

# (Na)učiti kako se uči (matematika)

MILAN MATIJEVIĆ\*

## Polazne (hipo)teze

Preporuke Europskog Parlamenta i Vijeća od 18. prosinca 2006. o kompetencijama za cjeloživotno učenje (2006./962/EC) sadrže osam ključnih kompetencija. Na listi kompetencija kojima učenici trebaju ovladati tijekom obveznoga školovanja nalazi se i ona označena sintagmom „*učiti kako se uči*“. Preispitujući kurikulume hrvatskog obveznog školstva te ishode učenja na kraju pojedinih razreda, ciklusa i nastavnih predmeta, mogu se postaviti različita pitanja, npr. tko je zadužen za razvijanje te kompetencije (učiti kako se uči)? Na koji se način u nastavnom procesu potiče i razvija ta kompetencija (metodika)? Na koji se način može provjeriti (procijeniti) ostvarenost te kompetencije kao ishod učenja? Koliko su udžbenici i drugi pomoćni nastavni materijali pogodni za poticanje i razvijanje te kompetencije? Kada počinje razvijanje te kompetencije u obveznoj školi? Koja je tu uloga nastavnika razredne nastave, a koja nastavnika predmetne nastave (npr. uloga nastavnika matematike)? Koliko su nastavnici sposobljeni za poticanje razvoja te kompetencije?<sup>1</sup>

Na ispitivanju matematičke pismenosti u okviru projekta PISA, hrvatski su petnaestogodišnjaci na listi rezultata ispod prosjeka populacije ispitanih (pola milijuna ispitanika!) iz 65 zemalja svijeta (PISA 2009.). Podsjetimo da je među deset najbolje rangiranih zemalja šest zemalja s Dalekog istoka, a samo tri iz Europe (Finska, Lichtenštajn i Estonija)! Hrvatska u matematičkim kompetencijama zauzima četrdeseto mjesto među 65 ispitanih i rangiranih zemalja. Naši su učenici riješili tek oko 5% zadataka iz skupine težih zadataka (razina 5 i 6)! Projekt PISA nije nikakva olimpijada, ali omogućuje raznorazne analize u svezi kvalitete nastave i ishoda učenja na kraju obveznoga školovanja. Stručnjaci iz zemalja koje sudjeluju u tom međunarodnom projektu u pravilu temeljito proučavaju postignute rezultate, te čimbenike koji su na ta postignuća mogli utjecati ili koje bi trebalo mijenjati da bi se postigli bolji rezultati. Metodika nastave od prvog do zadnjeg razreda ispitivanih učenika je svakako imala utjecaja na postignute rezultate na ovom međunarodnom ispitivanju i zato je iznimno korisno temeljito analizirati metodiku nastave od početka do kraja obveznoga školovanja, jer su ovim ispitivanjem obuhvaćeni učenici na kraju obveznoga školovanja. I sposobljenost učenika za samostalno učenje (matematike) zasigurno je imala odre-

\*Milan Matijević, Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

<sup>1</sup>Predavanje održano 6. listopada 2010. godine u Zagrebu na stručno-metodičkim večerima Nastavne sekcije HMD-a

đenog utjecaja na rezultate u PISA projektu. Ovdje možemo tek postaviti neka pitanja i hipoteze koji se odnose na nastavu matematike tijekom obveznoga školovanja.

U jednom istraživanju prije tridesetak godina (Matijević, 1992.) ispitivana su predznanja i obrazovna razina polaznika srednje škole za odrasle, koji su prije ponovnog uključivanja u obrazovni proces imali stanku od sustavnog učenja od jedne do 21 godine! Istraživanje je pokazalo da obrazovna razina u matematici kod većine ispitanih polaznika u pravilu nije na razini stvarno završenog razreda školovanja. Kod većine je obrazovni nivo iskazan u kompetencijama iz matematike u pravilu bio od 1 do 3 razreda niže od stvarno završenog razreda. Nastavnici koji su poučavali polaznike u večernjim školama preostalo je jedino da na početku svake školske godine ispitaju stvarno predznanje i kompetencije iz matematike te da nastave poučavanje na utvrđenoj razini, odnosno da pokušaju optimalno individualizirati poučavanje budući da su utvrđene velike individualne razlike među ispitanim polaznicima. U pravilu je slična situacija u većini razreda osnovne i srednje škole. Naime, rijetko je u drugim nastavnim predmetima slična situacija u svezi povezanosti ranije stečenih kompetencija i novih znanja i kompetencija, kao što je to u nastavi matematike. Da budemo jasniji: u nastavi geografije učenik može o Južnoj Americi ne znati ništa, a da o Sjevernoj Americi pokaže znanja za najvišu ocjenu. Slično je i u biologiji, povijesti itd. U matematici su pojedine kompetencije toliko međusobno povezane da je nemoguće stjecati neke kompetencije s više ili s iste razine kompetencija i ishoda učenja ako se temeljito ne poznaju znanja i kompetencije s, uvjetno rečeno, nižih odnosno prethodnih srodnih razina. Nastavnik ili nastavnica matematike može svim silama nastojati naučiti (poučavati) učenike rješavati jednadžbe s jednom ili dvije nepoznanice, ili rješavati probleme (Varošanec, 2003.), učenici opet ništa neće razumjeti niti naučiti ako prethodno nisu temeljito svedali osnovne računske operacije s decimalnim brojevima ili razlomcima. Mogli bismo nabrajati bezbroj takvih situacija i primjera iz nastave matematike.

I još neki zanimljivi podaci (teza) za početak ove rasprave: Postavili smo pitanje studentima učiteljskog fakulteta ( $N=484$ ) krajem 2010. godine: Koja su vam tri nastavna predmeta bila najmanje zanimljiva tijekom prethodnog školovanja, koji su vam predmeti „išli na živce”, odnosno koje ste nastavne predmete najmanje voljeli? Od svih predmeta kojih su se mogli prisjetiti iz svog prethodnog dvanaestogodišnjeg školovanja, njih 49% navelo je fiziku, 46% matematiku (!) i isto toliki postotak kemiju. Stručnjaci za školstvo mogli bi postavljati razna pitanja pod utjecajem prethodnih podataka, npr. zašto su fizika, matematika i kemija na čelu te liste neomiljenih nastavnih predmeta? Kako se organizira nastava iz tih nastavnih predmeta da to dovodi do tolike antipatije (fobija od nastavnih predmeta) kod učenika? Kako će se to odraziti na činjenicu da 46% budućih učitelja, koji nisu voljeli matematiku, mora cijeli život poučavati učenike i u matematici? Može li netko tko ne voli matematiku naučiti nekoga da zavoli matematiku? (Pitanjima čimbenika neuspjeha u početnoj nastavni matematike bavio se Markovac, 1978.) Naravno, za svaki uspjeh u učenju važan je početak i temelj, pa je tako i kod učenja matematike (više kod Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998.).

## Između metodikā nastave usmjerene na učenika i nastave usmjerene na učitelja

Većina nastavnika u osnovnoj i srednjoj školi pripremana je za nastavničku profesiju na paradigmi didaktike nastave usmjerene na učitelje. To znači da se na nastavničkim fakultetima učilo o tome što i kako treba raditi nastavnik, a podrazumijevalo se da učenici trebaju učiti. Učenikovo je učenje podrazumijevalo pozorno praćenje nastavnikova „realiziranja programa”, zatim prepisivanje tragova te „realizacije” na ploči, te rješavanje zadataka za domaću zadaću iz udžbenika i zbirki zadataka (više: Matijević, 2010.).

Među nastavnicima, u vrijeme njihovih stručnih rasprava, učestalo je spominjana sintagma „realizirati program” (*Ja moram realizirati program!*). Ili, na pitanje što rade u školi, nastavnici bi odgovarali: „Ja predajem matematiku!” ili „Ja predajem fiziku!”; „Ja u ovoj školi držim matematiku!” Možemo ovo shvatiti tek kao puku igru rejeći, ali ako se dublje zamislimo nad tim jezičnim izričajima, uočit ćemo da se mnogo ne razumijemo, odnosno da ne razumijemo dovoljno što se to događa u nastavnom procesu. Tko ili što tu „drži” ili tko ili što tu „predaje”?

„Ja realiziram program.” Što ta rečenica stvarno znači? Što znači „realizirati program”? Jeden je tradicionalni didaktičar kazao da je program realiziran ako je ozvučen pred razredom. To bi za nastavu matematike značilo da je nastavnik pokazivao na ploči kako se rješavaju određeni matematički zadaci, a učenici su to pozorno pratili, ponekad simultano zapisivali i pratili nastavnikovo govorenje i pisanje, a ponekad čekali da nastavnik završi svoje govorenje (objašnjavanje) te nakon toga prepisali sve napisano na ploči. Za domaću zadaću (za samostalni rad kod kuće) učenici su obično trebali naučiti (ako su razumjeli!) sve što je nastavnik rekao i zapisao na ploču te, prema načelu egzemplarne nastave, još riješiti nekoliko zadataka iz udžbenika ili priručne zbirke zadataka.

I još malo o jezičnom izričaju: „Ja predajem matematiku!” Glagol „predavati” označava stanje u kojem netko nešto što posjeduje predaje nekomu tko to nema. Tradicionalna didaktika stoljećima je bila u zabludi da nastavnici posjeduju znanje koje trebaju predavati onima koji ne znaju. Odatle izrazi: predavanje, predavaonica. Za školske prostore u kojima se organizira nastava i danas se govori „predavaonica” (čak i u najnovijim fakultetskim zgradama gdje se pripremaju budući nastavnici), a i u kolegijima metodike koja priprema buduće nastavnike u nastavničkim kompetencijama budući da nastavnici trebaju održati „javno predavanje”. Radi se zapravo o tome da budući nastavnici trebaju samostalno organizirati jedan nastavni sat na kojem glavni nastavnik sjedi s ostalim studentima sa strane ili iza učenika i promatra kako budući nastavnik „predaje” određene sadržaje učenja. Ne zaboravimo da se uz ovu sintagmu često govori kako taj budući nastavnik „predaje novo gradivo” ili „obrađuje novo gradivo”! Što označava ta sintagma „novo gradivo” ili „nastavno gradivo”?

Nakon tako pripremanih i pripremljenih nastavnika kod nas se u školama još uvijek „predaje novo gradivo”, „ponavlja novo gradivo”, „vježba naučeno gradivo” i

„ispituje naučeno gradivo“! Ništa od tih sintagmi ne bi podnijelo zdravorazumsku analizu i kritiku, i ništa od toga ne mogu podnijeti novije teorije učenja i poučavanja (npr. kognitivizam ili konstruktivizam, transformativno učenje). Na tim metodičkim i didaktičkim modelima i paradigmama teško će se (na)učiti matematika, a isto tako teško će se (na)učiti kako se samostalno uči matematika.

Svi su nastavnici tijekom studija upoznali temeljne didaktičke principe (načela) koji su rezultat znanstvenih proučavanja zakonitosti u području nastave. Možemo lako prepoznati da je većina tih načela i didaktičkih pravila nastala na temelju istraživanja u području kognitivnog učenja, odnosno na istraživanju zakonitosti stjecanja kompetencija u kognitivnom području.

Tradicionalna metodika nastave, odnosno metodika organizacije nastavnog sata, didaktički principi i nastava matematike, postavljali su pred nastavnika zahtjev za isticanje ciljeva nastave u kojima je vidljivo što na satu planira raditi nastavnik. Učenici će, naravno, pozorno pratiti, pokušati razumjeti, prepisati sve s ploče i naučiti. Novije teorije nastave i učenja, odnosno noviji metodički konstrukti i paradigme, stavljuju u prvi plan aktivnosti učenika. Od nastavnika se očekuje da za svaki sat istaknu i opišu što će i kako tijekom sata raditi učenici, te koji se i kakvi ishodi učenja očekuju.

Učenje je individualni čin (ja učim), ali podrazumijeva i socijalnu dimenziju (poučavanje u odjeljenju, grupni rad u nastavi, rad u parovima, komunikacija tijekom učenja, komunikacija učitelja i učenika...). Učenje je svjesna aktivnost, iako ima primjera gdje se može govoriti i o nesvesnom i nemanjernom stjecanju nekih znanja i kompetencija (tzv. informalno učenje).

Ne postoje dva učenika (dvije osobe) koji uče na isti način ili čije su mogućnosti za učenje i stilovi učenja isti. To bi u svakom trenutku trebali imati u vidu svi učitelji i nastavnici. Tu spoznaju i zahtjev za uvažavanjem okolnosti koje se uz nju pojavljuju treba imati u vidu na svakom nastavnom satu te pri svakom vidu usmjeravanja i vođenja učenika u procesu učenja, u procesu stjecanja planiranih kompetencija, a koje bi trebale biti primjerne dobi učenika (Vlahović-Šetić, 2005.). Osim spomenutih metodičkih rješenja koja je razvijao i njegovao Robert Dottrens, nastavnicima stoje na raspolaganju i razne druge mogućnosti, od mentorskog stila komuniciranja i vođenja učenika tijekom nastavnog sata do korištenja svih novih komunikacijskih medija.

Metodika nastave usmjerene na učenika ogleda se danas i u orientaciji na iskazivanje obrazovnih ishoda u vidu kompetencija koje će učenici stjecati na nastavi pojedinih predmeta. Tako su i stručnjaci za matematičku nastavu prihvatali tu orientaciju i izradili jednu sustavnu koncepciju ishoda učenja (kompetencija; obrazovnih postignuća) koje će učenici stjecati na nastavi matematike tijekom obveznoga školovanja. I, umjesto da pripremajući se za zajedničke nastavne aktivnosti s učenicima nastavnici pišu što će oni (nastavnici) prikazivati, objašnjavati, obrađivati, uz ovu metodičku orientaciju očekuje se da nastavnici napišu koje će konkretne kompetencije učenici učiti, vježbati, stjecati na određenom nastavnom satu ili seriji nastavnih satova. Evo nekoliko primjera tako iskazanih očekivanih obrazovnih postignuća odnosno ishoda učenja:

Učenici će tijekom drugog obrazovnog ciklusa (Nacionalni okvirni kurikulum, 2010.):

- sigurno i učinkovito uspoređivati, zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti prirodne brojeve primjenjujući osnovna svojstva i međusobne veze računskih operacija
- primijeniti osnovna svojstva prirodnih brojeva i pravila djelivosti te rastaviti prirodni broj na proste faktore
- pročitati, zapisati i usporediti cijele brojeve, razlomke, decimalne brojeve i postotke te ih prikazati ekvivalentnim zapisima
- zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti (napamet, metodama pisanoga računa i uz pomoć džepnoga računala) racionalne brojeve zapisane u obliku razlomaka i decimalnih brojeva te primjenjivati osnovna svojstva i međusobne veze računskih operacija.

Učenici će tijekom trećeg obrazovnog ciklusa:

- postaviti i analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmoveva i postupaka, riješiti ga te protumačiti i vrednovati rješenje i postupak
- primijeniti matematičke pojmove i postupke u različitim kontekstima
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija.

Ovako iskazani, konkretizirani i operacionalizirani ishodi učenja pridonijet će svakako jednostavnijem i lakšem praćenju i procjeni uspješnosti svake nastavne epizode, ali i za izradu bilo kojih nastavnih materijala.

## Kako naučiti kako se uči?

„Učiti kako se uči“ - kompetencija je koja se stječe vježbanjem (učenjem). Ta se kompetencija ne može stjecati niti uz najatraktivniju predavačku i predavačko-pričivačku nastavu. Prije tridesetak i više godina postojalo je uvjerenje i mišljenje među nastavnicima i pedagozima da se učenike može ospozobljavati za samostalno učenje serijom predavanja o samostalnom učenju ili pisanim uputama o samostalnom učenju. Takva su predavanja obično organizirali pedagozi ili psiholozi jer se smatralo da je to njihovo profesionalno zaduženje.

Danas smo svjesni da je zadaća svakog nastavnika i rad na razvijanju kompetencije samostalnog učenja. Za razvoj te kompetencije zaduženi su svi učitelji i nastavnici, a ne samo stručni suradnici u školama. To ospozobljavanje počinje od prvog dana djitetova školovanja i traje tijekom čitavog školovanja i cjeloživotnog učenja.

Upitno je koliko su svi nastavnici kompetentni u ovom području nastavnika-va rada. Koliko su tijekom studiranja ili tijekom cjeloživotnog usavršavanja postali kompetentni kao savjetnici za samostalno učenje i kao treneri u ovoj važnoj kompetenciji. Dijeljenjem negativnih ocjena i prijetnjama kako ih nikad neće popraviti, postižu se slabi uspjesi. Svaki učenik želi uspjeti u učenju, a učiti vole one osobe koje postižu uspjeh. Svakodnevnim dobivanjem povratne informacije kako su neuspješni u izvršavanju nastavnih zadataka gubi se volja za učenjem. To su elementarne spoznaje psihologije učenja odnosno pedagoške psihologije i dokimologije, a zapisane su u svim udžbenicima psihologije (v. Vlahović Štetić, 2003.).

Nakon dodijeljene jedne ili više negativnih ocjena (to je postavljena dijagnoza!), slijedi uobičajena terapija: Ti moraš više učiti! Ti moraš zagrijati stolicu! Zna to svaki učenik, ali ne zna KAKO. Učenik ne poznaje najčešće metode i tehnike samostalnog učenja, a upitna je i podobnost udžbenika i drugih nastavnih materijala za samostalno učenje. Neki autori ističu, kao dobra obilježja svojih udžbenika i nastavnih materijala, i njihovu primjerenost samostalnom radu i učenju učenika (v. npr. Sraga, 1999.). Bilo bi dobro da su svi udžbenici stvarno istodobno i priručnici za samostalno učenje (matematike)! Korisno bi bilo istraživanje u kojem bi učenici procijenili podobnost udžbeničkog materijala za samostalno učenje, napose iskusni učenici na kraju srednje škole. Koliko bi učenika koji su zbog bolesti izostali nekoliko dana iz škole moglo iz udžbenika za matematiku samostalno naučiti lekcije koje su propustili slušati i gledati u učionici?

Euforija programirane nastave i izrade programiranih nastavnih materijala koja je na ovim prostorima postojala prije trideset i više godina je - prošlost. Međutim, ta nastavna strategija (programirano učenje, programirana nastava) u tadašnjoj je praksi pokazala najviše opravdanja u području nastave matematike. Jedan od razloga zašto je te nastavne strategije danas malo ili je uopće nema vidimo u ugrađivanju te strategije u računalne programe za učenje (kojih još uvijek nema dovoljno), ali i u razlogu što za izradu programiranih nastavnih materijala u tiskanoj formi treba mnogo više vremena i rada negoli u pisanju klasičnih udžbenika (v. Mužić, 1982.).

Prije više od pola stoljeća švicarski pedagog i sociolog Robert Dottrens (1959.) nudio je jedno metodičko rješenje za poticanje individualnog napredovanja svakog učenika u vidu nastavnih listova, ali to rješenje također ne nailazi na širu primjenu u školstvu jer traži više nastavnika rada i drukčije artikuliranje aktivnosti pojedinih učenika. Ta Dotrensova ideja pretvorila se u industrijsku proizvodnju konfekcijskih nastavnih listova uz koje od individualizacije učenja ostaje samo brzina rada: tko će prvi završiti, uz jednu verbalnu metodičku besmislicu: Tko prvi završi, neka se nasloni! (A prvi uvijek završe najbolji učenici koji se, za nagradu, trebaju dosađivati dok ostali ne završe svoje zadatke!) Prednosti koje sadrži Dotrensova ideja trebalo bi ponovo aktualizirati i, uz pomoć nove komunikacijske tehnologije (fotokopiranje, računala u učionicama i sl.), više primjenjivati u nastavi svih predmeta, a ne samo u nastavi matematike. To metodičko rješenje s nastavnim listovima koji su primjereni točno nekom konkretnom učeniku mogu pomoći u osposobljavanju učenika za samostalno učenje matematike, ali i u nadoknađivanju onih matematičkih kompetencija koje su u prethodnim nastavnim epizodama nedovoljno usvojili.

Prije stotinu godina, talijanska liječnica i pedagoginja Maria Montessori (1870.-1952.) postala je poznata po originalnoj metodi poučavanja djece u matematici i materinjem jeziku. Proizveden je, prema njezinim idejama, velik opus nastavnih materijala za učenje matematike, koji se temelji na samostalnim aktivnostima učenika, s posebno konstruiranim materijalima koji u svakom momentu omogućuju učenicima shvatiti koliko ispravo rade, odnosno uče. U mnogim zemljama EU u državnim se

školama primjenjuje metoda Marije Montessori i njezini materijali za samostalno učenje matematike (vidjeti priloženi popis linkova koji prikazuju Montessori materijale za samostalno učenje matematike!) Ti materijali traže dodatna novčana ulaganja za kupovinu materijala, dodatnu edukaciju nastavnika, ali su provjereni i dokazano efikasni u stjecanju kompetencije samostalnog učenja matematike (više o Montessori metodi u Montessori, 2007., te Seitz i Hallwachs 1997.).

György Pólya (1887.-1985.), mađarski matematičar, sredinom prošlog stoljeća dosta je radio na unapređivanju metodike učenja matematike koja je usmjerenja na učenika, odnosno u kojoj se nastava shvaća kao zajednički rad učitelja i učenika, odnosno u kojoj nastavnici metodički vode svakog učenika do stjecanja kompetencije samostalnog rješavanja matematičkog zadatka. Njegov algoritam za učenikove aktivnosti, odnosno za nastavnikovo vođenje učenika, prikazan je na priloženoj Tablici 1. Naravno, koristi od tog algoritma bit će ako se, uz nastavnikovo vođenje, mnogo puta tijekom školovanja ponovi rješavanje zadataka.

<b>1. TREBA RAZUMJETI ZADATAK</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Što je nepoznato?</li> <li>- Što je zadano?</li> <li>- Kako glasi uvjet koji veže poznate elemente i nepoznanicu?</li> <li>- Nacrtaj sliku ako je potrebna!</li> <li>- Uvedi odgovarajuće oznake!</li> </ul>
<b>2. POTRAŽI VEZU IZMEĐU ZADANOG I NEPOZNATOG! Evidentiraj definicije, pravila ili teoreme koji ti mogu pomoći pri rješavanju! Sastavi plan rješavanja zadataka!</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gdje početi?</li> <li>- Što raditi?</li> <li>- Što ću time postići?</li> <li>- Jesam li takav zadatak već vido?</li> <li>- Znam li sličan zadatak?</li> <li>- Znam li neki teorem, definiciju ili pravilo koji mi mogu pomoći?</li> <li>- Je li potrebno uvesti neki pomoćni element radi rješavanja?</li> <li>- Mogu li zadatak izraziti drugačije?</li> <li>- Mogu li riješiti dio zadataka?</li> <li>- Jesam li iskoristio sve zadane elemente?</li> <li>- Jesam li uzeo u obzir sve bitne elemente koji se nalaze u zadataku?</li> </ul>
<b>3. IZVRŠI SVOJ PLAN!</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gdje početi?</li> <li>- Što raditi?</li> <li>- Što ću time postići?</li> <li>- Provodim li svoj plan rješavanja?</li> <li>- Kontroliraj svaki korak!</li> <li>- Mogu li jasno vidjeti da je korak ispravan?</li> </ul>
<b>4. PROVJERI DOBIVENO RJEŠENJE!</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mogu li kontrolirati rezultat?</li> <li>- Mogu li rezultat izvesti drugačije?</li> <li>- Mogu li rezultat uočiti na prvi pogled?</li> </ul>

Tablica 1: Algoritam za samostalno rješavanje matematičkih zadataka koji je izradio G. Polya (1966.)

## Zaključak

Pokušaj da se znanstveno objasni proces stjecanja kompetencije samostalnog učenja (matematike) zapravo bi bio koncept jedne cjelovite metodike poučavanja i učenja matematike. Ukoliko postoji interes i dobra volja, korisno bi bilo proučiti metodiku nastave matematike u zemljama iz kojih su učenici na spomenutom međunarodnom ispitivanju poznatom pod imenom PISA (Programme for International Student Assessment) postigli zadovoljavajuće rezultate, npr. čiji su učenici svrstani među prvih deset zemalja iz kojih su učenici ispitivani: osim Finske, čiji su učenici u svim dosadašnjim ispitivanjima bili među prvih deset zemalja, sada uočavamo da su se tu našle i četiri zemlje s Dalekog istoka: Šangaj – Kina, Hong Kong – Kina, Singapur, Macao – Kina (vidi: Lianghuo et. al , 2005. i Yong et al 2009.).

Korisno bi bilo konačno početi više uvažavati poruke koje je nastavnicima uputio američki pedagog Edgar Dale prije više od pedeset godina, a koje se mogu sažeti u nekoliko rečenica: Nastavnici bi trebali u nastavim scenarijima planirati više aktivnosti u kojima su učenici aktivniji od njih, u kojima se vježba, rješavaju problemi, uči u različitim iskustvenim situacijama, a manje slušaju nastavnika predavanja i gledaju raznovrsne vizualne prezentacije (više u Matijević i Radovanović, 2008.).

## Literatura

- Dottrens, R. (1959.), Individualizirana nastava. Zagreb: Zavod za unapređenje školstva Republike Hrvatske.
- Lianghuo, F. Et. al. (Ed.) (2005.), How Chinese learn Mathematics (Perspective from Insiders), Nanjing Shi: Jiangsu jiao yu chu ban she.
- Markovac, J. (1978.), Neuspjeh u nastavi matematike: od 1. razreda osnovne škole – uzroci i suzbijanje. Zagreb: Školska knjiga.
- Matijević, M. (1982.), Efikasnost individualiziranog obrazovanja u konzultativno-instrukтивnoj nastavi. Odgoj i samoupravljanje. Vol. 2, no 1, str. 125-167.
- Matijević, M. i Radovanović, D. (2008.), Communication Technologies and the classroom teaching environment. Conference Proceedings of the 1st Special Focus Symposium on the Pedagogy in the Context of a Knowledge Society (Ur. V. Šimović), Zagreb: ECNSI – The European Focus Symposium and Systematic Research Centre, pp. 45-49.
- Matijević, M. (2010.), Između didaktike nastave usmjerenе na učenika i kurikulum-ske teorije. U: Zbornik radova Četvrtog kongresa matematike. Zagreb: Hrvatsko matematičko društvo i Školska knjiga, str. 391-408.
- Montessori, M. (2007.), Dijete: tajna djetinjstva. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Mužić, V. (1982.), Programirana nastava. Zagreb: Školska knjiga

- Nacionalni okvirni kurikulum (2010.). Zagreb: MZOS.
- PISA 2009. Results: What Students Know and Can Do (Volume I). OECD.
- Polya, G. (1966.), Kako ću riješiti matematički zadatak. Zagreb: Školska knjiga.
- Seitz, M. i Hallwachs, U. (1997.), Montessori ili Waldorf. Zagreb: Educa.
- Sraga, M. (1999.), Matematika 3: potpuno riješeni zadaci – priručnik za samostalno učenje. Zagreb: M.I.M. - Sraga
- Varošanec, S. (2003.), Neke metode rješavanja problemskih zadataka. Poučak. Vol. 4, br. 13, str. 32-37.
- Vlahović-Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998.), Kladim se da možeš... (psihološki aspekti početnog poučavanja matematike). Zagreb: Udruga roditelja *Korak po korak*
- Vlahović-Štetić, V. (2003.), Psihologija učenja i poučavanja matematike. Poučak. Vol. 4, br. 15, str. 5-14.
- Vlahović-Štetić, V. (2005.), Primjereno nastave matematike dobi učenika. Poučak. Vol. 6, br. 24, str. 17-24.
- Yong, K. W. Et. al. (Ed.), (2009.), Mathematics Education (The Singapore Yourney). New Jersey, London and Singapore: World Scientific.

### **Internetski izvori:**

Montessori Math Methods: The 45 Math Montessori Meterials (08.01.2011.)

<http://www.youtube.com/watch?v=SliNB-qrRa4&feature=related>

Montessori – Sensorial – Visual Sense – Binomial Cube (08.01.2011.)

<http://www.youtube.com/watch?v=cgVJzTMEvXE&feature=related>

Montessori – Sensorial – Visual Sense – Constructive Triangles – Triangular Box (08.01.2011.)

<http://www.youtube.com/watch?v=dd7BM7KDUsI&feature=related>