# Osvrt na ispit iz matematike na državnoj maturi

## - LJETNI ISPITNI ROK ŠKOLSKE GODINE 2009./2010.[1]

Željka Milin Šipuš*

Školske godine 2009./2010. u Republici Hrvatskoj prvi put je provedena državna matura. Matematika, kao obavezan predmet polaganja, polagala se na ljetnom roku 27. svibnja 2010. Kao i ostali obavezni predmeti državne mature, matematika se mogla polagati na višoj (razina A) ili osnovnoj razini (razina B). Ispiti i rezultati (ukupni rezultati ljetnog ispitnog roka, analiza distraktora, odluka o pragovima za ocjene te usporedna analiza ocjena na maturi s ocjenama iz matematike u četiri razreda srednje škole) mogu se naći na mrežnim stranicama Nacionalnog centra za vanjsko vrednovanje obrazovanja www.ncvvo.hr.

U ovom ćemo članku dati kratak osvrt na učeničke rezultate, posebno s aspekta riješenosti pojedinih zadataka.

Podsjetimo se, testovi iz matematike na osnovnoj i višoj razini koncipirani su kako je izneseno u Tablici 1:

| | **VIŠA RAZINA (RAZINA A)** | **OSNOVNA RAZINA (RAZINA B)** |
|---|---|---|
| Broj zadataka / Bodova | 15 zadataka višestrukog izbora / 20 bodova | 16 zadataka višestrukog izbora / 20 bodova |
| | 13 zadataka kratkog odgovora / 26 bodova | 12 zadataka kratkog odgovora / 20 bodova |
| | 2 zadatka produljenog odgovora / 14 bodova | |
| Broj čestica | 45 | 33 |
| Maksimalan broj bodova | 60 bodova | 40 bodova |

*Tablica 1.*

[1] Članak slijedi predavanje održano na poslijediplomskom Seminaru za metodiku nastave matematike, PMF-Matematički odsjek, Sveučilište u Zagrebu, 25. veljače 2011.

* Željka Milin Šipuš, PMF-Matematički odsjek, Zagreb

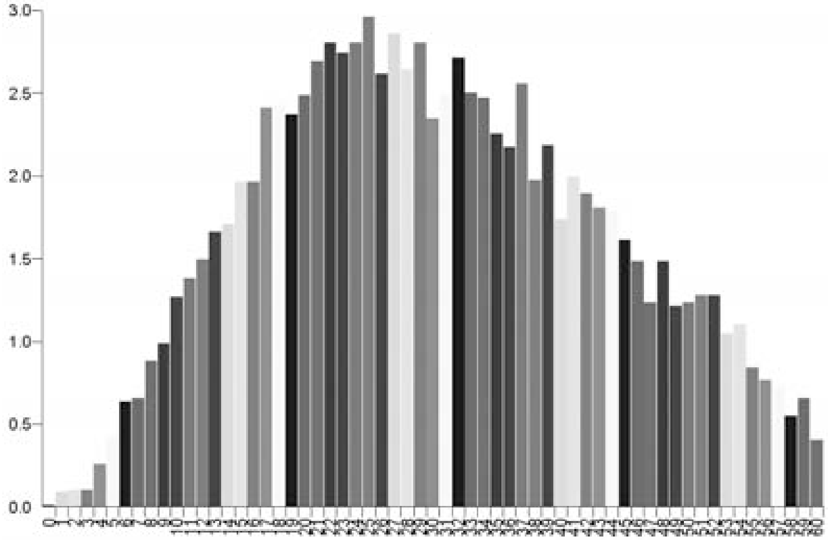
Prvi rok polaganja državne mature bio je ljetni rok školske godine 2009./2010. U Tablici 2 navedeni su brojevi prijavljenih učenika, te osnovni podaci o njihovim rezultatima:

| | **VIŠA RAZINA (RAZINA A)** | **OSNOVNA RAZINA (RAZINA B)** |
|---|---|---|
| Broj učenika | 9 625 (94% prijavljenih) | 23 928 (88% prijavljenih) |
| Broj učenika gimnazija | 5 714 (59% učenika razine A) | 6 569 (27% učenika razine B) |
| Broj učenika s maksimalnim brojem bodova | 39 učenika (0.41%) | 32 učenika (0.13%) |
| Broj učenika s 0 bodova | 1 učenik | 10 učenika |
| Aritmetička sredina rezultata | 30.46 (50.8%) bodova | 20.64 (51.6%) bodova |
| Standardna devijacija | 13.77 bodova | 8.3 bodova |
| Cronbachov alpha | 0.91 | 0.87 |

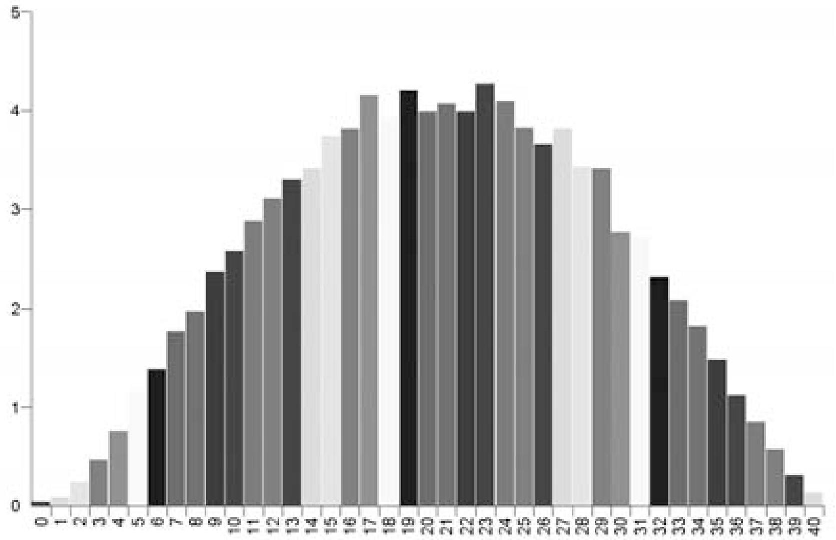
*Tablica 2.*

U Tablici 2 nalazi se i koeficijent Cronbachov alpha koji opisuje unutrašnju konzistentnost testa. On se određuje pomoću korelacija različitih zadataka na testu. Poželjno je da bude veći od 0.8. Postignuta vrijednost koeficijenta Cronbachov alpha indicira da je test bio kvalitetno sastavljen.

Razdioba učenika po bodovima na testovima više i osnovne razine prikazana je na Slikama 1 i 2:




*Slika 1: Viša razina*




*Slika 2. Osnovna razina*

Iz Tablice 2 kao i iz Slika 1 i 2 vidljivo je da su testovi imali dobre razdiobe po bodovima. Nadalje, vidi se da je razdioba slična Gaussovoj.

U Tablici 3 navedena je razdioba učenika po ocjenama. Pragove za ocjene odredilo je, u suradnji s NCVVO, Povjerenstvo za prijedlog pragova prolaza i ocjena.

| | **Nedovoljan** | **Dovoljan** | **Dobar** | **Vrlo dobar** | **Izvrstan** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Viša razina** | 799 | 2980 | 3119 | 1776 | 952 |
| **Osnovna razina** | 1880 | 6029 | 8738 | 5782 | 1505 |

*Tablica 3.*

Nadalje, u Tablicama 4 i 5 prikazani su usporedni rezultati za gimnazijalce i za učenike strukovnih škola. Vidljivo je da su učenici gimnazija u prosjeku postizali bolje rezultate od učenika strukovnih škola.

| VIŠA RAZINA | GIMNAZIJE | STRUKOVNE ŠKOLE |
|---|---|---|
| Broj učenika | 5 714 | 2 596[2] |
| Maksimalni rezultat | 60 | 60 |
| Minimalni rezultat | 0 | 0 |
| Aritmetička sredina | 35.44 | 23.33 |
| Standardna devijacija | 11.75 | 11.4 |
| Prosječna težina zadataka | 0.59 | 0.39 |

*Tablica 4.*

[2] Zbroj učenika gimnazija i strukovnih škola nije jednak ukupnom broju pristupnika 9 625, jer se u ukupnom broju računaju i pristupnici iz prethodnih generacija i stranci

| OSNOVNA RAZINA | GIMNAZIJE | STRUKOVNE ŠKOLE |
|---|---|---|
| Broj učenika | 6 569 | 14 199[3] |
| Maksimalni rezultat | 40 | 40 |
| Minimalni rezultat | 0 | 0 |
| Aritmetička sredina | 26.52 | 18 |
| Standardna devijacija | 6.53 | 7.65 |
| Prosječna težina zadataka | 0.66 | 0.45 |

*Tablica 5.*

## Analiza zadataka na testu više razine

U analizi testa pomoću desktriptivne statistike, težina zadataka mjeri se postotkom njihove riješenosti. Nakon završene analize testa, moguće je rasporediti zadatke (tj. sve čestice) po razredima po zadanom postotku riješenosti. To je prikazano u Tablici 6. Prosječna težina zadataka na testu više razine bila je 0.51.

| | vrlo težak (0 – 0.2) | težak (0.21 – 0.4) | srednje težak (0.41 – 0.6) | lagan (0.61 – 0.8) | vrlo lagan (0.81 – 1) |
|---|---|---|---|---|---|
| Broj čestica | 3 | 11 | 8 | 18 | 5 |
| Broj bodova | 4 boda | 20 bodova | 12 bodova | 19 bodova | 5 bodova |

*Tablica 6.*

Teški zadaci obično dobro razlikuju rezultate boljih učenika od rezultata slabijih učenika (što je i njihova svrha). U analizi zadataka to se potvrđuje tzv. krivuljom zadatka ili, kao što ćemo mi prikazati, postotkom riješenosti zadatka unutar pojedine kvartilne skupine učenika. Naime, obradom rezultata, učenici su po rezultatima podijeljeni u četiri skupine, prva je skupina najslabija (prvi kvartil tj. 25%-percentil). Za očekivati je da će učenici, primjerice, prve kvartilne skupine prosječno lošije riješiti pojedini zadatak od učenika druge, treće ili četvrte skupine. Iako teški zadaci imaju svojstvo da dobro razlikuju (diskriminiraju) učenike, takvih zadataka u testu ne smije biti mnogo. I srednje teški zadaci mogu polučiti takvo razlikovanje. Lagani zadaci obično slabije razlikuju pojedine skupine učenika.

[3] Zbroj učenika gimnazija i strukovnih škola nije jednak ukupnom broju pristupnika 23 934, jer se u ukupnom broju računaju i pristupnici iz prethodnih generacija i stranci

## Ključni ishodi

U ispitnom katalogu za državnu maturu popisani su učenički ishodi koji se ispitom provjeravaju. Dio tih ishoda su tzv. ključni ishodi, tj. ishodi koji predstavlja-ju temeljna matematička znanja i koji su se provjeravali na svim ispitnim rokovima državne mature 2009./2010. godine. Jedan njihov dio provjeren je u elementarnim zadacima. U Tablici 7. navedene su prosječne riješenosti nekih zadataka u kojima se ispituju ključni ishodi.

| Zadatak | Ishod | Postotak riješenosti |
|---|---|---|
| Zadatak 3. | riješiti linearnu jednadžbu | 94% |
| Zadatak 26. | rabiti postotke (složena uporaba) | 2 boda - 21% |
| | | 1 bod - 21% |
| Zadatak 22.2. | riješiti sustav linearnih jednadžbi | 71% |
| Zadatak 19.1. | riješiti kvadratnu jednadžbu (odrediti zbroj rješenja) | 82% |
| Zadatak 22.1. | riješiti kvadratnu nejednadžbu | 51% |

*Tablica 7.*

## Zadaci višestrukog izbora

Zadaci višestrukog izbora u prosjeku su bolje riješeni od zadataka kratkog i produljenog odgovora. Njihova se riješenost kreće između 0.21 i 0.94. Najlakši (0.94) je zadatak 3 (linearna jednadžba).

Za analizu zadataka višestrukog izbora, zanimljiva je i analiza distraktora (netočnih odgovora) u pojedinom zadatku. Na testu više razine, osim zadatka 15., niti u jednom zadatku nije postojao jak distrakotor, tj. distraktor kojeg zaokružuje velik broj učenika. No, u zadatku 15, točan odgovor C zaokružio je manji broj učenika (20%) nego distraktore A (35%) i D (32%). Posebno je to istaknuto kod gimnazijalaca, odgovor A je za 38% učenika bio točan odgovor. Zadatak 15. bio je najteži zadatak među zadacima višestrukog izbora. Radi potpunosti, navedimo 15. zadatak.

15. Jednadžba $m\sin x - 1 = 0$ ima rješenja ako za realni broj $m \neq 0$ vrijedi:

A. $m \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$

B. $m \in \mathbf{R} \setminus [-1,1]$

C. $m \in \mathbf{R} \setminus \langle -1,1 \rangle$

D. $m \in [-1,1] \setminus \{0\}$

Zadatak 11. je težine 0.38. i on također vrlo dobro razlikuje bolje učenike od slabijih. Postotci riješenosti tog zadatka po kvartilima su 12% - 16.1% - 26.7% - 45.3%, što znači da je od ukupnog broja od 3 630 točnih odgovora na tom zadatku, 12% učenika (dakle, 436 učenika) su učenici prvog kvartila, 16.1% učenika su u drugom kvartilu, 26.7% u trećem, a 45.3% u četvrtom, najboljem, kvartilu. Vidljivo je da su zadatak 11. izrazito bolje riješili učenici najboljeg kvartila.

11. Zbroj rješenja jednadžbe $5^{x+2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}=6$ je:

A. $0$

B. $-1$

C. $-2$

D. $-3$

## Zadaci kratkog i produljenog odgovora

Težina zadataka drugog i trećeg dijela testa tj. zadataka kratkog i produljenog odgovora varira između 0.13 i 0.85. Najlakši zadatak (0.85) je zadatak 21.1. (izlet autobusima - modeliranje linearnim jednadžbama). Najteži zadatak (0.13) je zadatak 23.2. Taj zadatak glasi:

23.2. Napišite rješenje jednadžbe
$\sin(x-\pi)\sin(x+2\pi)=3\cos(x+3\pi)\cos(x-4\pi)$ iz intervala $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$.

Težina tog zadatka je 0.13, a riješenost po kvartilima 1.0% - 5.4% - 18.1% -75.5%.

Osim tog zadatka, i sljedeći (vrlo teški) zadaci vrlo dobro razlikuje učenike, posebno najbolji kvartil učenika.

20.2. Kompleksan broj $z=2i$ prikažite u trigonometrijskom obliku.

Težina zadatka je 0.16, a riješenost po kvartilima 1.8% - 6.1% - 19.9% - 72.1%.

27. Riješite nejednadžbu $\log_2(x-1)+\log_2(x-3)\le 3$. (0.17)

Težina zadatka je 0.17, riješenost (za 2 boda) po kvartilima 0.1% - 3.2% - 15.2% - 81.5%.

Nadalje, zadatak 20.1. je srednje težak zadatak koji također jako dobro razlikuje bolje učenike od slabijih (4.9% - 16.1% -31.6% - 47.3%). On glasi:

20.1. Neka je $z=3+2i$. Koliko je $(iz\bar{z})^4$ ?

Zadaci 29. i 30. su zadaci produljenog odgovora. To su, dakle, zadaci u kojim se vrednuje i postupak rješavanja. Kod njih se primjenjuje princip „Slijediti pogrešku" koji omogućuje bodovanje ispravno povedenih koraka i nakon učinjene pogreške (najčešće pri računanju).

Zadatak 29. ima pet čestica koje predstavljaju korake potrebne za skiciranja grafa zadane kubne funkcije u zadatku 29.5. Zadaci 29.3. – 29.5. izrazito razlikuju najbolji kvartil učenika od ostalih učenika, pa, primjerice, za zadatak 29.5., dva boda imaju, od ukupnog broja od 2041 učenika koji su ostvarili 2 boda, po kvartilima sljedeći postotci učenika 0.2% - 2.3% - 20.0% - 77.6%.

29.1. Zadana je funkcija $f(x) = -\frac{1}{4}(x^2 - 16)(x+1)$.

29.1. Odredite sjecišta grafa funkcije s osi apscisa.

29.2. Derivirajte funkciju *f*.

29.3. Odredite interval/intervale rasta funkcije *f*.

29.4. Odredite lokalne ekstreme funkcije *f*.

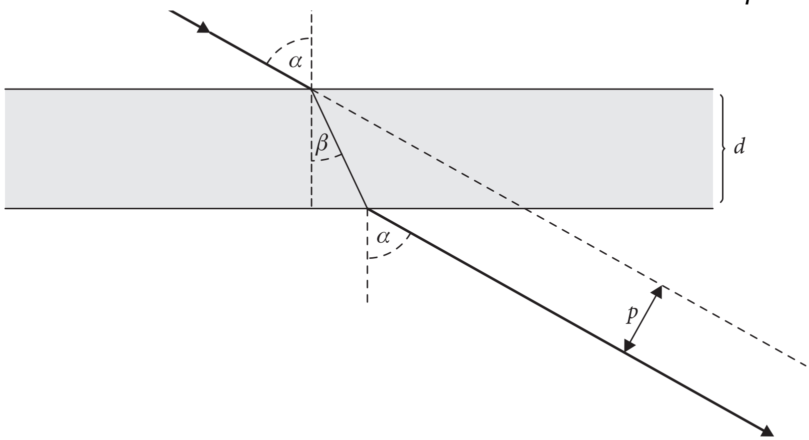
29.5. Nacrtajte graf te funkcije rabeći rezultate prethodnik podzadataka. (Napomena: Točke koje nemaju cjelobrojne koordinate ucrtajte približno.)

Zadatak 30. nema strukturu «vođenog zadatka" kao što je ima zadatak 29. Od 4 moguća boda, prosječno je ostvareno 1.2 boda, tj. zadatak ima težinu 0.3. Četiri boda je postiglo 1 623 učenika (16.86%) i to opet izrazito najviše u najboljem kvartilu učenika (2.5% - 7.1% - 22.1% - 68.3%).

30. Na planparalelnu staklenu ploču debljine $d$ = 40 mm pada zraka svjetlosti pod kutom prema okomici $\alpha = 60°$. Indeks loma $n$ iznosi $\frac{3}{2}$. Koliki je paralelni pomak $p$ zrake svjetlosti?

*Napomena:*

Zraka svjetlosti lomi se pod kutom prema okomici $\beta$, ali izlazi iz ploče opet pod kutom prema okomici $\alpha$. Indeks loma definiran je jednakošću $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$.




## Zadaci bez odgovora

Za određivanje težine zadataka, zadaci bez odgovora računaju se kao netočno odgovoreni zadaci (dakle, računaju se u ukupnom broju zadataka). Od zadataka višestrukog odgovora, najviše učenika (njih 131) nije odgovorilo na već spomenuti zadatak 11. (eksponencijalna jednadžba, težina 0.38). Kako u bodovanju zadataka višestrukog izbora nema negativnih bodova, neispravni odgovori ne donose, ali ni ne smanjuju postignute bodove, to je za očekivati da broj učenika koji ne odgovaraju na te zadatke neće biti velik.

Kod zadataka kratkog i produženog odgovora, broj učenika koji nisu odgovorili na pojedini zadatak varira između 219 i 5 606. Vidljivo je da su neke zadatke učenici u velikom broju „preskakali" – to nisu nužno zadnji zadaci u testu. Najviše odgovoreni zadatak (bez odgovora je 219 učenika) je zadatak 19.1. (zbroj rješenja kvadratne jednadžbe, težina 0.82). U Tablici 8 navedeni su zadaci na koje veliki broj učenika nije odgovorio (zadaci su navedeni naprijed u tekstu).

| **Zadatak** | **23.2.** | **20.2.** | **29.5.** | **30.** |
|---|---|---|---|---|
| **Broj učenika bez odgovora** | 5 606 (58%) | 4 457 (46%) | 4 178 (43%) | 3 508 (36%) |

*Tablica 8.*

## Analiza zadataka na testu osnovne razine

Prosječna težina zadataka na testu osnovne razine bila je 0.52. U Tablici 9 navedena je raspodjela zadataka po njihovim težinama.

| | **vrlo težak (0 – 0.2)** | **težak (0.21 – 0.4)** | **srednje težak (0.41 – 0.6)** | **lagan (0.61 – 0.8)** | **vrlo lagan (0.81 – 1)** |
|---|---|---|---|---|---|
| Broj čestica | 5 | 5 | 10 | 9 | 4 |
| Broj bodova | 5 bodova | 7 bodova | 13 bodova | 10 bodova | 5 bodova |

*Tablica 9.*

### Ključni ishodi

Kao i za višu razinu, i za osnovnu je razinu stručna skupina odredila ključne ishode. U Tablici 10 navedeni su neki zadaci u kojima se ispituju ključni ishodi. Zanimljivo je uočiti koji su zadaci analizom riješenosti testa određeni kao teži. To su zadaci u kojima je bilo potrebno riješiti linearnu nejednadžbu, riješiti kvadratnu jednadžbu i nacrtati pravac u koordinatnom sustavu.

| **Zadatak** | **Ishod** | **Postotak riješenosti** |
|---|---|---|
| Zadatak 12. | iz zadane formule izraziti jednu veličinu pomoću drugih | 70% |
| Zadatak 25.1. | riješiti linearnu jednadžbu | 75% |
| Zadatak 25.2. | riješiti linearnu nejednadžbu | 26% |
| Zadatak 17. | rabiti postotke | 59% |
| Zadatak 18. | riješiti sustav linearnih jednadžbi | 52% |
| Zadatak 22. | riješiti kvadratnu jednadžbu | 35% |
| Zadatak 27. | prikazati i očitati koordinate točke | 73% |
| Zadatak 21. | nacrtati pravac u koordinatnom sustavu | 36% |

*Tablica 10.*

## Zadaci višestrukog izbora

Zadaci višestrukog izbora u prosjeku su bolje riješeni od zadataka otvorenog tipa (u kojima su upisuje odgovor) drugog dijela testa. Težina zadataka višestrukog izbora varira između 0.31 i 0.93. Najlakši (0.93) zadatak je zadatak 2 (odbojkaška utakmica - određivanje vremenskog intervala). Najteži zadatak (težina 0.31) je zadatak 14.

14. Izraz $\frac{2x}{x^2-4}-\frac{1}{x-2}$, $x \neq \pm 2$, jednak je:

A. $\frac{1}{x+2}$

B. $\frac{2x-1}{x+2}$

C. $\frac{1}{x-2}$

D. $\frac{1}{x^2-4}$

Kod niti jednog zadatka nije se dogodilo da je distraktor odnio više odgovora nego točno rješenje. U zadacima 6. i 8. postoji «jak distraktor" – to je netočno rješenje koje su učenici u značajnom postotku zaokružili.

Točan odgovor u zadatku 6. je B (44% učenika), a netočan jaki distraktor je D (35%). Zadatak 6. glasi:

6. Brod je isplovio iz luke. Najprije je 2 sata plovio prema istoku brzinom 12 km/h, a onda se okrenuo prema sjeveru i 5 sati plovio brzinom 14 km/h. Koliko je nakon tih 7 sati plovidbe bio udaljen od luke?

A. 69 km

B. 74 km

C. 79 km

D. 84 km

Točan odgovor u zadatku 8. je C (55% učenika), a netočan jaki distraktor je B (42%), dakle, tipična pogreška. Zadatak 8. glasi:

8. Broj $\frac{\sqrt{28}}{3}$ zaokružen na tri decimale je:

A. 1.760

B. 1.763

C. 1.764

D. 1.770

## Zadaci kratkog odgovora

Težina zadataka kratkog odgovora kreće se između 0.04 i 0.83. Kod tih se zadataka primjećuje i značajan porast broja učenika koji ne daju odgovor na zadatak. Najlakši zadatak (0.83) je zadatak 23. (proporcionalnost – veza stopa i metara), a najteži je zadnji 28. zadatak.

Zadatak 28.1. ima težinu 0.04 uz riješenost po kvartilima 3.2% - 6.7% - 13.4% - 76.7%, a zadatak 28.2. ima težinu 0.08 uz riješenost po kvartilima 1.3% - 3.2% - 12.6% - 82.9%. Drugi dio zadatka je nešto bolje riješen od prvog, što je posljedica priznavanja točnih rješenja na tom dijelu zadatka iz netočnog međurezultata (rješenja zadatka 28.1.).

28. Posudica u kojoj se smrzava voda je takva da led ima oblik kvadra dimenzija 3.5 cm × 3 cm × 2 cm. Pri smrzavanju voda poveća obujam za 5%.

28.1. Koliko je vode potrebno za jedan takav oblik leda?

28.2. Koliko se takvih oblika leda može napraviti od 1 litre vode?

(Napomena: 1 litra = 1 $dm^3$)

Zadatak 21. je također jako diskriminativan (težina 0.36, riješenost po kvartilima 4.0% - 13.3% - 27.6% - 55.0%), a predstavlja rutinski zadatak.

21. Nacrtajte pravac zadan jednadžbom $2x+3y=6$ .

## Zadaci bez odgovora

Od zadataka višestrukog odgovora, najviše učenika (njih 493) nije odgovorilo na zadatak 13.

Zadatak 13 je zadatak koji nosi dva boda i njegova je težina 0.43.

13. Cijena $c$ iznajmljivanja bungalova na $n$ tjedana dana je formulom $c=i\cdot n+d$, gdje je $i$ iznos iznajmljivanja na tjedan, a $d$ sigurnosni depozit. Martina je za 3 tjedna platila 2092 kn, a Maja za 5 tjedana 3412 kn. Koliki je sigurnosni depozit?

A. 639.80 kn

B. 308.70 kn

C. 224 kn

D. 112 kn

Kod zadataka kratkog i produženog odgovora, broj učenika koji nisu odgovorili na pojedini zadatak varira između 1 136 i 10 103. Najviše odgovoreni zadatak (bez odgovora je 1 136 učenika) je zadatak 25.1. (linearna jednadžba, težina 0.75).

U Tablici 11 navedeni su zadaci na koje veliki broj učenika nije odgovorio (zadatak 28. je opisan naprijed u tekstu).

| Zadatak | 28.2. | 28.1. | 26.2. | 24. |
|---|---|---|---|---|
| **Broj učenika bez odgovora** | 10 103 (42%) | 7 288 (30%) | 7 185 (30%) | 7 028 (29%) |

*Tablica 11.*

## Usporedba nekoliko „paralelnih“ zadataka više i osnovne razine

Neki se (isti ili slični) obrazovni ishodi ispituju i na testu više i osnovne razine, iako ne posve istim zadacima. Ti «paralelni" zadaci koje ćemo komentirati odnose se na sljedeće obrazovne ishode:

- riješiti sustav linearnih jednadžbi,
- riješiti kvadratnu nejednadžbu/ linearnu nejednadžbu,
- zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti algebarske razlomke,
- prikazati funkcije grafički/nacrtati pravac.

U zadatku 22.2. više razine i zadatku 18. osnovne razine trebalo je riješiti sustav linearnih jednadžbi. Na višoj je razini zadatak sadržavao i simbol $a$. Težina zadatka na višoj razini bila je 0.71, iz čega možemo zaključiti da simbol $a$ nije uzrokovao ozbiljnije poteškoće učenicima više razine. Riješenost zadatka po kvartilima je 14.7% - 24.5% - 29.6% - 31.2%, što pokazuje da zadatak nije posebno diskriminativan. To je i za očekivati za zadatak koji ispituje jednostavne rutine. Na osnovnoj razini težina zadatka 18. je bitno slabijih 0.52 uz riješenost po kvartilima 5.2% - 19.4% - 30.3% - 45.2%.

U zadatku 22.1. više razine trebalo je riješiti kvadratnu nejednadžbu. Iako je rutinski, zadatak je težine 0.51, a njegova riješenost po kvartilima je sljedeća 5% - 19% - 34% - 42%. Kao takav, vrlo dobro razlikuje bolje od slabije učenike. Na osnovnoj razini, umjesto zadatka s kvadratnom nejednadžbom bio je zadatak s linearnom nejednadžbom. To je zadatak 25.2. Njegova je težina 0.26, a riješenost po kvartilima 3.8% - 13.5% - 26% - 57%. I taj zadatak vrlo dobro razlikuje bolje od slabije učenike. Očito i rutinski zadaci s nejednadžbama predstavljaju učenicima ozbiljne poteškoće.

U zadatku 13. više razine i zadatku 14. osnovne razine (vidi taj zadatak naprijed u tekstu) trebalo je provesti operacije s algebarskom razlomcima i srediti dobiveni izraz. Oba su zadatka bili zadaci višestrukog izbora. Zadatak 13. više razine ima težinu 0.54 i riješenost po kvartilima 10.7% - 21.3% - 29.7% - 38.3%. Zadatak 14. osnovne razine ima težinu 0.31 i riješenost po kvartilima 7.3% - 12.8% - 24.7% - 55.3%. Iako su učenici osnovne razine rješavali jednostavniji zadatak, indikativna je razlika postignuća kod učenika različitih razina.

13. Izraz $\left(\frac{1+a^{-1}+a^{-2}+a^{-3}}{a}-\frac{1}{a-1}\right):\frac{a}{1-a^{3}}$, za $a\neq 0, 1$, jednak je:

A. $\frac{a^2+a+1}{a^5}$

B. $\frac{a^2-a+1}{a^5}$

C. $\frac{a^5}{a^2+a+1}$

D. $\frac{a^5}{a^2-a+1}$

Konačno, u zadatku 29.5. više razine i zadatku 21. osnovne razine ispituju se crtanje grafa funkcije. Zadatak više razine je znatno kompleksniji od zadatka osnovne razine koji zapravo ispituje crtanje pravca (bez spominjanja linearne funkcije). Ipak, valja primijetiti da su učenicima i više i osnovne razine, ti zadaci predstavljali ozbiljne poteškoće.

## Zaključak

Školske godine 2009./2010. u Republici Hrvatskoj po prvi je put provedena državna matura. Time je postavljen zajednički izlazni standard u matematici za učenike gimnazija i strukovnih škola, i to kao viša razina matematike, za učenike koji u svojem daljnjem obrazovanju pokazuju veću potrebu za matematikom, odnosno kao osnovna razina za ostale učenike. Dobiveni rezultati pokazuju da je taj standard u ovom trenutku postavljen realno. Njegovim postavljanjem moguće je pratiti i analizirati ishode učenja u matematici, kao i definirati ciljeve kojima treba težiti. Utvrđivanju ciljeva znatno bi trebao pridonijeti i nedavno donesen Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje. Nada je autorice članka da ćemo njegovom implementacijom, u suglasju s rezultatima vanjskog vrednovanja, jasnije definirati ciljeve kojima treba težiti.