cjelobrojni) višekratnik središnjega kuta tog pravilnog mnogokuta.



Na sljedećim su slikama prikazani još neki primjeri rotacijski simetričnih likova. Za svaki od njih odredite centar i kut rotacije.



\*Sa slovenskog prevela i prilagodila Renata Svedrec, Zagreb



## Rotacijska simetrija u prostoru

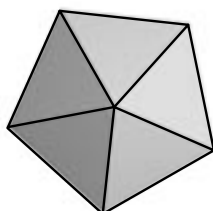
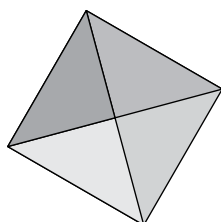
Geometrijski objekt (figura, tijelo) u prostoru je rotacijski simetričan ako u prostoru postoji rotacija objekta oko nekog pravca (osi rotacije) kojom se taj objekt preslika sam na sebe. Primjerice, rotacijski su simetrične sve pravilne uspravne prizme, sve pravilne uspravne piramide i svi pravilni poliedri (Platonova tijela).

Kod rotacijske simetrije u prostoru razlikuje se nekoliko tipova (vrsta, skupina).

### Ciklička simetrija (C)

Najjednostavniji tip rotacijske simetrije je **ciklička simetrija**. Taj tip rotacijske simetrije imaju pravilne uspravne piramide. One imaju samo jednu os simetrije (os rotacije) koja sadrži visinu te piramide.

Pravilna četverostrana piramida se rotacijom za višekratnike kuta  $360^\circ : 4 = 90^\circ$  (tj. rotacijom za  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  i  $360^\circ$ ) preslika sama na sebe. Kažemo da ta piramida ima četverostruku cikličku simetriju, što označavamo s  $C_4$ .



Na drugoj je slici pogled odozgo na pravilnu peterostranu piramidu. Rotiramo li tu piramidu za višekratnike kuta  $360^\circ : 5 = 72^\circ$  (tj. za  $72^\circ$ ,  $144^\circ$ ,  $216^\circ$ ,  $288^\circ$  i  $360^\circ$ ), ona se preslika sama na sebe. Ta piramida ima peterostruku cikličku simetriju, što označavamo s  $C_5$ .

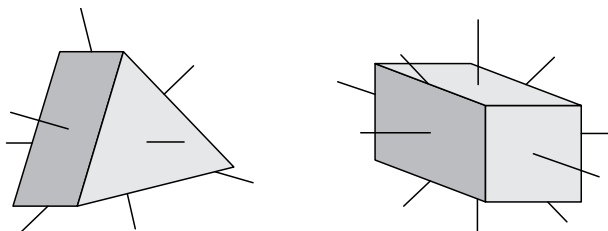
Općenito, ako je baza uspravne piramide pravilni  $n$ -terokut (uključujući i zvezdaste  $n$ -terokute), ta piramida ima  $n$ -terostruku cikličku simetriju ( $C_n$ ).

### Diedarska simetrija (D)

Diedarski tip simetrije imaju pravilne uspravne prizme. Taj tip u sebi uključuje cikličku simetriju s obzirom na (*glavnu*, primarnu) os simetrije (os rotacije) koja sadrži visinu te prizme. Uz primarnu os, objekti koji imaju diedarsku simetriju imaju još  $n$  sekundarnih osi simetrije ( $n$  je broj vrhova pravilnog mnogokuta – baze prizme). Sekundarne osi simetrije okomite su na glavnu os simetrije. Oznaka ove simetrije je  $D_n$ .



Npr., pravilna trostrana prizma se rotacijom oko glavne osi za višekratnike kuta  $360^\circ : 3 = 120^\circ$  (tj. rotacijom za  $120^\circ$ ,  $240^\circ$  i  $360^\circ$ ) preslika sama na sebe, tj. ima trostruku cikličku simetriju. Ona ima i tri osi dvostruke simetrije (rotacije za kut od  $180^\circ$  i  $360^\circ$ ). Točka u kojoj os probada stranu poliedra (ili siječe njegov brid) naziva se *pol*. Svaka os ima dva pola. Glavna os ima dva ekvivalentna pola (središta baze, tj. središta bazi opisane kružnice). Polovi sekundarnih osi (osi dvostruke simetrije) nisu ekvivalentni: jedan je pol sjecište dijagonala pobočke, a drugi polovište nasuprotnog bočnog brida. Oznaka ove simetrije je  $D_3$ .

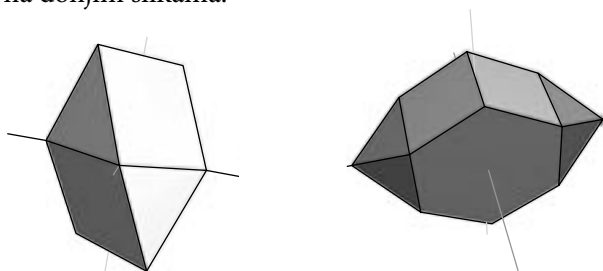


Pravilna četverostrana prizma se rotacijom oko glavne osi za višekratnike kuta  $360^\circ : 4 = 90^\circ$  (tj. rotacijom za  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  i  $360^\circ$ ) preslika sama na sebe. Ta prizma ima četverostruku cikličku simetriju. Ona ima i četiri osi dvostruke simetrije, pri čemu dvije osi prolaze sjecištima dijagonala dviju nasuprotnih (usporednih) pobočki, a druge dvije osi prolaze polovištima nasuprotnih bočnih bridova. Oznaka ove simetrije je  $D_4$ .

Općenito, ako je  $n$  paran broj, sekundarne osi simetrije pravilne  $n$ -terostrane prizme prolaze polovištima nasuprotnih pobočki ili polovištima nasuprotnih bočnih bridova.

Ako je  $n$  neparan broj, sekundarne osi simetrije prolaze sjecištem dijagonala pobočke i polovištem nasuprotnog bočnog brida. Ovakav tip simetrije imaju i antiprizme.<sup>1</sup>

U primjeru  $D_2$  sve su osi međusobno jednakovrijedne i nema smisla razlikovati glavnu os od sekundarnih. Primjeri poliedara s takvom simetrijom prikazani su na donjim slikama.



<sup>1</sup>Antiprizma je poliedar koji nastaje ako osnovke - dva sukladna  $n$ -terokuta koji pripadaju usporednim ravninama - povežemo „pojasom“ jednakokračnih trokuta.

