

Presijeci u korijenu!

piše: *Danijel Šugar*

Općenito govoreći, presjek ravnine i stožaste plohe može biti elipsa ili kružnica (presječna ravnina siječe sve izvodnice u konačnosti), parabola (presječna ravnina je paralelna sa jednom izvodnicom stošca), hiperbola (ravnina presjeka je paralelna sa dvije izvodnice stošca). Mogući su i degenerirani slučajevi presjeka ako presječna ravnina sadrži vrh stošca. Tada presjek može biti par realnih i različitih izvodnica, par realnih izvodnica koje su pale zajedno (tangencijalna ravnina) ili pak par konjugirano imaginarnih izvodnica sa sjecištem u vrhu (tj. sam vrh).

Prema tome da bi konstruirali presječnu krivulju moramo zaključiti o kojoj se krivulji radi. U tu svrhu uvodi se stranocrtna ravnina prema kojoj je zadana ravnina projicirajuća. Stranocrtnu ravninu nastoji se odabrati tako da se i osnovica stošca što jednostavnije projicira (po mogućnosti u dužinu). Stoga se u našem zadatku ravnina π_3 postavlja okomito na trag r_2 , tj. os ${}_2X_3$ je okomita na r_2 .

U stranocrtu konstruiramo konture stošca. Trag r_3

nacrtamo pomoću točke H. Konstruiramo li vrhom V stošca ravninu S paralelnu ravnini P ona će sijeći stožac u dvije izvodnice i_1 i i_2 . Zadana ravnina je paralelna s tim izvodnicama pa je presječna krivulja hiperbola. Postavljanjem stranocрта smo postigli da se čitava presječna krivulja projicira u trag r_3 .

Sjecišta trećeg traga s konturnim izvodnicama u stranocrtu su točke relativnih ekstrema presječne krivulje (2. najniža točka gornje, a 1. najviša točka donje grane hiperbole s obzirom na ravninu π_2), pa su u tim točkama tangente presječne krivulje paralelne sa ravninom π_2 . Kako su tangente međusobno paralelne dužina $\overline{12}$ je promjer hiperbole, odnosno točka O središte hiperbole.

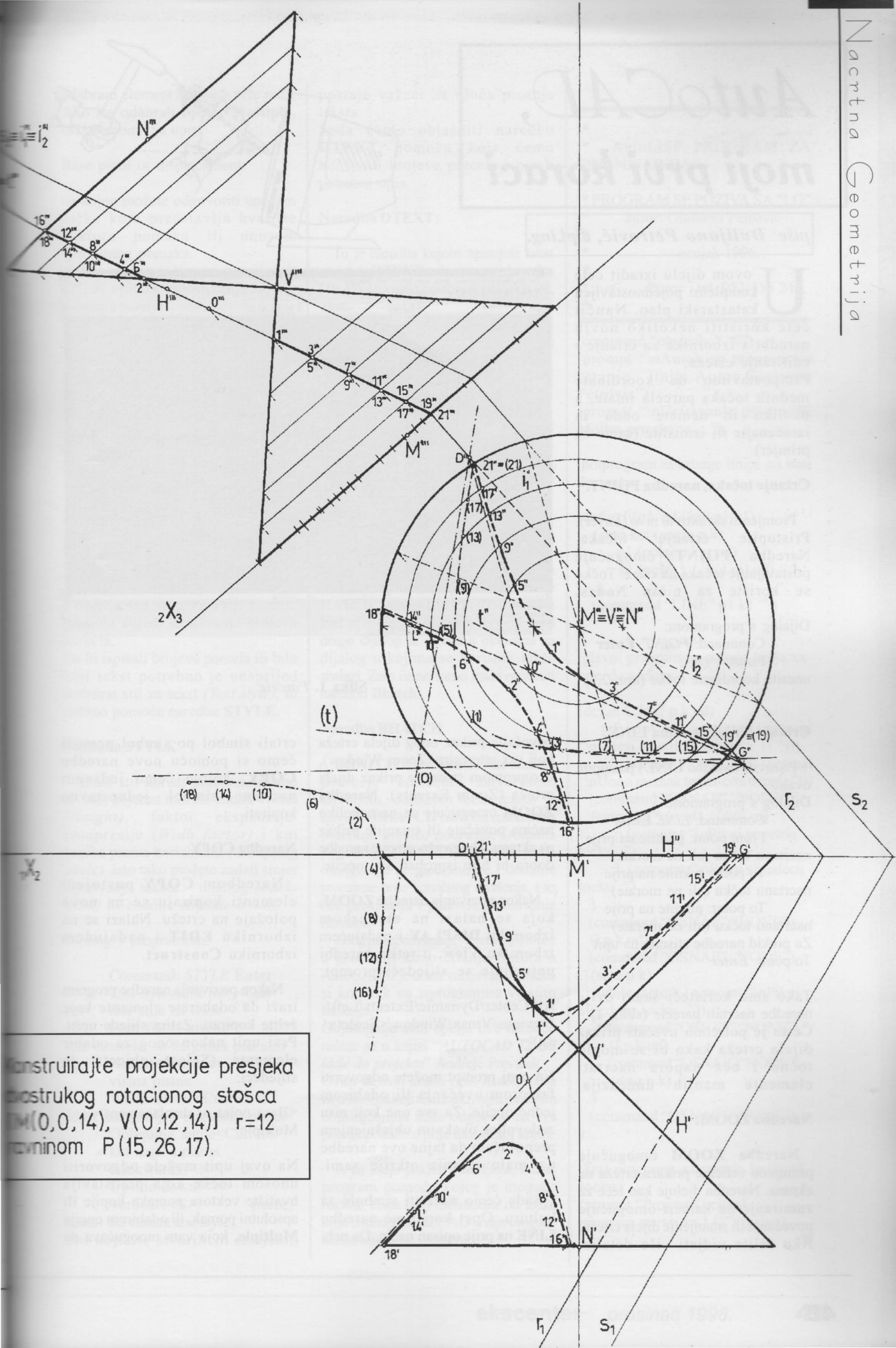
Točke hiperbole se u nacrtu i tlocrtu konstruiraju pomoću sustava ravnina paralelnih ravnini baze tj. ravnini π_2 . To su u biti kružnice koje se u tlocrtu i stranocrtu projiciraju kao dužine paralelne bazi, a u nacrtu u koncentrične kružnice. U presjeku projekcija tih kružnica i odgovarajućih ordinala se dobiju točke hiperbole u tlocrtu i nacrtu.

Asimptote hiperbole se konstruiraju kao paralele sa izvodnicama i_1 i i_2 povučene središtem O hiperbole.

U tlocrtu nije vidljiva cijela hiperbola pa su konturne točke određene pomoću perspektivne kolijenacije.

Tangenta je na presječnu krivulju položena u točki 3 pomoću perspektivne kolijenacije. Naime, ovdje su ravnine π_2 (ravnina baze) i ravnina P perspektivno kolinearno pridružene u prostoru. Ta se prostorna perspektivna kolineacija u nacrtu projicira u ravninsku perspektivnu kolineaciju sa središtem kolineacije V'' i osi r_2 . Kružnica osnovice i presječna krivulja su kolinearno pridružene pa su im pridruženi i njihovi nacrti. U točki na bazi stošca koja je kolinearno pridružena točki 3 na hiperboli povučemo tangentu na kružnicu baze. Nacrt tangente hiperbole dobijemo tako da spojimo presjecište tangente na bazu i osi kolineacije s nacrtom točke 3.

Prava veličina presjeka se određuje rotacijom presječne ravnine oko r_2 u ravninu π_2 .



Konstruirajte projekcije presjeka
 dvostrukog rotacionog stošca
 $M(0,0,14), V(0,12,14)$ $r=12$
 ravninom $P(15,26,17)$.