

Procjena zamornog vijeka evolventnih zupčanih parova

Milan PERKUŠIĆ, Damir JELASKA i
Srđan PODRUG

Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje
Sveučilišta u Splitu (Faculty of Electrical
Engineering, mechanical Engineering and Naval
Architecture, University of Split),
Ruđera Boškovića bb, HR-21000 Split,
Republic of Croatia

milan.perkusic@st.t-com.hr

Ključne riječi

Faktor intenziteta naprezanja
Metode kritične ravnine
Numerički model
Suma faktora pomaka profila
Širenje pukotine
Zamorni vijek

Keywords

Computational model
Crack propagation
Critical plane methods
Fatigue life
Overlap factors sum
Stress intensity factor

Primljeno (Received): 2010-05-19

Prihvaćeno (Accepted): 2011-01-22

1. Uvod

Fenomen zamora materijala, koji se javlja kada je dio stroja ili konstrukcije podvrgnut vremenski promjenjivim opterećenjima, više od stoljeća zadaje brige kako projektantima tako i inženjerima u pogonu te je stalno u žiži stručnog i znanstvenog interesa. Zamor se može opisati kao progresivno oštećenje materijala širenjem pukotine od njegov nastanka do kritične veličine kada nastupa lom. U ovom radu je razmatran problem određivanja zamornog vijeka evolventnih zupčanih parova koji se određuje kao broj ciklusa do loma onog zupčanika čiji zub se prije lomi. Istraživanje uključuje problematiku inicijacije i širenja pukotine za oba spregnuta zupčanika a temelji se na numeričkom modelu predloženom u [1-3]. Pri tome se ukupni broj ciklusa računa kao suma ciklusa potrebnih za inicijaciju pukotine N_i i ciklusa opterećenja potrebnih za širenje pukotine od inicijalne do kritične duljine N_p .

Izvornoznanstveni članak

Razmatran je problem određivanja vijeka trajanja zupčanika s obzirom na zamor materijala uslijed savijanja u korijenu zuba. Istraživanje se temelji na numeričkom modelu, koji se sastoji iz dva dijela. U prvom dijelu se izračunava vrijeme do inicijacije pukotine, a u drugom broj ciklusa opterećenja potrebnih za rast pukotine od inicijalne do kritične duljine. Ukupan vijek trajanja se dobiva zbrajanjem broja ciklusa potrebnih za inicijaciju i širenje zamorne pukotine. Korišteni numerički model omogućava izračun broja ciklusa do inicijacije zamorne pukotine pomoću metoda kritične ravnine, dovodeći u vezu deformaciju i vrijeme inicijacije zamorne pukotine. Izračun broja ciklusa naprezanja potrebnih za širenje zamorne pukotine od inicijalne do kritične duljine temelji se na principima linearno elastične mehanike loma, gdje je rast zamorne pukotine po ciklusu opterećenja ovisan od faktora intenziteta naprezanja u vršku pukotine.

Estimation of fatigue life of involute gearing pairs

Original scientific paper

The problem of determination of gear service life with regard to bending fatigue in a gear tooth root is analysed in this paper. The research is based on a computational model that consists of two parts. In the first part the period required for the crack initiation to occur is calculated, whereas in the second part the number of loading cycles required for crack propagation from the initial to the critical length is calculated. The computational model used in this paper makes it possible to calculate the number of cycles required for the fatigue crack initiation. Critical plane methods are used in the calculations and they make a correlation between the deformation and fatigue crack initiation period. The calculation of the stress cycles required for the fatigue crack propagation from the initial to the critical length is based on the principles of linear elastic fracture mechanics, where the fatigue crack propagation per stress cycle is dependent on the stress intensity factor in the crack peak.

$$N = N_i + N_p \quad (1)$$

Prva faza određivanja zamornog vijeka provedena je uz simulaciju pomicanja opterećenja po boku zuba radi dobivanja što realnijeg ciklusa naprezanja, dok je simulacija širenja zamorne pukotine provedena uz aproksimaciju opterećenja u početnoj (krajnjoj) točki jednostrukog zahvata koje se mijenja od nula do maksimalne vrijednosti.

2. Inicijacija zamorne pukotine u korijenu zuba zupčanika

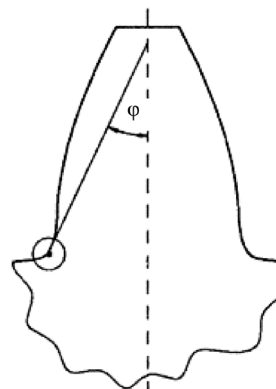
Prema numeričkom modelu za izračunavanje broja ciklusa potrebnih za inicijaciju pukotine u korijenu cilindričnog zupčanika [1-3], zasnovanom na principu lokalne deformacije, zamorna pukotina se inicira na mjestu s najvećom koncentracijom deformacije kao

Oznake/Symbols

a_{th}	- duljina inicijalne pukotine, mm - initial crack length	K_{eq}	- ekvivalentni FIN, $MPa \cdot mm^{0.5}$ - equivalent stress intensity factor
a_c	- kritična duljina pukotine, mm - critical crack length	K_{eff}	- efektivni FIN, $MPa \cdot mm^{0.5}$ - effective stress intensity factor
Δa	- produljenje pukotine, mm - extension of cracks	m_n	- normalni modul - normal module
b	- širina zupčanika, mm - width of gear	m	- eksponent u Parisovoj jednadžbi - exponent in the equation Paris
b_i	- eksponent dinamičke čvrstoće - exponent of the dynamic strength	N	- broj ciklusa zamornog vijeka - number of cycles of fatigue life
b_{oi}	- smični eksponent dinamičke čvrstoće - shear exponent of dynamic strength	N_i	- broj ciklusa do inicijacije pukotine - number of cycles to crack initiation
C	- konstanta materijala u Parisovoj jednadžbi, $mm/ciklus \cdot (MPa \cdot mm^{0.5})^m$ - material constants in the equation Paris	N_p	- broj ciklusa širenja pukotine od inicirane do proizvoljne duljine - number of cycles of crack propagation initiated from the arbitrary length
C_{sur}	- faktor površine - factor surfaces	N_D	- granični broj ciklusa - limit the number of cycles
c^*	- faktor radijalne zračnosti - radial clearance factor	x_Σ	- suma faktora pomaka profila - sum of overlap factors
c_i	- eksponent cikličkih deformacija - exponent of cyclic strain	x_1	- faktor pomaka profila pogonskog zupčanika - overlap factor of the driving gear
c_{oi}	- smični eksponent cikličkih deformacija - shear exponent of cyclic strain	x_2	- faktor pomaka profila gonjenog zupčanika - overlap factor driven gear
d_t	- vlačni parametar oštećenja - tensile damage parameter	ρ_f^*	- relativni radijus zakrivljenosti profila alata - relative radius of curvature of the profile tool
d_s	- smični parametar oštećenja - shear damage parameter	σ_f'	- koeficijent dinamičke čvrstoće, MPa - coefficient of dynamic strength
E	- modul elastičnosti, MPa - modulus of elasticity	σ_D	- dinamička čvrstoća laboratorijskog uzorka - dynamic strength of laboratory sample
G	- modul smicanja, MPa - shear modulus	σ_{Dr}	- dinamička čvrstoća strojnog dijela - dynamic strength of machine parts
K_I	- faktor intenziteta naprezanja tip I, $MPa \cdot mm^{0.5}$ - stress intensity factor tip I	ζ	- omjer $CTOD_{brazde}$ i $CTOD_{max}$ - ratio $CTOD_{brazde}$ and $CTOD_{max}$
K_{II}	- faktor intenziteta naprezanja tip II, $MPa \cdot mm^{0.5}$ - stress intensity factor tip II		
K_{IC}	- lomna žilavost materijala, $MPa \cdot mm^{0.5}$ - fracture toughness of the material		

rezultat povratnog plastičnog toka, odnosno ciklički ponavljane plastične deformacije. Ta točka kod cilindričnih zupčanika se nalazi u korijenu zuba, za koju se, metodom konačnih elemenata, utvrdi vrijednost maksimalnog glavnog naprezanja (slika 1).

Pošto je stanje naprezanja na površini zuba zupčanika višeosno, broj ciklusa do inicijacije zamorne pukotine se računa pomoću metoda kritične ravnine, dovodeći u vezu deformaciju i vrijeme inicijacije pukotine. Prema metodama kritične ravnine pukotina se inicira na određenim, povoljno orijentiranim ravninama, gdje parametar oštećenja ima maksimalnu vrijednost. Odabrana



Slika 1. Kritična točka prijelazne krivulje
Figure 1. The critical point of the transient curve

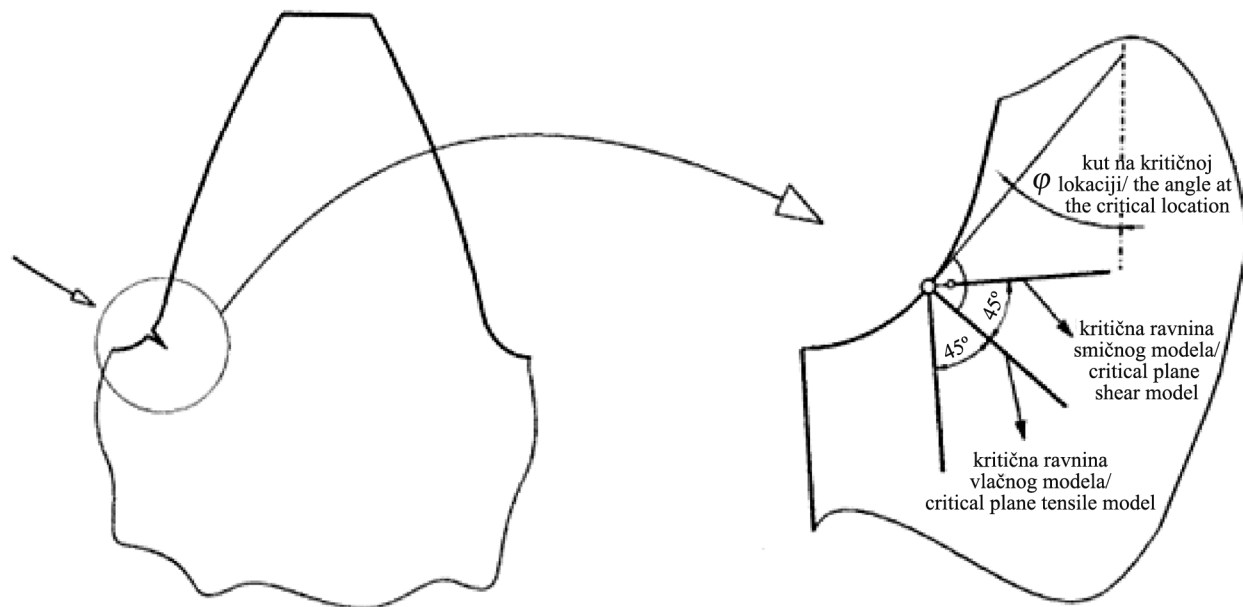
je Socieva metoda [4] koja predviđa dva modela, jedan se odnosi na slučaj kada se zamorne pukotine opažaju u smjeru maksimalne smične deformacije, te se definira smični parametar oštećenja d_s :

$$d_s = \gamma_s \left(1 + k \frac{\sigma_{\max}}{R_t} \right) = \frac{\tau_r'}{G} (2N_i)^{b_s} + \gamma_r' (2N_i)^{c_s} \quad (2)$$

Drugi Sociev model se odnosi na slučaj kada se zamorne pukotine opažaju u smjeru maksimalnog vlačnog napreznja, te se definira vlačni parametar oštećenja d_t :

$$d_t = \sigma_{\max} \varepsilon_a = \frac{(\sigma_r')^2}{E} (2N_i)^{2b_t} + \sigma_r' \varepsilon_r' (2N_i)^{a_t + c_t} \quad (3)$$

Maksimalna vrijednost vlačnog parametra oštećenja je na ravnini maksimalnog normalnog napreznja, a to je ravnina koja je okomita na površinu prijelazne krivulje u kritičnoj točki (slika 2). Smični parametar oštećenja ima maksimalnu vrijednost na ravnini gdje je maksimalna amplituda smične deformacije, a to je ravnina koja je od kritične ravnine za vlačni model zakrenuta za kut od 45° (slika 2).



Slika 2. Položaj kritičnih ravnina vlačnog i smičnog modela

Figure 2. Location of the critical plane tensile and shear models

U ovom radu je razmatrano jedanaest zupčanih parova različite sume faktora pomaka profila x_z u rasponu od -1 do 1,5 uz konstantan prijenosni omjer i , konstantan broj zubi z konstantnu širinu zubi b , opterećenih vremenski promjenjivim, cikličkim opterećenjem. Odabrana suma faktora pomaka profila dijeli se na x_1 i x_2 prema preporuci firme Maag na osnovu izraza:

$$x_1 = \frac{x_z}{2} + \frac{1-x_z}{2} \cdot \frac{\ln \frac{z_{n2}}{z_{n1}}}{\ln \frac{z_{n1} \cdot z_{n2}}{100}} \quad (4)$$

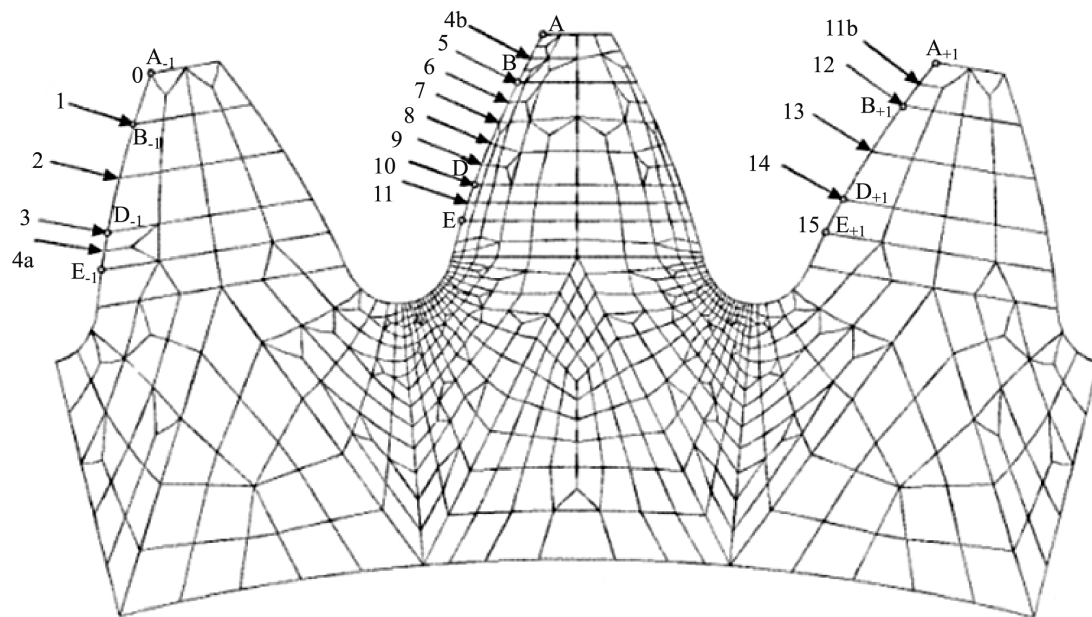
$$x_2 = x_z - x_1 \quad (5)$$

Korišten je 2D model zupčanika sa tri zuba iz razloga što prema [5-6] daje približno jednake rezultate kao i 3D model u slučaju simetrične raspodjele opterećenja duž boka zuba, te je mala razlika u napreznjima na kritičnoj lokaciji između modela sa tri zuba i model cijelog zupčanika. Prema [6] u svim modelima pogonskih i gonjenih zupčanika jedanaest razmatranih zupčanih parova vlada stanje ravninske deformacije, jer je širina zupčanika šest puta veća od modula.

Nakon što se odabere linearno elastični konačni element, materijal, definiraju rubni uvjeti i opterećenje zupčanika, za svih jedanaest modela pogonskih i gonjenih zupčanika provedena je ista procedura generiranja mreže konačnih elemenata u softverskom paketu ADINA.

Utjecaj pomicanja opterećenja po boku zuba na napreznje u korijenu je razmatrano za šesnaest

odvojenih slučajeva opterećenja tijekom jednog ciklusa. Šest slučajeva kada je opterećenje na zubu koji se analizira (područje jednostrukog zahvata), četiri slučaja kada je opterećenje na zubu ispred i četiri slučaja kada je opterećenje iza zuba koji se analizira, te dva slučaja kada je opterećenje podijeljeno na dva zuba (područje dvostrukog zahvata), (slika 3).



Slika 3. Simulacija opterećenja gonjenog zupčanika

Figure 3. Simulation of the load driven gear

U softverskom paketu ADINA se provodi analiza naprezanja i deformacija za najnepovoljniji slučaj opterećenja, te se uočavaju kritične lokacije na kojima su naprezanja najveća. Naprezanja u korijenu zuba su najveća kada se opterećenje nalazi u krajnjoj točki jednostrukog zahvata kod pogonskih zupčanika, dok su kod gonjenih zupčanika najveća naprezanja kada se opterećenje nalazi u početnoj točki jednostrukog zahvata. Na kritičnim lokacijama pogonskog i gonjenog zupčanika svakog analiziranog zupčanog para računaju se naprezanja i deformacije za cjelokupni ciklus opterećenja.

Ovisno o stanju naprezanja na površini prijelazne krivulje u korijenu zuba vrši se korekcija naprezanja i deformacija jer na tim mjestima dolazi do lokalnog tečenja materijala te se nakon toga, metodama kritične ravnine, određuje broj ciklusa potreban za iniciranje zamorne pukotine u korijenu zuba zupčanika. Korekcija naprezanja u elasto-plastičnom području je izvršena Hoffman-Seeger metodom [7].

Materijal jedanaest zupčanih parova je čelik za poboljšavanje Č4732, čija se svojstva nalaze u tablici 1.

Zamorne karakteristike strojnih dijelova su vrlo osjetljive na stanje površine. Stvarna hrapavost površine strojnog dijela je veća od hrapavosti laboratorijskog uzorka što onda uvjetuje i njegovu nižu dinamičku čvrstoću. Korekcija dinamičke čvrstoće laboratorijskog uzorka σ_D se vrši preko faktora površine C_{sur} i dobiva se dinamička čvrstoća strojnog dijela σ_{Dr} :

$$\sigma_{Dr} = \sigma_D C_{sur} \quad (6)$$

Tablica 1. Podaci o materijalu zupčanih parova [1,8]

Table 1. Data on the material gearing pairs [1,8]

42 CrMo 4 - AISI 4142 - Č4732					
E , MPa	206000	n'	0,14	k	1
G , MPa	80000	K'	2259	τ_f' , MPa	1051
ν	0,3	σ_f' , MPa	1820	b_{0i}	-0,08
R_m , MPa	1000	b_i	-0,08	γ_f	1,13
R_{ts} , MPa	800	ϵ_f	0,65	c_{0i}	-0,76
σ_D , MPa	550	c_i	-0,76	$\sigma_{e,D}$	700

S promjenom trajne dinamičke čvrstoće mijenja se i eksponent dinamičke čvrstoće b_i , koji nakon korekcije iznosi:

$$b_i = \frac{\ln \frac{\sigma_{Dr}}{\sigma_f}}{\ln(2N_v)} \quad (7)$$

U ovom radu je razmatran utjecaj površinske hrapavosti $R_a = 0,8 \mu\text{m}$ na vrijeme do inicijacije zamorne pukotine, te eksponent dinamičke čvrstoće iznosi $b_i = -0,0861$.

3. Rezultati izračuna vremena do inicijacije zamorne pukotine

Osnovni podaci za jedanaest razmatranih zupčanih parova dati su u tablici 2. Dobivena vremena inicijacije su prikazana grafički u ovisnosti od sume faktora pomaka profila (slika 5, 6, 7, 9, 10, 11), te u tablici 3. za pogonske, a u tablici 4. za gonjene zupčanike. Isto tako je grafički prikazana ovisnost numerički dobivenih naprezanja od sume faktora pomaka profila pogonskih i gonjenih zupčanika (slika 4, 8).

Širenja pukotine i izračunavanje ukupnog zamornog vijeka. Za duljinu inicirane zamorne pukotine se uzima granica između kratkih i dugih pukotina i prema [9-10] vrijeme potrebno za nastajanje pukotine duljine a_2 se može smatrati vremenom potrebnim za inicijaciju pukotine N_i . Veličina a_2 je definirana izrazom:

$$a_2 = \frac{\delta}{2} e^{2 \left(\frac{4\sqrt{2}\sigma_{i,D}}{\pi\sigma_0} - 1 \right)} \tag{8}$$

Kada pukotina pređe ovu duljinu njeno ponašanje se može opisati linearno elastičnom mehanikom loma. Za

Tablica 2. Osnovni podaci zupčanih parova

Table 2. Basic data gearing pairs

x_Σ	x_1	x_2	m_n , mm	z_1	z_2	b_1 , mm	b_2 , mm	$\alpha_{n,0}$	c^*	ρ_r^*	promjer preko glave / diameter over her head
-1,0	0,3691	-1,3691	4,5	11	39	32,5	28	24	0,35	0,25	sa skraćanjem glave / with the shortening of the head
-0,75	0,3854	-1,1354									
-0,5	0,4017	-0,9017									
-0,25	0,4181	-0,6681									
0,0	0,4345	-0,4345									
0,25	0,4509	-0,2009									
0,5	0,4672	0,0327									
0,75	0,4836	0,2663									
1,0	0,5	0,5									
1,25	0,5163	0,7336									
1,5	0,5327	0,9672									

Tablica 3. Naprezanja i vremena do inicijacije zamorne pukotine pogonskih zupčanika

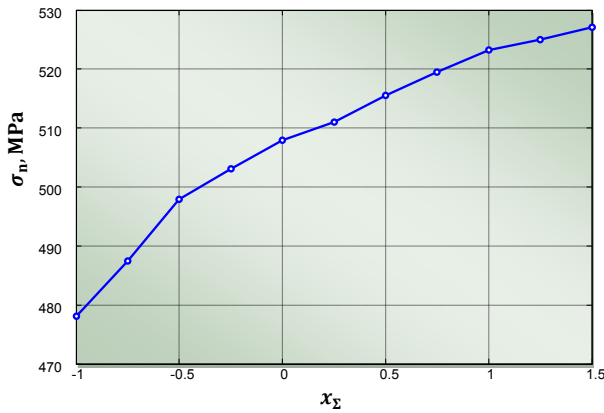
Table 3. Stress and time to initiation of fatigue cracks pinions

x_Σ	F_b/b , N/mm	σ_n , N/mm ²	$R_a = 0 \mu\text{m}$		$R_a = 0,8 \mu\text{m}$	
			vlačni model / tensile model	smični model / shear model	vlačni model / tensile model	smični model / shear model
-1	800	478,12	$1,2180 \cdot 10^9$	$7,6578 \cdot 10^8$	$2,6609 \cdot 10^8$	$1,7665 \cdot 10^8$
-0,75	800	487,424	$9,5524 \cdot 10^8$	$5,4796 \cdot 10^8$	$2,1259 \cdot 10^8$	$1,2982 \cdot 10^8$
-0,5	800	497,895	$7,3042 \cdot 10^8$	$3,7702 \cdot 10^8$	$1,6594 \cdot 10^8$	$9,2344 \cdot 10^7$
-0,25	800	503,12	$6,4010 \cdot 10^8$	$3,1348 \cdot 10^8$	$1,4691 \cdot 10^8$	$7,8086 \cdot 10^7$
0	800	507,955	$5,6722 \cdot 10^8$	$2,6464 \cdot 10^8$	$1,3141 \cdot 10^8$	$6,6969 \cdot 10^7$
0,25	800	511,009	$5,2578 \cdot 10^8$	$2,3791 \cdot 10^8$	$1,2254 \cdot 10^8$	$6,0814 \cdot 10^7$
0,5	800	515,538	$4,7021 \cdot 10^8$	$2,0333 \cdot 10^8$	$1,1055 \cdot 10^8$	$5,2765 \cdot 10^7$
0,75	800	519,473	$4,2721 \cdot 10^8$	$1,7753 \cdot 10^8$	$1,0120 \cdot 10^8$	$4,6685 \cdot 10^7$
1	800	523,208	$3,8996 \cdot 10^8$	$1,5617 \cdot 10^8$	$9,3047 \cdot 10^7$	$4,1597 \cdot 10^7$
1,25	800	524,976	$3,7363 \cdot 10^8$	$1,4701 \cdot 10^8$	$8,9453 \cdot 10^7$	$3,9395 \cdot 10^7$
1,5	800	527,038	$3,5550 \cdot 10^8$	$1,3703 \cdot 10^8$	$8,5452 \cdot 10^7$	$3,6983 \cdot 10^7$

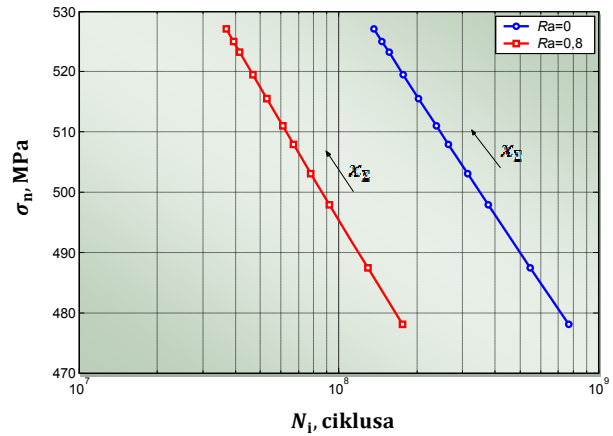
4. Širenje zamorne pukotine

Primjenom metoda kritične ravnine u predviđanju vremena do inicijacije zamorne pukotine na mjestu maksimalnog glavnog naprezanja u korijenu zuba zupčanika, osigurava se predviđanje pravca inicirane pukotine što predstavlja dobar temelj za daljnju analizu

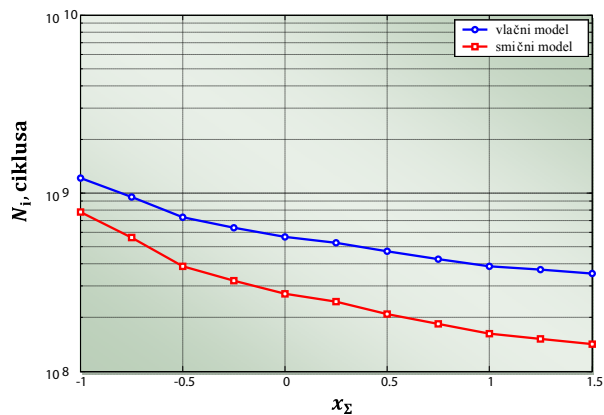
izračun duljine pukotine je potrebno odrediti efektivni faktor intenziteta naprezanja na pragu širenja pukotine $\Delta K_{th,eff}$ promjer kristalnog zrna materijala δ , te koristiti podatke o materijalu zupčanika iz tablice 1. kao i podatke o propagacijskim svojstvima materijala u tablici 5. Duljina inicirane pukotine je 200 μm .



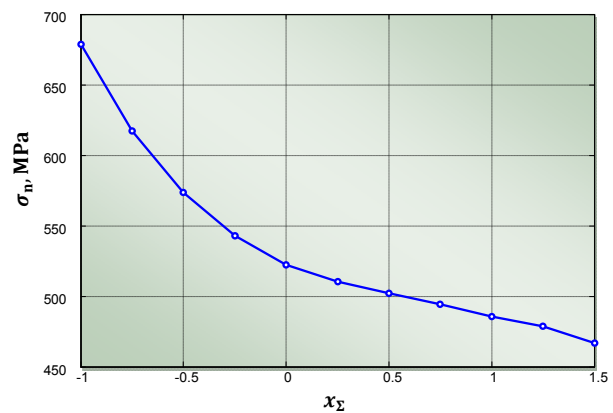
Slika 4. Promjena numerički dobivenih napreznja u korijenu zuba sa sumom faktora pomaka profila pogonskih zupčanika
Figure 4. Change the numerically obtained stress at the root of the tooth with the sum of overlap factors driving gear



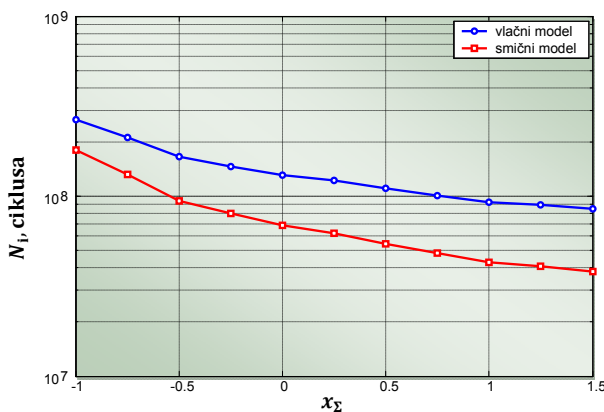
Slika 7. Vrijeme do inicijacije pukotine u korijenu zuba pogonskih zupčanika
Figure 7. Time to crack initiation at the root of the tooth pinions



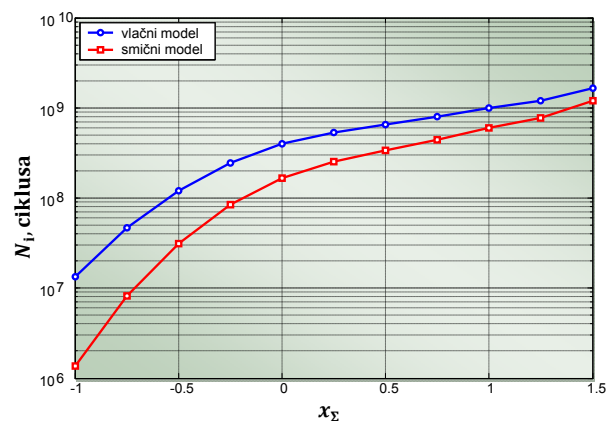
Slika 5. Promjena vremena do inicijacije pukotine pogonskih zupčanika sa sumom faktora pomaka profila za $R_a=0 \mu m$
Figure 5. Change the time to crack initiation driving gear with the sum of overlap factors for $R_a=0 \mu m$



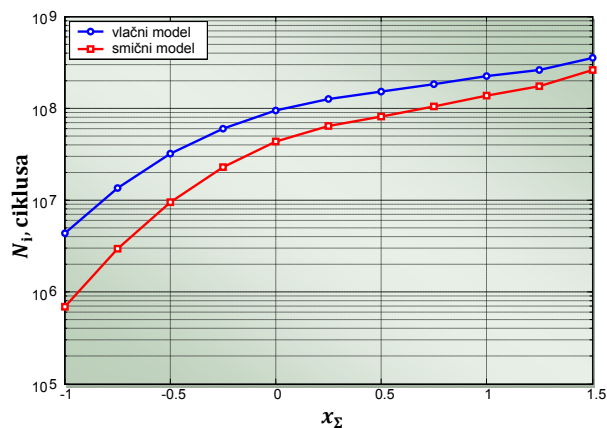
Slika 8. Promjena numerički dobivenih napreznja u korijenu zuba sa sumom faktora pomaka profila gonjenih zupčanika
Figure 8. Change the numerically obtained stress at the root of the tooth with the sum of overlap factors driven gear



Slika 6. Promjena vremena do inicijacije pukotine pogonskih zupčanika sa sumom faktora pomaka profila za $R_a=0.8 \mu m$
Figure 6. Change the time to crack initiation driving gear with the sum of overlap factors for $R_a=0.8 \mu m$

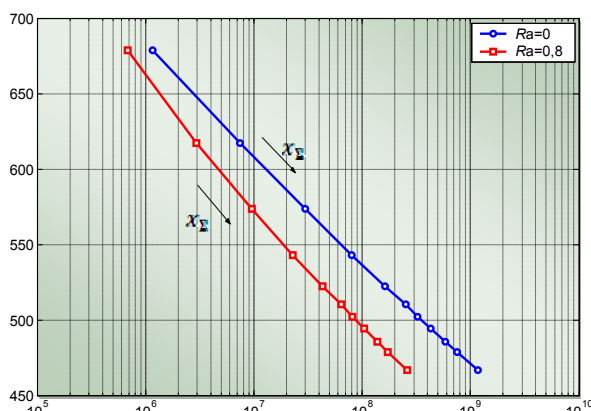


Slika 9. Promjena vremena do inicijacije pukotine gonjenih zupčanika sa sumom faktora pomaka profila za $R_a=0 \mu m$
Figure 9. Change the time to initiation of cracks driven gear with the sum of overlap factors for $R_a=0 \mu m$



Slika 10. Promjena vremena do inicijacije pukotine gonjenih zupčanika sa sumom faktora pomaka profila za $R_a=0,8 \mu\text{m}$

Figure 10. Change the time to initiation of cracks driven gear with the sum of overlap factors for $R_a=0,8 \mu\text{m}$



Slika 11. Vrijeme do inicijacije pukotine u korijenu zuba gonjenih zupčanika

Figure 11. Time to crack initiation at the root of the tooth driven gear

Tablica 4. Naprezanja i vremena do inicijacije zamorne pukotine gonjenih zupčanika

Table 4. Stress and time to initiation of fatigue cracks driven gear

x_Σ	F_b/b , N/mm	σ_n , N/mm ²	$R_a = 0 \mu\text{m}$		$R_a = 0,8 \mu\text{m}$	
			vlačni model / tensile model	smični model / shear model	vlačni model / tensile model	smični model / shear model
-1	800	678,474	$1,3544 \cdot 10^7$	$1,1713 \cdot 10^6$	$4,3918 \cdot 10^6$	$6,875 \cdot 10^5$
-0,75	800	617,006	$4,7191 \cdot 10^7$	$7,4524 \cdot 10^6$	$1,3485 \cdot 10^7$	$2,9564 \cdot 10^6$
-0,5	800	573,477	$1,2163 \cdot 10^8$	$2,9734 \cdot 10^7$	$3,1939 \cdot 10^7$	$9,5704 \cdot 10^6$
-0,25	800	542,917	$2,4381 \cdot 10^8$	$8,0229 \cdot 10^7$	$6,0414 \cdot 10^7$	$2,2919 \cdot 10^7$
0	800	522,323	$3,9846 \cdot 10^8$	$1,6266 \cdot 10^8$	$9,4914 \cdot 10^7$	$4,3148 \cdot 10^7$
0,25	800	510,093	$5,4474 \cdot 10^8$	$2,5166 \cdot 10^8$	$1,2660 \cdot 10^8$	$6,3987 \cdot 10^7$
0,5	800	501,998	$6,5846 \cdot 10^8$	$3,2615 \cdot 10^8$	$1,5079 \cdot 10^8$	$8,0946 \cdot 10^7$
0,75	800	494,065	$8,0524 \cdot 10^8$	$4,3199 \cdot 10^8$	$1,8157 \cdot 10^8$	$1,0452 \cdot 10^8$
1	800	485,532	$1,0033 \cdot 10^9$	$5,8677 \cdot 10^8$	$2,2244 \cdot 10^8$	$1,3819 \cdot 10^8$
1,25	800	478,717	$1,1990 \cdot 10^9$	$7,5112 \cdot 10^8$	$2,6226 \cdot 10^8$	$1,7318 \cdot 10^8$
1,5	800	466,632	$1,6546 \cdot 10^9$	$1,1719 \cdot 10^9$	$3,5323 \cdot 10^8$	$2,6032 \cdot 10^8$

Tablica 5. Propagacijska svojstva materijala zupčanika [1]

Table 5. Propagation properties of materials gears [1]

42 CrMo 4 - SAE (AISI) 4142 - Č4732			
ΔK_{th} , MPa mm ^{0,5}	269	$\frac{C, \text{mm}}{\text{ciklus} \times (\text{MPa mm}^{0,5})^m}$	$3,31 \cdot 10^{-17}$
K_{Ic} , MPa mm ^{0,5}	2620	m	4,16

Simulacija širenja zamorne pukotine je izvedena u softverskom paketu FRANC 2DL [11] koji je baziran na poluautomatskoj simulaciji širenja pukotine, što podrazumijeva da se prije svakog produljenja mora definirati iznos produljenja. Pri tome treba voditi računa o primjenjivosti principa linearno elastične mehanike loma (LEML). Analiza se provodi metodom konačnih elemenata, određuje se iznos faktora intenziteta naprezanja, izračunava se smjer širenja pukotine, vrši se lokalno brisanje mreže konačnih elemenata u području širenja pukotine, produžava se pukotina za zadani iznos, te se generira nova mreža konačnih elemenata oko vrška pukotine.

U ovom radu faktor intenziteta naprezanja izračunava se metodom J-integrala, koja daje bolje rezultate za kompliciranije geometrije i kompleksnija opterećenja, dok se smjer širenja pukotine određuje preko MCN-kriterija koji je jednostavniji od ostalih, a daje približno iste rezultate [12].

Širenje pukotine se odvija kod mješovitog tipa opterećenja (tip I i tip II), gdje i mali raspon faktora intenziteta naprezanja tipa II značajno povećava brzinu širenja pukotine. Doprinos opterećenja tipa II se uzima preko ekvivalentnog faktora intenziteta naprezanja [13].

$$\Delta K_{eq} = \cos^2 \frac{\theta_0}{2} \left(\Delta K_I \cos \frac{\theta_0}{2} - 3\Delta K_{II} \sin \frac{\theta_0}{2} \right). \quad (9)$$

Pukotina se produljuje sve dok ekvivalentni faktor intenziteta naprezanja ne dostigne vrijednost lomne žilavosti materijala zupčanika. Kako se pukotina ne može širiti dok je zatvorena, efektivnim faktorom intenziteta naprezanja se određuje raspon ciklusa opterećenja koji sudjeluje u širenju pukotine. Model efektivnog faktora intenziteta naprezanja je definiran preko analitičkog modela zatvaranja pukotine uslijed plastičnosti [14], te modela djelomičnog zatvaranja pukotine uslijed korozije i hrapavosti [15].

$$\Delta K_{eff} = K_{max} \left\{ 1 - (1 - 2\sqrt{1-\xi}) \left[1 + \left(\frac{2}{\pi} - 1 \right) g \right] \right\}, \quad (10)$$

gdje je g funkcija oblika definirana izrazom:

$$g = e^{-\left(\frac{K_{max}-1}{K_{th}} \right)}. \quad (11)$$

Parametar ξ povezuje zaostalu plastičnu deformaciju i pomak površine u njenom vršku okomito na smjer otvaranja pukotine (CTOD) u ovisnosti o koeficijentu asimetrije ciklusa opterećenja. Ovisnost $\xi = f(R)$ preuzeta je od Newmana [16] koji ju je aproksimirao polinomom četvrtog stupnja. Vrijeme potrebno za širenje pukotine od inicirane do kritične veličine kada nastupa lom se dobiva provođenjem numeričke integracije Parisove jednačbe uz korištenje svojstava propagacije materijala, tablica 5.

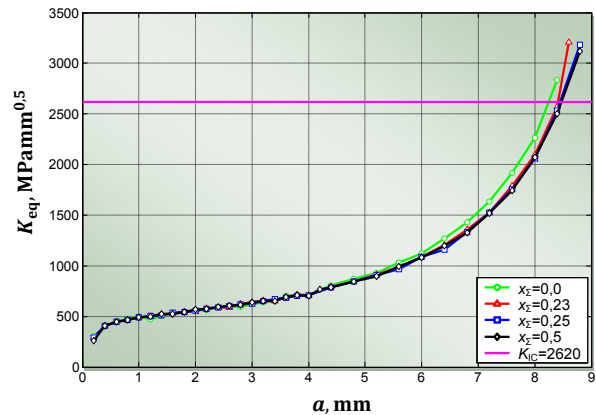
$$\int_0^{N_p} dN = \frac{1}{C} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{[\Delta K_{eff}(a)]^m}. \quad (12)$$

5. Rezultati izračuna vremena širenja pukotine od inicijalne do kritične duljine

Razmatrana su četiri zupčana para čije sume faktora pomaka profila iznose: $x_\Sigma = 0$; $x_\Sigma = 0,23$; $x_\Sigma = 0,25$; $x_\Sigma = 0,5$. Rezultati su prikazani grafički posebno za pogonske i gonjene zupčanike zupčanih parova, a dobivena je ovisnost ekvivalentnih faktora intenziteta naprezanja od duljini pukotine (slika 12, 14), kao i ovisnost duljine pukotine od broja ciklusa širenja pukotine (slika 13, 15). Kritične duljine pukotina i broj ciklusa rasta pukotine od inicijalne do kritične veličine za pogonske i gonjene zupčanike dat je u tablici 6 i 7.

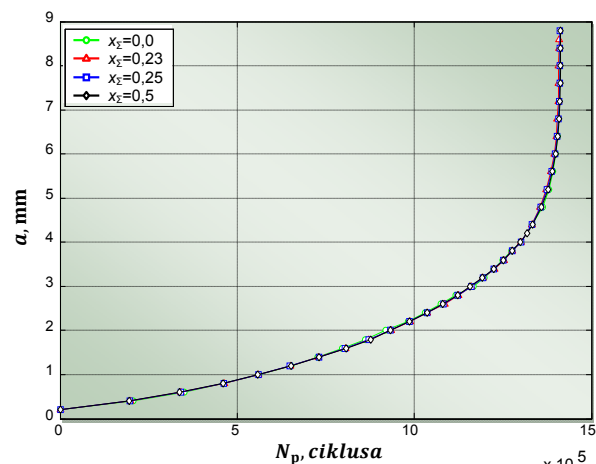
6. Procjena zamornog vijeka evolventnih zupčanih parova

Zamorni vijek dobiva se kao zbroj ciklusa potreban za iniciranje i širenje zamorne pukotine. Rezultati zamornog vijeka pogonskih i gonjenih zupčanika dati su u tablici 8 i 9, te su grafički prikazani na dijagramima (slika 16, 17).



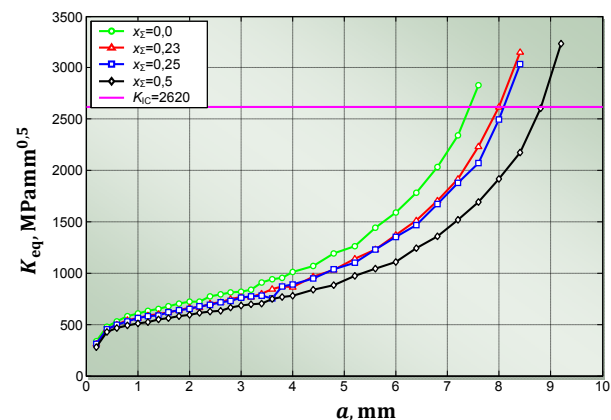
Slika 12. Promjena ekvivalentnog FIN-a sa duljinom pukotine pogonskih zupčanika

Figure 12. Modified equivalent stress intensity factor with crack length pinions



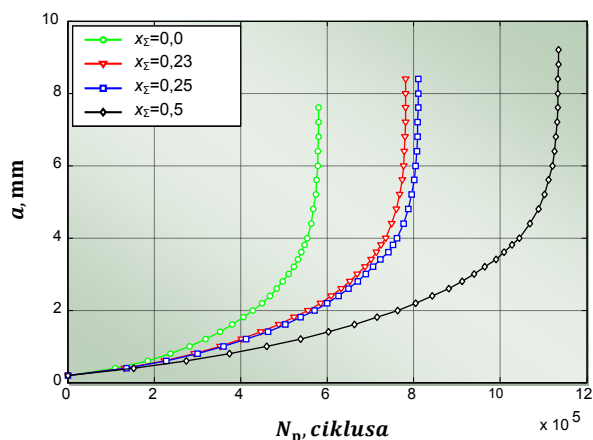
Slika 13. Promjena duljine pukotine s brojem ciklusa širenja pukotine pogonskih zupčanika za pukotinu iniciranu prema vlačnom model

Figure 13. Change the length of the cracks with the number of cycles of crack propagation of driving gears for cracks initiated by tensile model



Slika 14. Promjena ekvivalentnog FIN-a sa duljinom pukotine gonjenih zupčanika

Figure 14. Modified equivalent stress intensity factor with crack length driven gear



Slika 15. Promjena duljine pukotine s brojem ciklusa širenja pukotine gonjenih zupčanika za pukotinu iniciranu prema vlačnom modelu

Figure 15. Change the length of the cracks with the number of cycles of crack propagation driven gear for cracks initiated by tensile mode

Tablica 6. Broj ciklusa rasta pukotine od inicijalne do kritične veličine pogonskih zupčanika

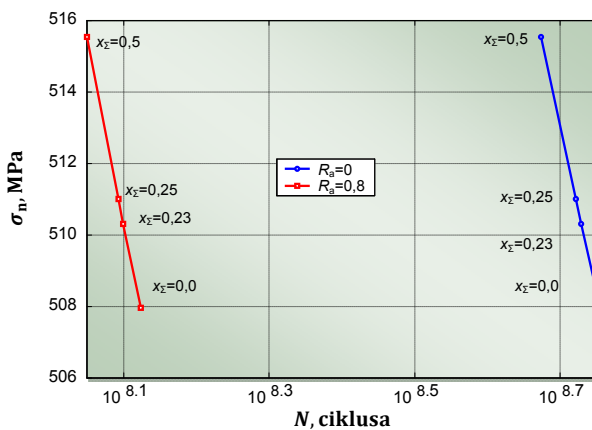
Table 6. The number of cycles of the initial crack growth to critical size for drive gears

x_{Σ}	F_b/b N/mm	a_c - kritična duljina pukotine prema vlačnom modelu / the critical crack length of the tensile model, mm	N_p - broj ciklusa za pukotinu iniciranu prema vlačnom modelu / number of cycles to crack initiated by tensile model
0,0	800	8,331	$1,410 \cdot 10^6$
0,23	800	8,416	$1,407 \cdot 10^6$
0,25	800	8,452	$1,411 \cdot 10^6$
0,5	800	8,478	$1,413 \cdot 10^6$

Tablica 7. Broj ciklusa rasta pukotine od inicijalne do kritične veličine gonjenih zupčanika

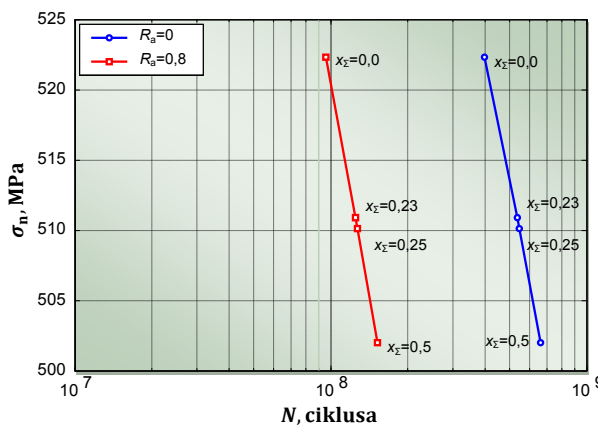
Table 7. The number of cycles of the initial crack growth to critical size for the driven gear

x_{Σ}	F_b/b N/mm	a_c - kritična duljina pukotine prema vlačnom modelu / the critical crack length of the tensile model, mm	N_p - broj ciklusa za pukotinu iniciranu prema vlačnom modelu / number of cycles to crack initiated by tensile model
0,0	800	7,43	$5,799 \cdot 10^5$
0,23	800	8,0	$7,814 \cdot 10^5$
0,25	800	8,09	$8,101 \cdot 10^5$
0,5	800	8,8	$1,134 \cdot 10^6$



Slika 16. Zamorni vijek pogonskih zupčanika s obzirom na lom zuba u korijenu

Figure 16. The fatigue life of drive gear due to failure of tooth root



Slika 17. Zamorni vijek gonjenih zupčanika s obzirom na lom zuba u korijenu

Figure 17. The fatigue life of driven gear due to failure of tooth root

Tablica 8. Zamorni vijek pogonskih zupčanika

Table 8. The fatigue life of drive gears

x_{Σ}	F_b/b N/mm	N , ciklusa/cycles	
		$R_a = 0 \mu\text{m}$	$R_a = 0,8 \mu\text{m}$
0,0	800	$5,686 \cdot 10^8$	$1,328 \cdot 10^8$
0,23	800	$5,363 \cdot 10^8$	$1,255 \cdot 10^8$
0,25	800	$5,271 \cdot 10^8$	$1,239 \cdot 10^8$
0,5	800	$4,716 \cdot 10^8$	$1,119 \cdot 10^8$

Tablica 9. Zamorni vijek gonjenih zupčanika**Table 9.** The fatigue life of gears driven

x_{Σ}	F_b/b N/mm	N , ciklusa/cycles	
		$R_a = 0 \mu\text{m}$	$R_a = 0,8 \mu\text{m}$
0,0	800	$3,991 \cdot 10^8$	$9,549 \cdot 10^7$
0,23	800	$5,357 \cdot 10^8$	$1,249 \cdot 10^8$
0,25	800	$5,455 \cdot 10^8$	$1,274 \cdot 10^8$
0,5	800	$6,595 \cdot 10^8$	$1,519 \cdot 10^8$

7. Zaključci

- Rezultati provedenog numeričkog postupka opravdavaju početnu pretpostavku da vremena potrebna kako za inicijaciju, tako i za širenje zamorne pukotine u korijenu zuba, uz nepromijenjena opterećenja, znatno ovise o sumi faktora pomaka profila spregnutih zupčanika. To znači da se primjenom, tj. izradom zupčanika s unaprijed točno određenim faktorima pomaka profila, uz nepromijenjena opterećenja, materijal i obradu zupčanika, može znatno povećati njihov vijek trajanja
- Utvrđeno je također da su za razmatrani nivo opterećenja, kod svih promatranih zupčanih parova, vremena potrebna za inicijaciju pukotine smičnom modelu manja od vremena dobivenih prema vlačnom modelu. Trend je da su manje razlike u vremenima inicijacije između ova dva modela kod pogonskih zupčanika na manjim sumama faktora pomaka profila, dok je kod gonjenih ta razlika manja kod većih suma faktora pomaka profila. Na taj način, vremena potrebna za iniciranje pukotine prema smičnom modelu predstavljaju i konačnu procjenu vremena do inicijacije zamorne pukotine.
- Broj ciklusa potreban za širenje zamorne pukotine do loma se povećava sa sumom faktora pomaka profila zupčanika, kao i kritična duljina pukotine.
- Ukupni vijek trajanja pogonskih i gonjenih zupčanika ovisi o nivou naprezanja koja se mijenjaju sa sumom pomaka profila. Dobiveni rezultati pokazuju da se kod pogonskih zupčanika, zbog porasta naprezanja, vjekovi trajanja smanjuju s porastom sume faktora pomaka profila, dok kod gonjenih zupčanika zbog opadanja naprezanja s povećanjem sume pomaka profila, dolazi do povećanja zamornog vijeka zupčanika s obzirom na lom u korijenu zuba.

LITERATURA

- [1] PODRUG, S.; JEI ASKA, D.; GLODEŽ, S.: *Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 31, Number 5, May 2008, 327-339.
- [2] GLODEŽ, S.; ŠRAML, M.; KRAMBERGER, J.: *A Computational Model for Determination of Service Life of Gears*, International Journal of Fatigue, Volume 24, Number 10, October 2002, 1013-1020.
- [3] JEI ASKA, D.; GLODEŽ, S.; KRAMBERGER, J.; PODRUG, S.: *Numerical Modelling of the Crack Propagation Path at Gear Tooth Root*, Proc. of the ASME Int. 2003 DETC, Chicago 2003.
- [4] SOCIE, D.; bANNANTINE, J.: *Bulk Deformation Damage Models, Materials Science and Engineering*, A103, 1988, 3-13.
- [5] BLARASIN, A.; GUAGI IANO, M.; VERGANI, L.: *Fatigue Crack Growth Prediction in Specimens Similar to Spur Gear Teeth*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 20, Issue 8, 1997, 1171-1182.
- [6] PEHAN, S.; HELLEN, T.K.; FLAŠKER, J.; GLODEŽ, S.: *Numerical Methods for Determining Stress Intensity factors vs Crack Depth in Gear Tooth Roots*, International Journal of Fatigue, Volume 19, Number 10, December 1997, 677-685.
- [7] HOFFMANN, M.; SEEGER, T.: *A Generalized Method for Estimating Multiaxial Elastic-Plastic Notch Stresses and Strains*, parts 1 and 2, Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME, 1985, 250-260.
- [8] ...: *MSC/FATIGUE*, User's Manual
- [9] OSTASH, O.P.; PANASYUK, V.V.; KOSTYK, E.M.: *A Phenomenological Model of Fatigue Macrocrack Initiation Near Stress Concentrators*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 22, Number 2, 1999, 161-172.
- [10] OSTASH, O.P.; PANASYUK, V.V.; KOSTYK, E.M.: *Assessment of the Period to Fatigue Macrocrack Initiation Near Stress Concentrators by Means of Strain Parameters*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 22, Number 8, 1999, 687-696.
- [11] ...: *FRANC2D/L*, User's Guide, Version 1.5, Cornell University
- [12] BITTENCOURT, T.N.; WAWRZYNEK, P.A.; INGRAFFEA, A.R.; SOUSA, J.L.: *Quasi-Automatic Simulation of Crack Propagation for 2D LEFM Problems*, Engineering Fracture Mechanics, 55 (2), 1996, 321-334.

- [13] ANDERSEN, M.R.: *Fatigue Crack Initiation and Growth in Ship Structures*, PhD Thesis, Technical University of Denmark, 1998.
- [14] bUDIANSKY, B.; HUTCHINSON, J.W.: *Analysis of Closure in Fatigue Crack Growth*, Journal of Applied Mechanics, 45, 1978, 267-276.
- [15] KUJAWSKI, D.: *Enhanced Model of Partial Crack Closure for Correlation of R-Ratio Effects in Aluminum Alloys*, International Journal of Fatigue, 23, 2001, 95-102.
- [16] NEWMAN, J.A.; RIDDELL, W.T.; PIASCIK, R.S.: *A Threshold Fatigue Crack Closure Model: Part I – Model Development*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 26, Issue 7, 2003, 603-614.