GETALDIĆ, DESCARTES I ANALITIČKA GEOMETRIJA

MARIJANA BORIĆ
Zavod za povijest i filozofiju znanosti HAZU, Zagreb

UDK 50(091)"16"
51–05 Getaldić, M.
1:50
Izvorni znanstveni članak
Primljen: 9. 8. 2012.
Prihvaćen: 25. 9. 2012.

Sažetak

U radu se istražuje matematička metoda koju je Marin Getaldić primijenio u svom glavnom djelu *De resolutione et compositione mathematica* (1630), suprotstavljajući je metodi koju je primijenio u ranijim svojim djelima i uspoređujući je s Descartesovim stavovima o metodi znanstvenog istraživanja uopće. Usporedbom strogo matematičkog Getaldićeva pristupa i šireg filozofskog (a ne samo matematičkog) Descartesova pristupa zaključuje se da je Getaldiću, pored dobivenih izvanrednih matematičkih rezultata, upravo nedostajala šira filozofska perspektiva za utemeljenje novog matematičkog područja analitičke geometrije. U skladu s tim valoriziran je Getaldićev cjelokupni rad i stavljen u kontekst vremena u kojem je djelovao.
Nakon prvih šest djela pisanih metodama proizašlim iz tradicije antičke matematike Getaldić je napisao svoje najznačajnije djelo *De resolutione et compositione mathematica*, koje je potpuno bazirao na novoj Vièteovoj algebarskoj metodi. Tu Getaldić dosljedno i sasvim općenito razvija algebarsku metodu, svjestan važnosti odabira metodološkog pristupa kao značajne komponente i pokretača u daljnjem razvoju matematike. Primjena nove metode na različitim problemima i teoremima antičke, u prvom redu euklidske geometrije, omogućila je reinterpretaciju stoljećima prikupljanih matematičkih znanja i, općenito govoreći, otvorila vrata novim područjima znanosti. Sam Getaldić približio se, ali nije došao do otkrića analitičke geometrije, no u svom radu sudjelovao je posredno u pripremi i stvaranju te plodonosne sinteze aritmetičkog kontinuuma brojeva i geometrijskog kontinuuma točaka, koju je nekoliko godina kasnije ostvario Descartes u svom djelu *La Géométrie* (1637).

Ključne riječi: Marin Getaldić, François Viète, René Descartes; razvoj matematike, filozofija, povijest znanosti, analiza, sinteza, problem metode, simbolička algebra, geometrijska metoda, algebarska metoda, analitička geometrija

1. Uvod

Opsežan opus Marina Getaldića dosad je bio predmetom brojnih istraživanja, njegova su djela bila proučavana još za njegova života, a istraživanja Getaldićevih rezultata i dosega traju još i danas.[1] Međutim provedena istraživanja načinjena su s tradicionalnim gledanjem na Getaldića kao vrsnoga matematičara s prijelaza iz 16. u 17. stoljeće te je on, kao čisti matematičar, recipiran isključivo u kontekstu doprinosa matematici i njezina razvoja. Tako se najčešće njegov rad ocjenjuje u svezi s postignućima u afirmaciji simboličke algebre i prilozima utemeljenju analitičke geometrije. Matematički se korektno prosuđuje doseg rezultata koje Getaldić postiže u svojim djelima i postavlja se uopćeni matematički dokaziv zaključak da se radom približio utemeljenju analitičke geometrije.

U pokušajima da se rastumači što mu je upravo nedostajalo da dosegne temeljne zamisli novoga matematičkog područja daju se isključivo matematička tumačenja, utemeljena na matematičkim izvodima i dokazima, koja zapravo ne objašnjavaju u potpunosti zašto Getaldić, postigavši nove izvanredne rezultate, nije napravio sljedeći korak koji je vodio utemeljenju analitičke geometrije. Takvim se analizama precizno tumači koliko su zaista Getaldićeva rješenja bila bliska utemeljenju, odnosno preciznije – koji su mu točno matematički koraci nedostajali do glavnoga zaključka koji je svega sedam godina po objavljivanju Getaldićeva glavnoga i posljednjega djela formulirao René Descartes. Međutim nakon što se takvom matematičkom interpretacijom uspostavlja veza između Getaldićeva i Descartesova

---

[1] Brojni su znanstvenici s početka novovjekovlja kojima je u to vrijeme bio poznat Getaldićev rad te ga spominju u svojim djelima ili su s Getaldićem održavali znanstvenu korespodenciju. Prema sačuvanim izvorima, navodim sljedeće znanstvenike: Galileo Galilei, François Viète, Christoph Clavius, Christoph Grienberger, Michel Coignet, Federico Saminiati, Alexander Anderson, Michelangelo Ricci, Luca Valerio, Paolo Sarpi, Camillo Gloriosi, Gian Vincenzo Pinelli, Kaspar Schott, William Oughtred, Johan Lawson, Pierre Herigone.

Popis njihovih djela ili znanstvene korespondencije, u kojima se spominje Getaldić ili na bilo koji način koriste Getaldićeva djela i rezultati rada, predugačak je za navođenje u bilješci i prelazio bi okvire ovog rada. Ponešto od tih djela, za potrebe ovog rada, navodi se u popisu literature. Osim njegovih suvremenika stoljećima nakon Getaldića pa sve do danas, njegovim životom i radom bavilo se više znanstvenika i povjesničara znanosti, među kojima su: Eugen Gelcich, Oton Kučera, Antonio Favaro, Juraj Majcen, Florio Banfi, Miroslav Vanino, Ernest Stipanić, Mirko Dražen Grmek, Žarko Dadić, Miho Cerineo, Andrija Bonifačić, Nikola Čubranić, Jean Grisard i Pier Daniele Napolitani. Dio njihovih istraživanja Getaldićeva opusa relevantan za ovaj članak navodim u popisu literature.

doprinosa analitičkoj geometriji, potaknuto evidentnom razlikom u njihovim sveukupnim znanstvenim domenama i profilima, nameće se potreba da se pokuša kod samoga Getaldića preciznije odrediti njegov odnos prema filozofiji, dekodiranjem implicitnih stavova unutar njegovih djela, što bi kroz filozofski pristup rasvijetlilo u kojoj je mjeri Getaldićev odnos prema filozofiji mogao imati utjecaja na njegov rad. Problematiziranje toga aspekta približilo bi nas filozofskim razlozima i tumačenjima razloga zbog kojih Getaldić nije dosegnuo plodonosnu misao utemeljenja analitičke geometrije.

2. Filozofski aspekti Getaldićeva rada

Neosporno postoje određeni aspekti Getaldićeva rada koji se ne mogu u potpunosti rastumačiti samo u okviru razvoja matematike. Dosadašnje analize Getaldićeva djela uglavnom se temelje na istraživanju njegova rada na matematičkoj analizi i sintezi te na doprinosu rješavanju različitih matematičkih problema kao i na primjeni analize i sinteze u disciplinama koje se koriste matematikom.[2] Povijesti matematike tako bilježe Getaldića isključivo prema njegovim matematičkim zaslugama, no i s filozofskoga bi aspekta bilo zanimljivo razmotriti i prikazati njegov doprinos razvoju matematičkih metoda. Stoga bi predmet ovoga rada bio specifičan prikaz Getaldićeva opusa u kontekstu odnosa područja matematike i filozofije, načinjen kroz njegove doprinose razvoju matematičkih metoda i novih područja, s naglaskom na manje poznatim aspektima.

Za cjelovitu analizu Getaldićeva doprinosa razvoju tih matematičkih metoda potrebno je postaviti okvir unutar kojega se može razmatrati izvornost i posebnost njegova rada. U tome smislu potrebno je poznavati, barem u osnovnim crtama, glavna obilježja razvoja matematike koja su utjecala na nastanak novih metoda.

---

[2] Među brojnim istraživanjima iz povijesti znanosti koja na takav način valoriziraju djela Marina Getaldića te pored toga detaljno matematički uspoređuju odnos Getaldićeva i Descartesova rješenja izdvojila bih sljedeće radove: Oton Kučera, »O Marinu Getaldiću, patriciju dubrovačkom, znamenitom matematiku i fiziku na početku XVII vijeka«, *Rad JAZU* 117 (1893), pp. 19–60; Ernest Stipanić, *Marin Getaldić i njegovo mesto u matematici i naučnom svetu* (Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika NR Srbije, 1961), pp. 174–181; Andrija Bonifačić, »Gdje se Marin Getaldić najviše približio Descartesu«, *Anali Zavoda za povijesne znanosti Istraživačkog centra JAZU* 15–16 (1978), pp. 69–85; Žarko Dadić, *Hrvati i egzaktne znanosti u osvit novovjekovlja* (Zagreb: Naprijed, 1994), pp. 155–192.

Pored toga, da bi se razumjele znanstvene prilike u kojima Getaldić stvara svoje glavno djelo *De resolutione et compositione mathematica* (*O matematičkoj analizi i sintezi*), potrebno je razmotriti i pojedine ključne faze razvoja matematičke znanosti u njezinoj interakciji s filozofijom, počevši od antike, u kojoj nalazimo korijene geometrijske metode, preko srednjega vijeka, u kojem su načinjeni prvi latinski prijevodi arapskih izvornih matematičkih djela (12. i 13. stoljeće), pa sve do pojave Vièteove simboličke algebre,[3] koja je i potaknula Getaldića na stvaranje djela *De resolutione et compositione mathematica.*

Getaldićev rad na matematičkim metodama potrebno je izložiti i prikazati u kontekstu renesansnoga mišljenja i problema metode kao karakterističnoga filozofskog problema novovjekovnoga mišljenja. Pisao je matematička djela tako da je potpuno osvijestio važnost metodološkoga pristupa građi. Nastojao je u duhu interesa svoga vremena prakticirati antičke metode, ali je, sazrijevajući i akumulirajući antičku matematičku tradiciju, u posljednjoj fazi rada odlučio da upravo svojim najvažnijim djelom afirmira novu algebarsku metodu. Značajni su njegovi prinosi promicanju nove metode koja je omogućila nastanak i razvoj analitičke geometrije, a kasnije i nekih drugih grana matematike.

3. Dvije faze Getaldićeva rada: rana faza utemeljena na klasičnom nasljeđu antičke tradicije i zrela faza obilježena simboličkom algebrom i algebarskom analizom

Sva Getaldićeva ranija djela pisana su korištenjem isključivo antičkih matematičkih metoda, u duhu kojih je započeo svoju matematičku naobrazbu, te predstavljaju segment njegova razvojnoga puta i oblikovanja. Prikazuju ga dijelom cjelokupnoga renesansnog korpusa, koji divljenjem prema

[3] Simboličku algebru i algebarsku analizu razrađuje Viète u djelu *In artem analyticem isagoge* (*Uvod u analitičku vještinu*), objavljenom 1591. godine. Pretisak tog djela objavljen je u: Francisci Vietae *Opera mathematica* (Hildesheim: Georg Olms Verlag, 1970), pp. 1–12. Pored toga u svojim su temeljima Vièteova simbolička algebra i algebarska analiza opisane u radovima: Jacob Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra* (Cambridge, Massachusetts, and London: Massachusetts Institute of Technology, 1966), pp. 150–185, 315–353; H. L. L. Busard, »François Viète«, u: *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. 14 (New York: Charles Scribner's sons, 1981), pp. 18–25; Žarko Dadić, *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici* (Zagreb: Školska knjiga, 1992), pp. 46–49.

svemu antičkom nastoji u svojoj prvoj fazi oživjeti vrhunska dostignuća starogrčke znanosti.

Tijekom prve faze rada, utemeljene na starogrčkoj matematičkoj tradiciji, Getaldić je dozrijevao kao produktivni matematičar i pripremao se za stvaranje svoga glavnog djela *De resolutione et compositione mathematica*, koje upravo utemeljuje na metodološkom suprotstavljanju klasičnomu nasljeđu i afirmaciji nove algebarske metode nasuprot antičkoj tradiciji.[4]

Dio problema koje nalazimo u ranijim djelima Getaldić ponovno razmatra u djelu *De resolutione et compositione mathematica*, ali sada s potpuno drugačijim metodološkim pristupom, gdje te probleme rješava u okviru algebarske metode. Tako se, između ostaloga, ponavljaju pojedini problemi iz restauracija izgubljenih spisa *O nagibima* i *O dodirima* grčkoga matematičara Apolonija iz Perge, u kojima se koristio isključivo starogrčkom geometrijskom metodom da bi bio što sličniji izvornomu Apolonijevu djelu.

U zbirci različitih matematičkih problema *Variorum problematum collectio* (1607) Getaldić različitim geometrijskim metodama rješava probleme četvorice autora: istaknutoga astronoma i matematičara Johannesa Müllera Regiomontanusa (15. st.) te svojih suvremenika, uglednih matematičara, rimskih isusovaca Christopha Claviusa i Christopha Grienbergera, s kojima se dopisivao, i Dubrovčanina Jakova Restića.

Da je Getaldić težište svojih matematičkih istraživanja temeljio upravo na razvoju i afirmaciji različitih matematičkih metoda, svjedoči i činjenica kako je posljednja dva objavljena, a ujedno i najznačajnija djela, metodološki različitih koncepcija, *Variorum problematum collectio* i *De resolutione et compositione mathematica*, započeo pisati u isto vrijeme i u njima ponavljao dio matematičkih problema, demonstrirajući na putu pronalaska rješenja upravo različitost pristupa i dosege matematičkih metoda.

---

[4] Popis starijih Getaldićevih djela iz prve faze njegova rada u kojoj isključivo primjenjuje starogrčke matematičke metode i slijedi antičku tradiciju: *Nonnullae propositiones de parabola* (Romae: Apud Aloysium Zannettum, 1603); *Promotus Archimedes seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis* (Romae: Apud Aloysium Zannettum, 1603); *Apollonius redivivus seu restituta Apollonii Pergaei inclinationum geometria* (Venetiis: Apud Bernardum Iutam, 1607); *Suplementum Apollonii Galli seu exsuscitata Apollonii Pergaei tactionum geometriae pars reliqua* (Venetiis: Apud Vincentium Fiorinam, 1607); *Variorum problematum collectio* (Venetiis: Apud Vincentium Fiorinam, 1607); *Apollonius redivivus seu restitutae Apollonii Pergaei de inclinationibus geometriae liber secundus* (Venetiis: Apud Baretium Baretium, 1613).

Getaldić u potpunosti uviđa koje će dalekosežne posljedice imati primjena općih veličina u matematici i znanosti uopće. Naime pokazalo se da je uvođenje općih veličina oslobodilo matematičke rezultate dotadašnje njihove forme. Snaga nove metode, koju je tek trebalo razviti i afirmirati, u čemu je velikoga udjela imao upravo Getaldić, dovela je u razvoju matematike do epohalne promjene.

Njegov rad na području matematike u okvirima antičke tradicije sam po sebi dovoljno je visoke razine i bogat izvornim rješenjima, kako starogrčkih problema tako i u području primjene na fizikalne probleme: parabolična zrcala[5] i određivanje specifičnih težina,[6] da je već time sebi priskrbio mjesto među istaknutim matematičarima na početku 17. stoljeća. Međutim neosporno vrhunac svoga rada postiže upravo otklonom od čisto geometrijskoga shvaćanja problema, u okviru kojega je geometrijskim metodama (analizom i sintezom) načinio izvanredna ranija djela.

No upravo je njegovo odlično poznavanje antičkih metoda i njihovih dosega bilo ključno da rano uvidi kako Vièteova *logistica speciosa* nije tek samo jedna od matematičkih metoda kasne renesanse, kojom se matematička znanost postupno obogaćuje i polako kreće putem svoga razvoja. Getaldić po uzoru na Viètea koristi opće veličine koje se jednako mogu primijeniti i na brojeve i na geometrijske objekte. Algebra koja operira s tim općim veličinama umjesto s brojevima čista je i opća algebra. Kao takva ona je jednako primjenjiva i na brojeve i na geometrijske objekte, za razliku od antičke, koja je bila geometrijska, i arapske s numeričkim karakterom.

4. *Getaldićevo glavno djelo* De resolutione et compositione mathematica

4.1. Sadržaj i koncepcija djela

Getaldić, shvativši smisao i važnost koju u svojoj općenitosti donosi Vièteova metoda, glavno je djelo upravo osmislio kao njezin prvi cjeloviti i opsežni priručnik. To je metodička zbirka problema i teorema rješavanih primjenom nove algebarske metode na raznorodnoj građi. Analizom djela

---

[5] Juraj Majcen, »Spis Marina Getaldića Dubrovčanina o paraboli i paraboličnim zrcalima«, *Rad JAZU* 223 (1920), pp. 1–43.

[6] Pier Daniele Napolitani, »La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e in Galileo«, *Bolletino di Storia delle Scienze Matematiche* 8/2 (1988), pp. 139–236.

De resolutione et compositione mathematica pokazuje se da je glavni doprinos djela upravo u samom razvoju algebarske metode, premda djelo sadrži brojne nove izvorne matematičke rezultate, što se naročito vidi u primjerima problema koje ponavlja iz starijih djela antičke tradicije, gdje obrađuje vlastite geometrijske probleme iz ranijih djela te probleme i teoreme Euklida, Apolonija iz Perge, Viètea, Regiomontanusa i drugih. Računanje s općim veličinama omogućilo mu je novu interpretaciju dotadašnjih matematičkih rezultata. Getaldić preinačuje zapise rezultata za geometrijski rješavane probleme i provodi algebarsku analizu u sklopu opće algebre.

Može se zapaziti kako se Getaldić, afirmirajući novu algebarsku metodu na raznorodnoj građi, istovremeno pokazuje i kao vjeran prenositelj i tumač tradicionalnoga pristupa. Međutim ključna razlika u odnosu na dotadašnji matematički pristup, utemeljen na divljenju svemu antičkom i pokušajima da se pojedini pojmovi i postupci postojeće matematike preobuku u antičko ruho, javlja se u novom poimanju matematičkoga objekta, odnosno koncepciji općega broja, čije uvođenje vodi do korjenite reforme ne samo algebre nego i matematike u cjelini.

Kao i kod drugih matematičara na prijelazu iz 16. u 17. stoljeće, i Getaldićev se opus dobrim dijelom osniva na djelima grčkih matematičara, među kojima se ističu Euklid, Pap (Pappos, Pappus) i Diofant, a pod utjecajem je i Eudoksove teorije razmjera te Arhimedove primjene logističke metodologije, odnosno aritmetičke interpretacije geometrije. Oslanjajući se na antičku matematičku tradiciju, potaknut Vièteovom algebarskom metodom, Getaldić integrira međusobno različite tendencije starogrčke matematike, stroge geometrijske metode i logistike, koja je podrazumijevala rutinu običnoga matematičkog računa i dopuštala aproksimativan pristup.[7] Slijedeći dosljedno Vièteovu metodu, Dubrovčanin u već poznate metode analize i sinteze uvodi opće veličine te tako u *De resolutione et compositione mathematica* kroz primjenu metode postiže i promjenu koncepcije matematičkoga objekta u svome posljednjem djelu.

[7] Pored primjene strogih geometrijskih metoda u starogrčkoj matematici početkom nove ere postojala je još jedna izrazita tendencija u matematici, a to je sve intenzivnije uvođenje logistike i u teorijsku matematiku. Heron je, baveći se geometrijskim problemima koji se mogu interpretirati algebarski, pribrajao primjerice površine i dužine, što je bilo neprihvatljivo u starogrčkoj tradiciji. Na taj način, suprotno dotadašnjoj matematičkoj tradiciji, davao je prednost brojčanomu aspektu problema u odnosu na njegovo geometrijsko podrijetlo. Opširnije o Heronovu radu vidi: Žarko Dadić, *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici* (Zagreb: Školska knjiga, 1992), pp. 55–56.

4.2. Opći principi matematičke analize i sinteze

Uvod prve knjige *De resolutione et compositione mathematica* donosi opće principe metode i pojašnjava pojam analize, koji se prvi put javlja u grčkoj filozofiji. Getaldić tumači osnovne principe analitičkoga, odnosno sintetičkoga postupka, međusobno ih komparirajući i objašnjavajući njihovu bit u najširem matematičkome smislu. Tako u samom uvodu kaže da je sinteza postupak kod kojega uzimamo ono što je zadano te idemo zaključkom prema krajnjem cilju, tj. prema onome što se traži. Analizu definira kao uzimanje (pretpostavljanje) onoga što se traži kao da je zadano, a zatim idemo zaključkom preko onoga što slijedi prema onome što je uistinu zadano. Getaldić kaže ovako:

> »Takva dokazivanja dvojaka su. Naime, ona ili potvrđuju zadano ili ga odriču; ona koja potvrđuju zadano zovu se analitička dokazivanja (analize). Tim postupkom svodimo traženi zaključak upravo na one razloge pomoću kojih se on dokazuje.«[8]

Nakon što je definirao analitička dokazivanja, Getaldić im metodološki suprotstavlja sintetička dokazivanja:

> »Moguće je, naime, da se od onoga što je zadano okrenemo istim putovima analize prema onome što se traži. One postupke koji poništavaju zadano zovemo svođenje na nemoguće. Naime, svođenje na nemoguće je uzimanje onoga što se suprotstavlja uistinu zadanom, jer u svođenju na nemoguće uzimamo za pretpostavku ono što se suprotstavlja traženom. Takvom pretpostavkom napredujemo dok ne naiđemo na neki apsurd, kojim se, poništivši pretpostavku, potvrđuje ono što se na početku tražilo.«[9]

Nakon što je rastumačio osnovne principe analitičkoga i sintetičkoga postupka, Getaldić komparira analitičko i sintetičko dokazivanje konstatirajući kako je iz navedenoga vidljivo da se analiza od svođenja na nemoguće razlikuje samo po načinu zaključivanja. Oboje idu od nepoznatoga prema poznatome istim redom napredovanja, ali analiza, završavajući istinom, zaključuje da je istinito ono što se pretpostavlja, dok svođenje na nemoguće (*reductio ad absurdum*), završavajući pogrešnim, potvrđuje da je neistinito ono što se pretpostavlja te prema tome da je istinito ono što se traži.

---

[8] Marinus Ghetaldus, *De resolutione et compositione mathematica libri quinque* (Romae: Ex Typographia Reverendae Camerae Apostolicae, 1630), p. 1. Navodim prema rukopisnome prijevodu Jakova Stipišića, koji mi je ustupio akademik Žarko Dadić. Napominjem da ću i ostale Getaldićeve citate u ovom radu navoditi prema istom rukopisnome prijevodu.

[9] Ghetaldus, *De resolutione et compositione mathematica libri quinque,* p. 1.

Getaldić dalje upućuje na to da razlikujemo dvije vrste analize, teorijsku i problemsku. Teorijska analiza ima za krajnji cilj otkriti istinu koju formulira u poučke, dok problemska analiza uči kako se pronalazi način konstruiranja u problemima i put dokazivanja konstrukcije. Tu Getaldić ističe snagu i sveobuhvatnost algebarske analize i ulogu Viètea u njezinu razvoju. Naglašava da se gotovo svi problemi i teoremi koji potpadaju pod algebru vrlo lako analiziraju i sintetiziraju uz pomoć algebarske analize, a ne obične algebre. Getaldić piše:

> »Naime analiza koja se provodi pomoću nepromjenjivih oznaka, a ne pomoću brojeva podložnih promjeni bez obzira na to u kojoj se operaciji upotrebljavaju, ostavlja jasne tragove preko kojih nije težak povratak do sinteze; sinteza u problemima, riješenima bilo algebarski bilo po metodi starih, vraća se od svršetka analize, tragovima analize, do početka. U teoremima pak, čija se istina istražuje algebarski, dokazivanje teče istim redom kojim je u teoremima pronađena istina.«[10]

Getaldić potom upućuje na to kako postupati s teoremima i problemima koji ne potpadaju pod algebru. Za primjer navodi one u kojima se dokazuje uspoređivanje kutova. Getaldić kaže kako se takvi teoremi i problemi analiziraju i sintetiziraju metodom naslijeđenom od starih Grka, a postoje u knjigama Arhimeda, Apolonija iz Perge te Papa i drugih. Premda se tom metodom svi teoremi i problemi mogu analizirati i sintetizirati, ipak se oni koji potpadaju pod algebru većinom lakše i brže analiziraju algebarski, a zatim sintetiziraju tragovima analize. Pošto je naveo osnovna načela algebarske analize i sinteze, Getaldić izlaže prve teoreme kojima će se često služiti u kasnijim analizama i sintezama, zajedno s njihovim dokazima, te tako čitatelja uvodi u princip pronalaženja teorema algebarskim pristupom.

Usporedbom je vidljivo da se Getaldićevo izlaganje na početku prve knjige djela *De resolutione et compositione mathematica* u velikoj mjeri oslanja na uvodni dio Vièteova prvoga djela o simboličkoj algebri *In artem analyticen isagoge* (Tours, 1591). Tu Viète također navodi da u matematici postoji određen način istraživanja istine, koji je, tvrdi se, prvi otkrio Platon. Teon iz Aleksandrije dao je tomu postupku ime *analiza* i precizno ga definirao kao proces koji počinje »pretpostavljajući ono traženo kao da je dano, i putem posljedica nastavlja prema istini koja je u stvari već dana«, kao što je i njoj nasuprot definirao *sintezu* kao proces koji počinje »pretpostavljajući ono dano i putem posljedica nastavlja prema zaključku i shvaćanju onoga

[10] Ghetaldus, *De resolutione et compositione mathematica libri quinque,* p. 2.

traženoga«.[11] Važno je istaknuti da su se metode analize i sinteze razvijale u staroj Grčkoj na geometrijskim problemima, pa je stoga ta prva analiza u matematici (iz koje su se kasnije razvile sve druge analize) bila upravo geometrijska analiza, dok je geometrijska konstrukcija bila shvaćena kao sinteza. Definicije slične Teonovima pojavljuju se i kod Papa (Aleksandrija, oko 300 – 350), ali u nešto promijenjenu i pojašnjenu obliku, na početku sedme knjige njegova djela *Mathematicae collectiones*. Zajedno s Diofantovom *Aritmetikom* to su dva glavna starogrčka izvora na koje se oslanja Vièteov rad.[12]

Ključna promjena koja se događa u matematici na prijelazu iz 16. u 17. stoljeće dijelom se temelji na započetim transformacijama u načinu zapisa matematičkih tekstova, na što su utjecali latinski prijevodi arapskih izvornih matematičkih djela iz 12. i 13. stoljeća. Postupno su u upotrebu ušle arapske brojke, s pomoću kojih se u pojedinim tekstovima, inače retoričkim, zapisuju određene sheme koje omogućuju jednostavniji prikaz matematičkih izraza i operacija. Tijekom 14, 15. i 16. stoljeća postupno su se usavršavala matematička znanja, stvarali i neki novi matematički simboli, što je sve zajedno prethodilo nastajanju simboličke algebre i bilo temeljem velikih promjena u matematičkim shvaćanjima koncem 16. stoljeća.

Ono što je potrebno naglasiti za matematiku 16. stoljeća jest činjenica da prije nastanka simboličke algebre, usprkos ubrzanu i snažnu stvaranju mnogih novih algebarskih znanja (nova pravila i primjeri kako treba raditi, nove kratice koje su olakšale matematičko izražavanje), ona i dalje ostaje konkretna, budući da matematičari toga doba razmišljaju u sklopu

---

[11] Franciscus Vieta, *In artem analyticen isagoge*, u: *Francisci Vietae opera mathematica* (Hildesheim: Georg Olms Verlag, 1970), p. 1.

[12] Diofant (prva polovica 3. st.) nastavio je razvijati matematiku Heronovim pristupom te je proveo metodološku transformaciju brojčane upotrebe. Odvojeno od geometrijskih problema razvijao je teorijsku logistiku i teoriju jednadžbi. Bavio se kvadratnim jednadžbama, linearnim jednadžbama i sustavima jednadžbi. U svome glavnom djelu *Aritmetika* razmatrao je pored aritmetičkih i algebarske probleme, pa je u njegovu djelu algebra prešla iz geometrijskoga u aritmetički dio. Diofantovo poimanje broja bilo je pod utjecajem Platona i Aristotela. Stoga da bi pomirio takav stav s upotrebom razlomaka, on ih zamišlja kao manje jedinice cijeloga broja. Iracionalne i negativne brojeve nije priznavao pa je takva rješenja odbacivao, postavljajući određene uvjete za postojanje rješenja. Diofant je koristio i nepoznanicu u postupku traženja rješenja. U skladu sa starogrčkom retoričkom algebrom i u njegovim je tekstovima prisutan retorički oblik izlaganja matematičke građe, ali ga on transformira, tako da uvodi kratice za matematičke pojmove, a rečenice sažima u kraći oblik. Takav način izražavanja naziva se sinkopatskim, a prema njemu tako zapisana algebra sinkopatskom algebrom.

pojedinoga problema i konkretnoga objekta. Kratice sinkopatske algebre usavršavaju se i ustaljuju, ali još uvijek algebarske operacije nisu apstrahirane i odvojene od njihovih konkretnih objekata na koje se primjenjuju: »Smatralo se da operacije i objekt čine nedjeljivu cjelinu, razmišljalo se u okviru pojedinog (konkretnog) problema, pa stoga u tom razdoblju još nije došlo do pojma formule.«[13]

Simbolička algebra u tome smislu donosi ključni preokret. Koristi se grčka geometrijska analiza i sinteza, ali tako da se uvođenjem općih veličina, nazvanih *species*, preinačuje i provodi algebarski u sklopu opće algebre. Uvedene opće veličine sada se mogu ravnopravno i jednako primjenjivati i na brojeve i na geometrijske objekte.[14] Stoga je ta nova algebra, koja operira s općim veličinama umjesto samo brojevima ili geometrijskim objektima, čista i opća algebra, različita od dotadašnjih.[15]

4.3. Usporedba algebarske i geometrijske metode

Da bi se jasno prikazala bit simboličke algebre, bit će prikazan jednostavan geometrijski problem, na koji su zbog komparacije primijenjene obje metode, stara i nova, odnosno geometrijska i algebarska. Izložit će se prvi problem koji je rješavao Marin Getaldić u prvoj knjizi djela *De resolutione et compositione mathematica*. Problem je razmjerno jednostavan u odnosu na znatno složenije matematičke probleme kojima se djelo uglavnom bavi. Stoga je vrlo prikladan za ilustraciju korištenja algebarske analize i simboličke algebre. Nakon same formulacije problema Getaldić prvo provodi algebarsku analizu, a zatim iz nje izvodi

[13] Žarko Dadić, *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici* (Zagreb: Školska knjiga, 1992), pp. 77, 88–90.

[14] Premda je prvi opći broj u matematičku praksu uveo Jordanus de Nemore u 13. stoljeću, koristeći oznaku slova da bi prikazao bilo koji broj, njegov se opći broj odnosio samo na brojeve, a ne i na geometrijske objekte. Stoga se takvi opći brojevi nisu mogli koristiti za računanje geometrijskih veličina kao što su na primjer dužina, površina ili obujam. *Species* predstavlja u tom smislu veći stupanj općenitosti jer računanje s njima, koje se jednako može primijeniti i na brojeve kao i na geometrijske objekte, operira s oblikom stvari (npr. slovima abecede). Upravo zato je njihovo uvođenje imalo velike posljedice na interpretaciju dotadašnjih matematičkih rezultata i snažno se odrazilo na daljnji razvoj matematike.

[15] U staroj Grčkoj razvijala se algebra unutar područja geometrijskih problema, dok je u Arapa i kod Diofanta algebra imala numerički karakter. Grci su se bavili geometrijom i aritmetikom, a algebrom tek neizravno kroz geometrijske probleme koji su bili takva karaktera da su se mogli interpretirati algebarski.

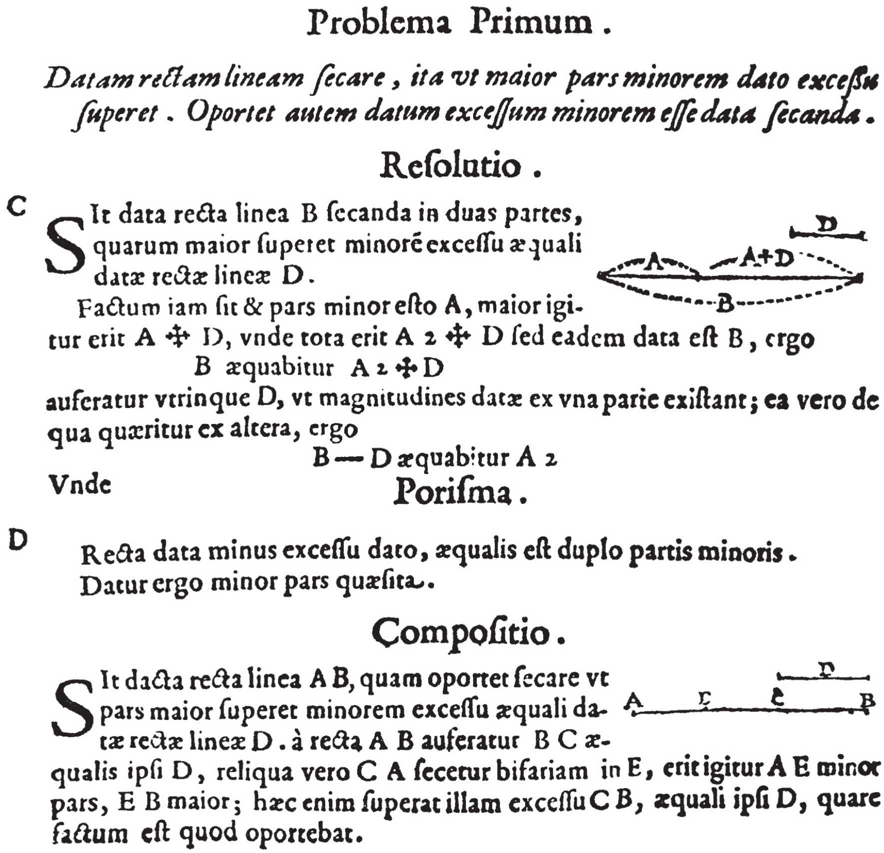
porizam,[16] koji potom koristi u sintezi. Dobiveno rješenje nije kraj problema I, jer ga Getaldić zatim dalje razvija i provodi još jednu analizu istoga problema, nakon koje ponovno slijedi porizam, a za njim sinteza. Nakon što je načinio ono što se tražilo u problemu I, Getaldić na temelju zaključaka iz problema dodatno formulira još dva korolara za koje kaže da ih navodi jer je njihova upotreba česta u analizama, naročito u određivanju dijelova iz zbroja i razlike dijelova. Getaldić formulira problem I na sljedeći način (Sl. 1):

Problem I

Zadanu dužinu treba presjeći, tako da veći dio premašuje manji zadanim pretičkom. Zadani pretičak treba biti manji od zadane dužine, koju treba presjeći.

Problem koji je zadan u geometrijskoj formi može se zapisati u obliku jednadžbe prvoga stupnja s jednom nepoznanicom. U potpunosti u skladu s Vièteovom novom algebarskom metodom Getaldić pristupa problemima tako da nakon što je formulirao sam problem, prvo provodi algebarsku analizu. U samoj analizi metodološki možemo razlikovati dva koraka. U prvom koraku, koji se naziva zetetički, geometrijski se objekti predočavaju u algebarskom obliku. Tako se od zadanih i traženih veličina oblikuje algebarska jednadžba. Budući da su sada promatrane veličine općenite algebarske veličine, transformiraju se potpuno formalno, neovisno o njihovu geometrijskom polazištu. Tako se one postupno svode na konačni uređeni oblik, takozvani kanonski oblik. Time se završava prvi korak algebarske analize i potom se prelazi

[16] Porizam je pojam koji se u povijesti matematike tumači na različite načine, a javlja se već u antici. Prema Papovim restauracijama Euklid je napisao tri knjige porizama koje su kasnije zagubljene. Porizam je određena vrsta matematičkog poučka, koja je bila poznata i uz ime ‘dodatak’ (*corollarium*). Prema etimologiji pojma, vjerojatno se misli na određeno unapređivanje dotičnog matematičkog problema uz pomoć baš ovih poučaka, koji su ‘porizmi’. O tome opširnije u svojoj disertaciji piše: Oton Kučera, »O Marinu Getaldiću, znamenitom matematiku XVII. vijeka«, *Rad JAZU* 117 (1893), pp. 46–47: »Jedno je značenje porizama bez dvojbe: poučak, koji iz drugog glavnog poučka slijedi bez dokaza. Pappus veli o tom: Porizmi ne pripadaju niti theoremima niti problemima, nego stoje po svojoj formi i po svom biću u sredini među njima, te se mogu izraziti i kao teoremi i kao problemi, tako da su ih neki geometri smatrali theoremima, a drugi problemima, držeći se samo forme poučka. <…> Svrha je teorema dokazati ono, što poučak izriče; problemu, konstrukcija onoga što je predloženo; porizmu je pako svrha naći i ispitati predloženo.« U matematici značenje pojma porizam mijenjalo se tijekom vremena. Porizam je kod Getaldića poučak koji slijedi iz algebarskog rješenja problema bez obzira na način na koji će se konstruirati rješenje razmatranog problema. Detaljnije o pojmu porizma kod Getaldića pisao je: Žarko Dadić, »Posljedica i porizam u Getaldićevim radovima«, *Anali Zavoda za povijesne znanosti Istraživačkog centra JAZU u Dubrovniku* 18 (1980), pp. 175–181.



Problema Primum.

Datam rectam lineam ſecare, ita vt maior pars minorem dato exceſſu ſuperet. Oportet autem datum exceſſum minorem eſſe data ſecanda.

Reſolutio.

C

Sit data recta linea B ſecanda in duas partes, quarum maior ſuperet minorē exceſſu æquali datæ rectæ lineæ D.

Factum iam ſit & pars minor eſto A, maior igitur erit A ✣ D, vnde tota erit A 2 ✣ D ſed eadem data eſt B, ergo

B æquabitur A 2 ✣ D

auferatur vtrinque D, vt magnitudines datæ ex vna parte exiſtant; ea vero de qua quæritur ex altera, ergo

B — D æquabitur A 2

Vnde

Poriſma.

D

Recta data minus exceſſu dato, æqualis eſt duplo partis minoris. Datur ergo minor pars quæſita.

Compoſitio.

Sit data recta linea A B, quam oportet ſecare vt pars maior ſuperet minorem exceſſu æquali datæ rectæ lineæ D. à recta A B auferatur B C æqualis ipſi D, reliqua vero C A ſecetur bifariam in E, erit igitur A E minor pars, E B maior; hæc enim ſuperat illam exceſſu C B, æquali ipſi D, quare ſactum eſt quod oportebat.

Slika 1. Prva analiza, porizam i sinteza za Getaldićev problem I. Marinus Ghetaldus, *De resolutione et compositione mathematica libri quinque* (Romae: Ex Typographia Reverendae Camerae Apostolicae, 1630), p. 13.

na drugi, poristički, u kojem se iz kanonskoga oblika algebarske jednadžbe zaključuje o vezi između zadanih i traženih veličina. Time je algebarska analiza problema završena. Dobiveni zaključak naziva se porizam i koristi se potom u određivanju traženih veličina, a sam postupak određivanja spada u sintezu. Getaldićeva analiza zadanoga problema u retoričkom zapisu kakvim se on služio u djelu *De resolutione et compositione mathematica* glasi:

Analiza

Zadanu dužinu B treba presjeći na dva dijela, tako da veći dio premašuje manji pretičkom jednakim zadanoj dužini D. Neka je tako već urađeno i neka manji dio bude A, veći će biti, dakle, A+D, odakle će cijela dužina biti A_2+D, ali to je upravo zadana dužina B, pa će se prema tome B izjednačiti s A_2+D. Neka se s obje strane oduzme D, tako da se zadane dužine pojave s jedne strane, a ona koju tražimo s druge strane, dakle B–D izjednačit će se s A_2.[17]

Odatle Getaldić formulira zaključak koji vrijedi za zadane i tražene veličine, odnosno porizam koji dalje koristi u sintezi:

Porizam

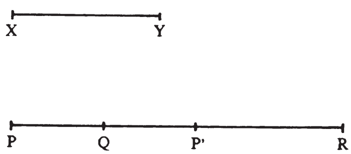
Zadana dužina manje zadani pretičak jednaka je dvostrukom manjem dijelu. Dobiva se dakle traženi manji dio.

Sinteza

Zadana je dužina AB, koju treba presjeći, tako da veći dio premašuje manji pretičkom jednakim zadanoj dužini D. Od dužine AB neka se oduzme dužina BC jednaka samoj D, a preostala CA neka se raspolovi u E, manji dio bit će dakle AE, a veći dio EB. Naime ovaj dio premašuje onaj pretičkom CB, koji je jednak samoj D, zato je urađeno što je trebalo.

Da bi se bolje uočila razlika između geometrijske i algebarske metode, ponovit ću problem I, ali tako da se sada na nj primijeni geometrijska analiza. Geometrijska analiza problema I, gdje su promatrane veličine geometrijski objekti, tekla bi na sljedeći način:

Budući da je postupak analitički, ponovno treba pretpostaviti da je načinjeno ono što je traženo, odnosno da je već načinjena podjela dužine prema uvjetima problema. Neka je zadana dužina PR i razlika njezinih dijelova XY (Sl. 2). Pretpostavimo da je dužina PR već u točki Q podijeljena onako kako se traži u iskazu problema. Tada veći dio QR premašuje manji PQ upravo za zadanu razliku XY. Odatle slijedi da kada se manja dužina PQ prenese na veću QR (u QP'), tada će ostatak biti jednak zadanoj razlici XY. Time je geometrijska analiza problema gotova.



Slika 2. Podjela dužine u Getaldićevu problemu I. Preuzeto iz: Žarko Dadić, *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici* (Zagreb: Školska knjiga, 1992), p. 91.

[17] Getaldićev se zapis razlikuje od suvremenoga. Kada želi zapisati dva puta A, u njegovu zapisu i simbolici to je A_2.

Prema prethodno provedenoj geometrijskoj analizi zaključujemo u sintezi da u provođenju konstrukcije prvo treba na dužinu PR prenijeti zadanu razliku XY u P'R. Zatim se dobiveni ostatak PP' u točki Q dijeli na dva jednaka dijela. Tako konstruirana točka Q dijeli zadanu dužinu onako kako se tražilo u iskazu problema. Time je geometrijska sinteza, odnosno konstrukcija problema, gotova.

Razlika između ovih dviju vrsta analize temelji se na razlici korištenih matematičkih objekata. U algebarskoj je analizi tok analize isti kao i u geometrijskoj, ali se neodređeni geometrijski objekti prikazuju u još općenitijem obliku, naime u obliku *speciesa.* Prvo se ti objekti predoče u algebarskom obliku. Zatim se postave između njih algebarske veze umjesto geometrijskih veza. Time se dobiju jednadžbe koje sadrže zadane i tražene veličine. Te se jednadžbe tada transformiraju potpuno formalno, ne vodeći računa o geometrijskom polazištu. Dalje se svode na konačni, tzv. kanonski oblik. Iz toga kanonskog oblika zaključuje se što vrijedi za dane i tražene veličine, odnosno izvodi se neki zaključak o njima. Dobiveni zaključak u potpunosti odgovara onomu geometrijskom zaključku koji je proistekao iz geometrijske analize. Na kraju se taj zaključak, koji proistječe iz algebarske analize, iskoristi u sintezi, i to na isti način kao što se u njoj iskoristio i zaključak koji je slijedio iz geometrijske analize.

Getaldić u algebarskoj analizi problema I pretpostavlja da je promatrana dužina B već podijeljena na način kako se traži u iskazu problema. Za razliku od prethodno provedene geometrijske analize zadane i tražene veličine nisu više razmatrane kao geometrijski objekt, nego kao opće veličine, u skladu s Vièteovom algebarskom metodom.[18] Pomoću općih veličina moguće je formirati algebarsku jednadžbu, koja kod Getaldića stoji u retoričkom zapisu.[19] Jednadžba se dalje transformira do kanonskoga oblika,[20] iz kojega se izravno zaključuje o odnosima zadanih i traženih veličina.

Kanonski je oblik konačni oblik algebarske jednadžbe, iz kojega se onda izvodi porizam da je razlika zadane dužine i zadane razlike dijelova jednaka dvostrukomu manjem dijelu (odnosno algebarski zapisano: B–D = 2A). Time je završena algebarska analiza razmatranoga problema. Sama sinteza, odnosno konstrukcija do tražene veličine pomoću porizma, koji je u Getaldićevu slučaju dobiven algebarskom analizom, mogla bi se načiniti i geometrijski i numerički. Ako bi se sinteza provodila računski, tada bismo nepoznatu veličinu A odredili tako da u kanonski oblik jednadžbe uvrstimo

---

[18] Dakle Getaldić cijelu dužinu označuje sa B, manji dio sa A, a razliku dijelova sa D.

[19] Odatle je veći dio A+D, a cijela dužina B = 2A + D.

[20] Odnosno nakon provedenih transformacija B–D = 2A te je tražena veličina A= (B–D)/2.

preostale poznate numeričke vrijednosti. Ako se sinteza provodi geometrijski, tada se konstrukcija izvodi prema dobivenom porizmu, na način kako je to načinio Getaldić u sintezi problema I. Od zadane dužine oduzeo je zadanu razliku, koja je prema porizmu jednaka dvostrukomu manjem dijelu. Zatim je tu dužinu dijelio na dva jednaka dijela i tako dobio traženi manji dio. Zadanu je dužinu na taj način dijelio prema zadanim uvjetima problema i zaključcima koji su proizišli iz porizma.

Getaldić potom varira isti problem, uočavajući da postoji još jedan aspekt razmatranoga problema. Prethodni slučaj u sebi sadržava pretpostavku da je A manji dio promatrane dužine B, a A+D njezin veći dio.

Obratom pretpostavke Getaldić formulira slučaj kada je A veći dio podijeljene dužine, dok je tada A–D manji dio, koji se dobije nakon diobe promatrane dužine B. Dakle Getaldić mijenja odnose općih veličina i ponovno provodi analizu, a potom na temelju te druge analize daje novi porizam iz kojega zatim provodi sintezu (Sl. 3):

Analiza II

Veći dio neka bude A, manji će biti dakle A–D, a prema tome će cijela dužina biti A_2–D, ali to je upravo zadana dužina B. Dakle B će se izjednačiti s A_2–D. Neka se na obje strane doda D, tako da se tražena veličina odvoji od zadanih, pa će prema tome B+D biti jednako A_2. Odatle:

Porizam

Zadana dužina više zadani pretičak jednaka je dvostrukom većem dijelu. Dobiva se dakle traženi veći dio.

Sinteza

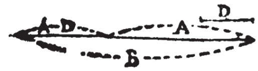
Zadana je, kao što se traži, druga dužina AB, i zadan je pretičak D. Neka se AB produži do C, tako da BC bude jednako D i cijela AC neka se raspolovi u E; AE će biti veći dio, EB manji dio, naime dužina EC, to jest AE, premašuje EB pretičkom BC, koji je jednak samoj D. Dakle urađeno je što je trebalo.

Prema tome Getaldić se i u varijaciji problema I koristio algebarskom analizom načinjenom u dva koraka. U prvom je zetetičkom koraku uveo opće veličine i sastavljao jednadžbu pomoću zadanih i traženih veličina. Drugi je korak porističk, u kojem je iz uređenoga kanonskog oblika sastavljene jednadžbe pronašao traženu istinu, koja vrijedi za tražene i zadane veličine. Zatim je pomoću toga porizma odredio traženu veličinu, odnosno proveo je postupak sinteze. Ako se on provodi geometrijski kao

14 *De Reſol. & Comp. Mathematica.*

Alia Reſolutio. A

PArs maior eſtò A, minor igitur erit A — D, tota ideo erit A 2 — D, ſed eadem data eſt B ergo



B æquabitur A 2 — D

Addatur vtrobique D, vt quæſita magnitudo à datis ſeparetur. ergo

B + D æquabitur A 2.

Hinc

Poriſma.

Recta data plus exceſſu dato æqualis eſt, duplo partis maioris. B
Datur ergo maior pars quæſita.

Compoſitio.

SIt data recta linea ſecunda vt petitur A B, datus autem exceſſus D. Producatur A B in C, vt B C ſit æqualis D, & tota A C ſecetur bifariam in E; erit A E pars maior, E B pars minor, recta enim E C, hoc eſt A E, ſuperat E B, exceſſu B C æquali ipſi D. Factum eſt igitur quod oportebat.

Corollarium I.

EX demonſtratis manifeſtum eſt, rectam lineam, quæ in duas partes diuiditur, auctam exceſſu partium, æqualem eſſe parti maiori duplæ, diminutam vero, duplæ minori. C

In poſteriori enim demonſtratione rectæ A B ſectæ in E adiecta eſt B C differentia partium A E E B, & ſit A G dupla partis maioris A E.

In priori vero demonſtratione rectæ A B, quæ ſecta eſt in E, ablata eſt C B differentia partium A E E B, & relinquitur A C dupla partis minoris A E.

Corollarium II.

PEr conſequens hoc etiam verum eſt, dimidia lineæ rectæ in duas partes diuiſæ, aucta dimidio exceſſu partium, æqualis eſt parti maiori, diminuta minori. D

Poſui corollaria hæc, quoniam frequens eſt eorum vſus in reſolutionibus, præſertim in conſtituendis partibus ex aggregato partium, & differentia.

Slika 3. Druga analiza, porizam i sinteza za Getaldićev problem I. Marinus Ghetaldus, *De resolutione et compositione mathematica libri quinque* (Romae: Ex Typographia Reverendae Camerae Apostolicae, 1630), p. 14.

konstrukcija, tražena je veličina geometrijska veličina, i to mjerljiva. Pronalazi li se on numerički, naime ako se ta jednadžba rješava algebarskim i numeričkim postupkom, onda je tražena veličina određeni broj. Viète je formalno definirao i odredio i taj treći korak, koji se može dvojako provesti. Različito je ako se postupak odnosi na brojeve ili ako se odnosi na geometrijske objekte. Prvi se zove *retički* i vodi na brojeve. Drugi je nazvan *egzegetički* i vodi na geometrijske veličine koje su neposredno vidljive.[21]

Cjelinu vezanu uz problem I Getaldić završava s dva korolara. Nakon dvije provedene algebarske analize i iz njih izvedenih odgovarajućih porizama načinjene su dvije sinteze za problem I. Primjena algebarske analize omogućila je Getaldiću formulaciju još dvaju popratnih korolara:

Korolar I

Iz onog što je dokazano jasno je da je dužina, koja se dijeli na dva dijela, povećana pretičkom dijelova, jednaka dvostrukom većem dijelu, a umanjena, dvostrukom manjem dijelu.

U prethodnome naime dokazu dužini AB presječenoj u E dodana je BC, razlika dijelova AE, EB i nastaje AC, dvostruko veća dužina od većega dijela AE.

U prvome pak dokazu dužini AB, koja je presječena u E, oduzeta je CB, razlika dijelova AE i EB, i preostaje AC, dvostruko veća od manjega dijela AE.

Korolar II

U nastavku i ovo je također istina da je polovica dužine podijeljena na dva dijela, povećana polovicom pretička dijelova, jednaka većem dijelu, a umanjena, manjem dijelu.

Prikazanom novom metodom Getaldić obrađuje matematičku građu djela *De resolutione et compositione mathematica*, raspoređenu u pet knjiga. U prvoj i drugoj knjizi Getaldić se bavi Euklidovim i Vièteovim problemima te problemima koje je prethodno obrađivao u djelu *Variorum problematum collectio*. Treća i četvrta knjiga[22] sadržavaju probleme koji se svode na različite tipove kvadratne jednadžbe, dok peta knjiga donosi različite probleme koje Getaldić svrstava u četiri cjeline – prema rezultatima algebarske analize.

---

[21] Žarko Dadić, *Povijest ideja i metoda u matematici* (Zagreb: Školska knjiga, 1992), pp. 90–91.

[22] Na kraju četvrte knjige obrađuje se posebno problem III, koji sadrži prijedlog određivanja polumjera Zemlje. Problem je s matematičkog aspekta obrađen u: Andrija Bonifačić, »Marin Getaldić o određivanju polumjera Zemlje: prikaz jednog problema iz djela *De resolutione et compositione mathematica*«, *Anali Zavoda za povijesne znanosti Istraživačkog centra JAZU u Dubrovniku* 17 (1979), pp. 99–116. Taj je problem s geodetskog aspekta istražen u: Nikola Čubranić, »Getaldićev prijedlog za određivanje veličine Zemlje«, u: *Radovi Međunarodnog simpozija* Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića* (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih znanosti JAZU, 1969), pp. 61–70.

4.4. Getaldićev shematski prikaz algebarske analize i sinteze: *conspectus resolutionis et compositionis*

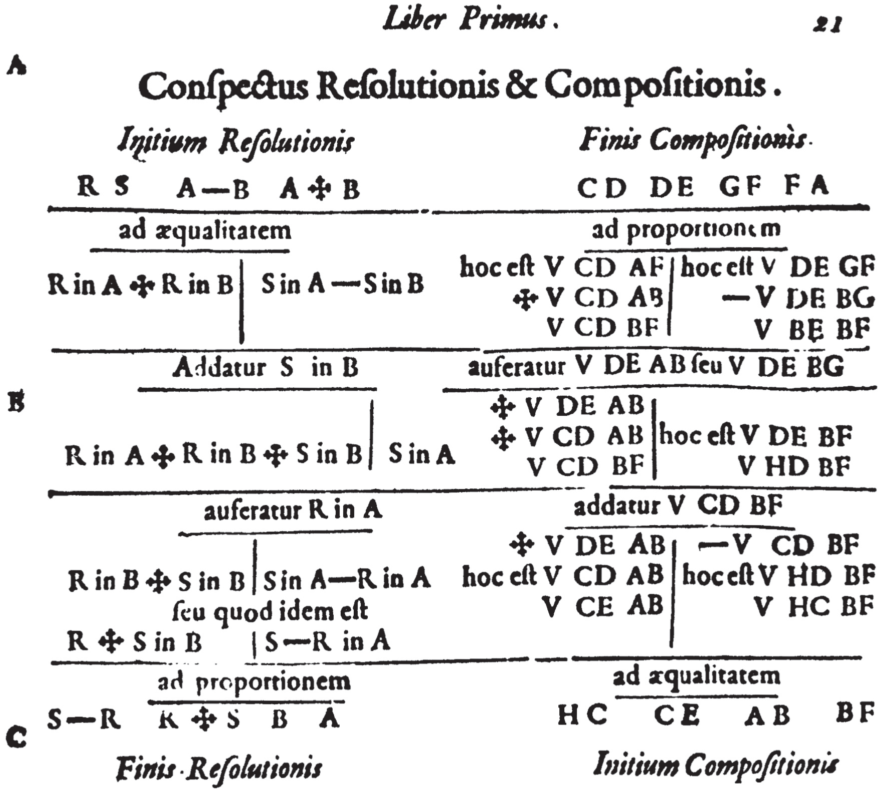
Potrebno je istaknuti da se unutar samoga djela *De resolutione et compositione mathematica* najveći Getaldićev metodološki doprinos temelji na njegovu shematskom prikazu algebarske analize i sinteze problema. Na kraju prve knjige slijedi grupa problema koji se svode na jednadžbe prvoga reda s jednom nepoznanicom. Na kraju svakoga obrađenog problema i provedenoga postupka algebarske analize i sinteze, koji se prethodno navode u retoričkom zapisu, Getaldić dodaje *conspectus resolutionis et compositionis*, specifični, sažeti i simbolički zapis provedenih postupaka.

Getaldićeva shema posebno je zanimljiva s metodološkoga aspekta jer postupkom dodavanja *conspectusa*, nakon provedene i retorički zapisane algebarske analize i sinteze problema, ostvaruje specifičan prikaz kojim se na metodički najbolji način prezentira uloga Vièteove algebre u rješavanju geometrijskih problema. *Conspectus* precizno pokazuje i određuje uzajamni odnos analize i sinteze, s izraženom Getaldićevom težnjom da postupke formalizira simbolikom matematike svoga vremena. On shematski prikazuje algebarski postupak kao dva matematičko-logička procesa koja teku obratnim smjerovima. Getaldićevim *conspectusom* izložen je dvostruki lanac zaključivanja, i to tako da se s jedne, lijeve strane tabelarnoga prikaza, redoslijedom karakterističnim za analizu kao matematičko-logičku metodu, navode pojedinačni matematički koraci, dok je s druge, desne strane, izložen sintetički postupak, redoslijedom karakterističnim za sintezu kao matematičko-logičku metodu. Formalizacija teče, općenito gledano, prema određenome metodološkom modelu:[23]

Initium resolutionis	*Finis compositionis*
Ad aequalitatem	Ad proportionem
Addatur	Auferatur
Auferatur	Addatur
Ad proportionem	Ad aequalitatem
Finis resolutionis	Initium compositionis

Shematski prikaz nazvan *conspectus* javlja se na nekoliko mjesta u djelu *De resolutione et compositione mathematica*. Slijedi primjer *conspectusa* načinjenoga iz algebarske analize i sinteze problema III (Sl. 4):

[23] Više o postupku vidi u: Ernest Stipanić, »Getaldićev *Conspectus resolutionis et compositionis*«, *Dijalektika* 7/1 (1972), pp. 5–9.


Liber Primus. 21

Conſpectus Reſolutionis & Compoſitionis.

A

Initium Reſolutionis — R S A—B A ✢ B

ad æqualitatem

R in A ✢ R in B | S in A — S in B

Addatur S in B

B

R in A ✢ R in B ✢ S in B | S in A

auferatur R in A

R in B ✢ S in B | S in A—R in A

ſeu quod idem eſt

R ✢ S in B | S—R in A

ad proportionem

C

S—R R ✢ S B A — Finis Reſolutionis

Finis Compoſitionis — CD DE GF FA

ad proportionem

hoc eſt V CD AF ✢ V CD AB | V CD BF | hoc eſt V DE GF — V DE BG | V BE BF

auferatur V DE AB ſeu V DE BG

✢ V DE AB ✢ V CD AB | V CD BF | hoc eſt V DE BF | V HD BF

addatur V CD BF

✢ V DE AB hoc eſt V CD AB | V CE AB | — V CD BF hoc eſt V HD BF | V HC BF

ad æqualitatem

HC CE AB BF — Initium Compoſitionis

Slika 4. *Conspectus* za Getaldićev problem III. Marinus Ghetaldus, *De resolutione et compositione mathematica libri quinque* (Romae: Ex Typographia Reverendae Camerae Apostolicae, 1630), p. 21.

Problem III

Zadanoj dužini treba dodati drugu dužinu, tako da razlika zadane i dodane dužine prema njihovu zbroju ima zadani omjer. A treba da zadani omjer bude manje prema većem.

4.5. Usporedba Getaldićeva i Descartesova rada na rješavanju neodređenih problema metodom algebarske analize

Peta knjiga djela *De resolutione et compositione mathematica* donosi različite probleme, koje Getaldić svrstava u četiri cjeline prema rezultatima algebarske analize. Tako su u prvom poglavlju obrađeni problemi koji ne zahtijevaju konstrukciju, nego se rješavaju u brojevima. Drugo poglavlje posvećeno je nemogućim problemima koji se uočavaju analizom iz porizma. Treće poglavlje posvećeno je problemima koji su neodređeni, a četvrto problemima koji ne potpadaju pod algebru.

Podjela problemā koju je načinio Getaldić iznimno je važna, osobito treća cjelina s neodređenim problemima (*uzaludni* ili *ništavni*), koji se mogu riješiti na beskonačno mnogo načina. U takvim slučajevima dolazi do identiteta, u kojem zadane i tražene veličine mogu poprimiti bilo koje vrijednosti. Getaldić je razlikovao dvije vrste takvih problema: one probleme koji se mogu riješiti na beskonačno mnogo načina bez ikakvih ograničenja i one koji se mogu riješiti na beskonačno mnogo načina, ali ipak ne na svaki. Rješavajući probleme on uočava da se neodređenost problema sastoji u tome da tražena veličina ovisi o izboru proizvoljne veličine koja se koristi u konstrukciji rješenja.

Taj Getaldićev stav o postojanju neke veze između dviju veličina, odnosno dviju dužina ili dviju točaka bio je nešto novo i stoga se može na određeni način dovesti u vezu sa začecima novoga područja matematike, analitičke geometrije, iako težište samoga djela nije na tome. Zahvaljujući činjenici da je Getaldić došao vrlo blizu spoznaji da se sve točke koje udovoljavaju neodređenomu problemu nalaze na nekoj krivulji, njegovo se djelo *De resolutione et compositione mathematica* u literaturi često ocjenjivalo s gledišta udjela u postanku analitičke geometrije.[24] Zastupalo se mišljenje da je Getaldić svojim glavnim djelom posredno sudjelovao u pripremi i stvaranju sinteze aritmetičkoga kontinuuma brojeva i geometrijskoga kontinuuma točaka, ostvarenoj u Descartesovoj analitičkoj geometriji, na čijim se temeljima kasnije razvila infinitezimalna analiza. Naime sedam godina nakon Getaldića, koristeći se jednim drugim neodređenim problemom, taj je zaključak da se sve točke koje udovoljavaju neodređenomu problemu nalaze na nekoj krivulji izveo René Descartes.

Kad se pak usporedi Getaldićevo djelo *De resolutione et compositione mathematica* s Descartesovom *La Géométrie* te usporedba proširi na Des-

---

[24] Nekoliko znanstvenika i povjesničara znanosti, kao Oton Kučera, Eugen Gelcich, Antonio Favaro i drugi, istraživali su Getaldićev opus i navodili njegove zasluge iz područja razvoja matematike te u svojim radovima ukazivali na značenje djela *O matematičkoj analizi i sintezi*, s naglaskom na njegovoj ulozi u osnutku analitičke geometrije. Međutim Getaldićev se najvredniji doprinos nalazi u radu na razvoju matematičkih metoda pa svoje pravo tumačenje dobiva upravo u sklopu promišljanja interakcije filozofije i matematike, koja je plodonosno otvorila vrata novovjekovnoj matematici.

cartesove metodološke zamisli u djelima *Discours de la méthode pour bien conduire la raison et chercher la verité dans les sciences* i *Regulae ad directionem ingenii,* jasnije se može ustanoviti značenje Getaldićeva rezultata i njegov ukupni doseg s obzirom na početke analitičke geometrije. Budući da je Getaldić bio isključivo matematičar, dosad je ocjenjivan uglavnom na temelju matematičkih analiza i argumenata te su se njegova djela uglavnom razmatrala iz matematičkoga kuta gledanja. Prema općem zaključku Getaldić se rezultatima približio utemeljenju analitičke geometrije te mu je nedostajao samo jedan korak. Zaključak je, matematički gledano, posve korektan, ali je moguće dati i jedno dodatno, kompleksnije tumačenje, što uistinu taj jedan korak predstavlja u filozofskome, a što u matematičkom smislu te izvesti zaključak u vezi s pitanjem što je Getaldiću doista nedostajalo da načini taj iznimno važan korak.

Kao primjer navodim zaključak Otona Kučere, koji u svojoj disertaciji, komparirajući Getaldićev i Descartesov rad na rješavanju neodređenih problema, konstatira kako mogući razlog zašto Getaldić nije stigao do formalnoga utemeljenja analitičke geometrije leži u činjenici da se posljednjih godina nosio sa zdravstvenim problemima, pa stoga treće i četvrto poglavlje, u kojima se nalazi cjelina s neodređenim jednadžbama, na nekoliko mjesta pokazuju da u tekstu nešto manjka, odnosno traže dodatnu obradu, dok je zadnje, peto poglavlje relativno kratko i sadržava nerazmjerno malen izbor problema, iz čega se dade naslutiti da je Getaldić namjeravao još raditi na djelu.[25] Možda je doista tako, ali to još uvijek sa sigurnošću ne vodi zaključku da bi Getaldić svoje algebarsko rješenje problema IV i V (knjiga 5), iz poglavlja o neodređenim problemima, u drugačijim okolnostima doveo u vezu s krivuljom u prostoru.

Sklona sam mišljenju da je Getaldić možda tom prilikom ostao nedorečen jer je kao znanstvenik po svojoj orijentaciji bio čisti matematičar, u prvom redu zainteresiran za afirmaciju i razradu same algebarske metode, usmjeren na demonstraciju njezine moći i na istraživanje dosega metode koju je smatrao iznimno važnom. Sam rezultat koji je dobio algebarskom analizom, u slučaju problema IV i V, bio mu je dovoljan pokazatelj važnosti i djelotvornosti algebarske metode, čemu je primarno težio. Moguće je da bi mu upravo šira filozofska dimenzija sagledavanja toga matematičkog problema, odnosno njegova rješenja, bila poticaj i djelovala u smjeru te-

[25] Oton Kučera, »O Marinu Getaldiću, patriciju dubrovačkom, znamenitom matematiku i fiziku na početku XVII vijeka«, *Rad JAZU* 117 (1893), p. 34.

meljnih ideja analitičke geometrije, katalizirajući njegove izvanredne rezultate u obliku algebarskih rješenja, spajajući ih s prostornom dimenzijom tih rješenja.

Taj plodonosni spoj filozofskoga i matematičkog pristupa načinio je Descartes u svom radu. Znakovito je da je upravo on, filozof i matematičar, s matematičkim rezultatima vrlo sličnima onima koje je dobio Getaldić, postavio sretnu zamisao o korespondenciji algebarske jednadžbe i krivulje koju ona predstavlja. Kasnije će se pokazati da se svojstva krivulja nalaze i odražavaju upravo u toj algebarskoj jednadžbi te se iz tih elemenata dalje razvila posebna matematička disciplina – analitička geometrija.

Tako je Descartes, koristeći se Vièteovom algebarskom analizom, došao do zaključka koji je nakon niza stoljeća ponovno povezao matematička područja aritmetike i geometrije. Ponovno povezivanje tih dvaju područja bilo je od velike važnosti za daljnji razvitak matematike.

Tražeći jedinstvenu metodu i oslanjajući se na matematiku kao svojevrstan uzor, Descartes se kritički osvrće na tadašnje matematičke metode i postupke, ne samo u geometriji, koja je u većoj mjeri bila baštinjena iz antike, već i u modernoj algebri, koja u to doba predstavlja najaktualnije matematičko područje. Descartes o tome kaže u svom djelu *Discours de la méthode* (*Rasprava o metodi*):

> »Zatim analitika starih i algebra modernih, ne samo što se odnose jedino na veoma apstraktne i beskorisne predmete, već je prva uvijek tako vezana za promatranje geometrijskih oblika, da ne može vježbati um bez velikog zamaranja mašte; a u drugoj je vezanost za izvjesna pravila i izvjesne znakove dovela dotle, da je od nje postala zamršena i nejasna vještina, koja duh zbunjuje, mjesto da to bude znanost, koja ga usavršava. Radi toga sam smatrao da treba tražiti neku drugu metodu, koja bi, obuhvaćajući prednosti ovih triju, bila bez njihovih nedostataka. I kao što god mnoštvo zakona često opravdava poroke, tako se državom mnogo bolje upravlja, ako ih ima malo, ali ih se ljudi strogo pridržavaju, tako sam i ja mislio, da će mi mjesto onog velikog broja pravila, koja sačinjavaju logiku, dovoljna biti četiri sljedeća, samo ako se čvrsto i trajno odlučim, da niti jedan put ne propustim da ih se pridržavam.«[26]

Upravo navedeni citat odražava bit temeljne razlike između pristupa ovih dvaju velikih matematičara Marina Getaldića i Renéa Descartesa. Francuski se filozof vrlo kritički odnosi prema različitim matematičkim područjima i metodama, bilo da se govori o antičkoj tradiciji ili novovjekovnoj simboličkoj algebri. Descartes matematičar, koji je ujedno i filozof, ima

[26] René Descartes, *Rasprava o metodi* (Zagreb: Matica hrvatska, 1951), p. 21.

potrebu tumačiti i objašnjavati matematiku kojom se bavi, komentirajući njezine metode, tražeći univerzalnu matematiku i jedinstvenu metodu koja bi obuhvatila sve prednosti dotadašnjih i uklonila nedostatke. Matematiku nastoji transformirati na općenitiji način, zahtijevajući u svojim metodičkim zamislima njezino poopćavanje i primjenu na čitav opseg iskustva. Nasuprot tomu Getaldićeva matematika ostaje uvijek unutar tradicionalnih granica, razmatra se u strogo razdvojenim područjima, s jasnom distinkcijom o podrijetlu i prirodi pojedinih metoda koje primjenjuje u obradi raznorodne građe. Getaldić nikada nema potrebu općenitijega sagledavanja znanosti ili nastojanja za reformom unutar matematike, koja bi započinjala kritikom tradicije, pojedinih područja i pripadajućih matematičkih metoda. Njegov je cilj rad na primjeni i afirmaciji različitih metoda koje vode razvoju matematičkoga aparata i širenju njegovih dosega. Stoga Getaldićeva djela sadržavaju implicitni filozofski stav karakterističan za novovjekovnu znanost. Matematika je njegovo glavno spoznajno uporište, pa Getaldić, stvarajući različita matematička djela, i ne osjeća potrebu da to dodatno objasni ili obrazloži u maniri velikoga filozofa, smatrajući matematiku zaokruženom znanošću, samu po sebi dovoljnom, koja kao takva ne traži dodatnih objašnjenja ni opravdanja.

Descartesovi interesi ne završavaju u njegovu matematičkom horizontu, već naprotiv tu pronalaze svoje ishodište, odnosno model prema kojem će započeti reformu filozofije, utemeljenu na nastanku nove jedinstvene metode. Matematika kao ideal dokazne znanosti pokazuje kako se i u istraživanju vrlo složenoga mogu sadržaji rastaviti na nizove jednostavnih i lako shvatljivih elemenata. Descartes smatra općenito najprihvatljivijim model kojim matematičari pronalaze istinu, budući da on polazi od najjednostavnijega i najspoznatljivijega, te konstatira kako su od sviju, koji su prije toga tražili istinu u znanostima, jedini matematičari bili u stanju pronaći neke dokaze, tj. neke sigurne i očite razloge, te nimalo ne sumnja u to da su i oni polazili od najjednostavnije stvari. Dakle za razliku od Getaldića, usredotočenoga isključivo na to da razvije matematičke metode koje se primjenjuju unutar jasne, unutrašnje podjele na tradicionalna matematička područja, bez namjere da metodu preoblikuje tako da istraživanjem prijeđe u šire okvire ljudske spoznaje (osim djelomično u fizici), Descartes teži potpuno novoj, općoj i jedinstvenoj metodi istraživanja na razini sveukupne spoznaje. Namjeravajući na taj jedinstven način obuhvatiti svekoliku spoznaju, jasno je da je i unutar same matematike težio jedinstvu i uspostavljanju analogije odnosa i veza među pojedinim područjima. Sam Descartes o tome kaže ovako:

»Međutim, moja namjera nije bila, da pokušam naučiti sve one posebne znanosti, koje se obično nazivaju matematičkim. Pošto sam uvidio da se usprkos raznolikosti svojih objekata ove znanosti ipak sve slažu u tome, da ne proučavaju drugo nego različne odnose ili razmjere, koji postoje među stvarima, došao sam do uvjerenja, da je najbolje proučavati samo ove odnose uopće i da ih pretpostavljam samo onim objektima, koji će mi poslužiti za olakšanje moje spoznaje, a da ih čak ni uz njih nikako ne vežem, kako bi ih zatim utoliko lakše mogao primijeniti na sve ostale, kojima bi odgovarali.«[27]

Kada se razmotre te Descartesove misli, u njima se razabire opći nacrt prema kojem će u svojoj zrelijoj fazi, radeći na primjeni algebarske metode na geometrijskoj građi, svoje rješenje interpretirati tako da spoji oba, do tada još od antike razdvojena područja, aritmetiku i geometriju. Na taj je način uzeo i ujedinio, kako sam kaže, ono najbolje iz obaju područja, geometrijske analize i algebre. Taj plodonosan spoj dovest će ga do izvanrednoga rezultata u razvoju matematike, do utemeljenja novoga područja – analitičke geometrije.

»Zatim sam bio na čisto s time, da će mi u svrhu spoznaje ovih odnosa i razmjera biti pokatkad potrebno da promatram svaki odnos za sebe, a ponekad samo da ih zapamtim ili da ih obuhvatim više zajedno, i pomislio sam, da bi ih trebao, kako bi ih posebice bolje promatrao, zamišljati kao pravce, stoga što nisam našao ništa jednostavnije niti išta, što bi mogao razgovjetnije predočiti u svojoj mašti i svojim osjetilima; ali da bi ih trebalo, kako bi ih zapamtio ili obuhvatio više zajedno objasniti nekim određenim što je moguće kraćim simbolima, i da ću na taj način uzeti sve najbolje iz geometrijske analize i algebre i ispraviti sve nedostatke jedne pomoću druge.«[28]

Getaldić neosporno nije imao onu filozofsku dimenziju koja je s druge strane značajno obilježila Descartesov ukupni, pa tako i matematički rad. Budući da je razmišljao kao čisti matematičar, Getaldićeva matematika i cjelokupan njegov rad ne sadržavaju značajnije eksplicitne filozofske misli, osim ponegdje u smislu štovanja velikih filozofskih autoriteta i kao znak poštovanja renesansne tradicije. Međutim način na koji je pisao djela sadržava implicitan stav karakterističan za novovjekovnu znanost i filozofiju. Može se reći da je filozofski razvoj toga vremena bio neka vrsta općenite pozadine i okvira unutar kojega je razvijao svoju matematiku, pa se u tome smislu može razmatrati i Getaldićev matematički angažman.

Kod Getaldića samo u tragovima pronalazimo elemente općega eklektičkog poštovanja antičke tradicije, ali stvarne povezanosti s filozofijom,

[27] Isto, pp. 22–23.

[28] Isto, p. 23.

istinske veze koja bi se reflektirala u obliku zastupanih stavova ili tendencija nema. Njemu je matematika glavna tema i zaokružena domena istraživanja, koja ne traži potvrdu u drugim područjima, što je na stanovit način predznak buduće težnje matematike za autonomijom.

5. Zaključak

Getaldić kao izvanredan matematičar, u aspektima teorijske i primijenjene matematike, bio je usko specijaliziran u područjima matematike, koja se na prijelazu iz 16. u 17. stoljeće ubrzano razvijala upravo odvajanjem od filozofije, odnosno odricanjem od nekih filozofskih pretpostavki, koje su predstavljale određenu prepreku daljnjemu razvoju matematike. Stoga kada se razmatraju glavni utjecaji na Getaldićev rad, kao ključni oblikujući čimbenik može se izdvojiti snažan utjecaj arhimedizma (dio poticaja Getaldić je poprimio posredstvom G. Galileia). To je, uz Viètea, najprepoznatljiviji utjecaj na Getaldićev rad.

Međutim da je kojim slučajem Getaldić posjedovao i filozofsku dimenziju, moguće je da bi upravo ta vrsta sagledavanja problema bila poticaj i ključni segment za potpuniju interpretaciju njegovih već postignutih matematičkih rezultata u smislu povezivanja aritmetičkoga i geometrijskoga područja. Jer premda je Getaldić uočio da postoji neka funkcijska veza između veličina u njegovu rješenju, ipak nije izveo zaključak da se sve točke koje udovoljavaju problemu nalaze na jednoj krivulji, što bi značilo otkriće novoga područja matematike – analitičke geometrije.

U slučaju Getaldića može se zaključiti da je filozofija bila izvan horizonta njegova djelovanja i da kao takva zaista nije imala značajnijega utjecaja na njegova matematička djela. Međutim njegov rad na razvijanju novih matematičkih metoda dio je promjena koje su značajno pridonijele razvoju novih spoznaja u okvirima prirodnih znanosti. Getaldić je u širem smislu dao doprinos koji se odrazio ne samo na novovjekovnu znanost već u određenom smislu bio i dio onih struja koje su inicirale stvaranje novih filozofija u 17. stoljeću. Naime napredak algebre, koji je inicirao Viète, nastavio Getaldić i dovršio Descartes, utjecao je na potrebu i stav novoga doba o prerastanju antičke znanosti kao i na stvaranje svijesti da je upravo matematika ključna karika u tome razvoju. Tako interpretirana simbolička algebra imala je stanovit utjecaj na filozofiju 17. stoljeća. Dok je upotreba matematike u pojedinim filozofskim tekstovima 16. stoljeća uglavnom simbolična i figurativna, to se mijenja u filozofskim tekstovima 17. stoljeća. Ta nova uloga matematike bila je fundamentalna za novovjekovnu prirodnu filozofiju, kojoj je postala sastavni dio utemeljenja. Korištena matematika bila je povezana sa stvarnim mjerenjima, služila je oblikovanju osjetilne realnosti i koristila se opsežnom matematičkom dedukcijom. Povjerenje u moć matematike rezultiralo je primjenom opće, paradigmatičke »geometrijske metode« kao savršenije od bilo čega, koja se u 17. stoljeću u velikoj mjeri javlja kako u djelima istaknutih znanstvenika tako i filozofa (to se primjerice vidi u naslovu Spinozine *Etike*, koja je *ordine geometrico demonstrata*). A primjer jednoga takva fizikalnoga djela upravo je Getaldićev *Promotus Archimedes* (*Unaprijeđeni Arhimed*): u njemu je obrađena fizikalna građa, dobivena putem eksperimentalnih mjerenja, matematički dokazana i u potpunosti prikazana geometrijskom metodom.[29]

LITERATURA

Bonifačić, Andrija. »Gdje se Marin Getaldić najviše približio Descartesu«*, Anali Zavoda za povijesne znanosti IC JAZU u Dubrovniku* 15–16 (1978), pp. 69–85.

Bonifačić, Andrija. »Marin Getaldić o određivanju polumjera Zemlje: prikaz jednog problema iz djela *De resolutione et compositione mathematica*«, *Anali Zavoda za povijesne znanosti IC JAZU u Dubrovniku* 17 (1979), pp. 99–116.

Busard, H. L. L. »Viète, François«, u: *Dictionary of Scientific Biography,* Vol. 14 (New York: Charles Scribner's sons, 1981), pp. 18–25.

Čubranić, Nikola. »Getaldićev prijedlog za određivanje veličine Zemlje«, u: *Radovi Međunarodnog simpozija* Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića* (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih znanosti, 1969), pp. 61–70.

Dadić, Žarko. »Utjecaj Marina Getaldića na Michelangela Riccija«, *Dijalektika* 3/4 (Beograd, 1968), pp. 105–114.

Dadić, Žarko. »Some reflections of Getaldić's creativeness in the works of 17th century mathematicians«*,* u: *Radovi Međunarodnog simpozija* Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića* (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih znanosti, 1969), pp. 189–195.

[29] Getaldićevo djelo *Promotus Archimedes* analizira se i navodi kao rani primjer transformacija koje nastaju u novovjekovnoj znanosti u radu: Jens Høyrup, »Platonizam ili arhimedizam: O ideologiji i samonametnutom modelu renesansnih matematičara (1400–1600)«, *Godišnjak za povijest filozofije* 8 (1990), pp. 137–138.

Dadić, Žarko. »Posljedica i porizam u Getaldićevim radovima«, *Anali Zavoda za povijesne znanosti IC JAZU u Dubrovniku* 18 (1980), pp. 175–181.

Dadić, Žarko. *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici* (Zagreb: Školska knjiga, 1992).

Dadić, Žarko. *Hrvati i egzaktne znanosti u osvit novovjekovlja* (Zagreb: Naprijed, 1994), pp. 155–192.

Descartes, Renè. *Rasprava o metodi* (Zagreb: Matica hrvatska, 1951).

Descartes, Renè. *The Geometry* (New York: Dover Publications, 1954).

Favaro, Antonio. »Amici e corrispondenti di Galileo Galilei, XXIV. – Marino Ghetaldi«, *Atti del Reale istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*. Anno accademico 1909 – 1910. Tomo LXIX, parte II., pp. 303–324.

Gelcich, Eugen. »Eine Studie über die Entdeckung der analitischen Geometrie mit Berücksichtigung eines Werkes des Marino Ghetaldi Patrizier Ragusaer aus dem Jahre 1630«, *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik* 4 (Leipzig, 1882), pp. 193–231.

Getaldić, Marin. *Sabrana djela: Prošireni Arhimed ili O uspoređivanju težine i obujma tijela različite vrste; Neki stavci o paraboli sada prvi put otkriveni i na svjetlo izdani; Zbirka različitih problema; Dopuna Apoloniju Galskom ili Oživjeli preostali dio geometrije dodira Apolonija Pergejskog; Oživljeni Apolonije ili Obnovljena geometrija nagiba Apolonija Pergejca; Oživljeni Apolonije ili Obnovljena geometrija nagiba Apolonija Pergejca, knjiga druga*, s latinskog preveli Jakov Stipišić, Šime Jurić i Rajka Modrić; komentare i predgovore djelima napisao, prijevod revidirao i izdanje uredio Žarko Dadić (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih nauka JAZU, 1972).

Marini Ghetaldi *Opera omnia: Promotus Archimedes seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis; Nonnullae propositiones de parabola; Variorum problematum collectio; Supplementum Apollonii Galli seu exsuscitata Apollonii Pergaei tactionum geometriae pars reliqua; Appolonius redivivus seu restitutae Apollonii Pergaei inclinationum geometria; Appolonius redivivus seu restitutae Apollonii Pergaei de inclinationibus geometriae, liber secundus; De resolutione et compositione mathematica libri quinque*, redactor Žarko Dadić (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih nauka JAZU, 1968).

Grisard, Jean. »L'animadversio in Francisam Vietam de C. Cyriaque de Mangin«, u: *Radovi Međunarodnog simpozija* Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića* (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih znanosti, 1969), pp. 185–188.

Grmek, Mirko Dražen. »Nekoliko svjedočanstava o Marinu Getaldiću i odjecima njegova rada«, *Rasprave i građa za povijest nauka* 3 (1969), pp. 113–120.

Høyrup, Jens. »Platonizam ili arhimedizam: O ideologiji i samonametnutom modelu renesansnih matematičara (1400–1600)«, *Godišnjak za povijest filozofije* 8 (1990), pp. 114–149.

Klein, Jacob. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra* (Cambridge, Massachusetts and London: Massachusetts Institute of Technology, 1966).

Kučera, Oton. »O Marinu Getaldiću, patriciju dubrovačkom, znamenitom matematiku i fiziku na početku XVII vijeka«, *Rad JAZU* 117 (1893), pp. 19–60.

Majcen, Juraj. »Spis Marina Getaldića Dubrovčanina o paraboli i paraboličnim zrcalima«*, Rad JAZU* 223 (1920), pp. 1–43.

Napolitani, Pier Daniele. »La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e in Galileo«, *Bolletino di storia delle scienze matematiche* 8/2 (1988), pp. 139–236.

Radovi Međunarodnog simpozija Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića* (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih nauka JAZU, 1969).

Stipanić, Ernest. »Neki prilozi boljem poznavanju studijskog puta Marina Getaldića po zapadnoj Europi«, *Nastava matematike i fizike* 7 (1957), pp. 234–245.

Stipanić, Ernest. *Marin Getaldić i njegovo mesto u matematici i naučnom svetu* (Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika NR Srbije, 1961).

Stipanić, Ernest. »L'oeuvre principale de Getaldić *De resolutione et compositione mathematica*«*,* u: *Radovi Međunarodnog simpozija* Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića* (Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih znanosti, 1969), pp. 91–104.

Stipanić, Ernest. »Marin Getaldić i njegov rad u matematici i fizici«, *Rasprave i građa za povijest nauka* 3 (1969), pp. 75–112.

Stipanić, Ernest. »Getaldićev *Conspectus resolutionis et compositionis*«, *Dijalektika* 7/1 (1972), pp. 5–9.

Vanino, Miroslav. »Marin Getaldić i isusovci«, *Vrela i prinosi* 12 (1941), pp. 69–86.

Viète, François. *Francisci Vietae Opera mathematica* (Hildesheim: Georg Olms Verlag, 1970).

GETALDIĆ, DESCARTES AND ANALYTICAL GEOMETRY

Summary

The paper examines the mathematical method applied by Marin Getaldić in his main work *De resolutione et compositione mathematica* (1630), juxtaposing it with the method applied in his earlier works and comparing it to Descartes's views about the method of scientific research in general. Contrasting Getaldić's strictly mathematical approach and Descartes's broader philosophical (and not solely mathematical) approach, one comes to the conclusion that Getaldić, apart from the derived outstanding mathematical results, lacked broader philosophical perspective required for the creation of a new field of mathematics – analytical geometry. It is in this context that the paper aims to evaluate Getaldić's general contribution to the development of mathematics.

After the first six works written in methods which arise from the tradition of ancient mathematics, Getaldić wrote his most important work *De resolutione et compositione mathematica* which is completely based on the new Viète's algebraic method. He consistently and quite generally develops an algebraic method, being aware of the importance of choosing a methodological approach as a major component and driving force in the further development of mathematics. Application of the new method to different problems and theorems of ancient, particularly Euclidean geometry, enabled the reinterpretation of mathematical knowledge and opened the door to new fields of science. Getaldić himself approached yet did not come to the discovery of analytical geometry, but his work is directly involved in the preparation and creation of the seminal synthesis of arithmetic continuum of numbers and geometrical continuum of points, achieved a few years later by Descartes in his *La Géométrie* (1637).

Key Words: Marin Getaldić, François Viète, René Descartes; development of mathematics, philosophy, history of science, analysis, synthesis, problem of the method, symbolic algebra, geometric method, algebraic method, analytical geometry