

# Opus profesora Zdravka Kurnika

SANJA VAROŠANEC<sup>1</sup>

*„Ljudi odlaze, ali njihova djela ostaju.”*

Augustin L. Cauchy

Protekla je godina dana od odlaska jednoga od najznačajnijih metodičara naših prostora, profesora Zdravka Kurnika (2. 2. 1937. - 25. 7. 2010.). Od 1963. pa do umirovljenja 2002. godine radio je u Geometrijskom zavodu na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu (detalji o životu prof. Kurnika dani su u članku *S. Varošaneć, V. Volenec, In memoriam prof. dr. sc. Zdravko Kurnik, Glasnik matematički 45(65), Prilozi, 2010.*). Iako kao znanstvenik usmjeren prema području neeuclidске geometrije, višedimenzionalne euklidске i diferencijalne geometrije, kao član Katedre za metodiku nastave matematike i računarstva usko je surađivao s institucijama i udrugama povezanim s obrazovanjem. Dugogodišnji rad na problemima vezanim uz nastavu matematike rezultirao je s preko stotinu radova. U ovome radu dat ćemo presjek njegovog metodičkog opusa. Prof. Z. Kurnik autor je 10 znanstvenih radova iz već spomenutih područja geometrije, 14 knjiga, te preko 100 stručnih radova. Među njima se ističe nekoliko skupina radova: radovi o poznatim matematičarima, radovi o znanstvenom aspektu nastave matematike, radovi koji opisuju neku od metoda rješavanja matematičkih problema, metodičke radionice, te radovi o metodama i oblicima nastave matematike.

## Radovi o poznatim matematičarima

Matematika nije gotova, završena tvorevina, to je dinamična znanstvena disciplina koja danas proživljava eksploziju ideja i rezultata. U povijesti matematike postoje matematičari čiji su radovi uzrokovali pojave novih matematičkih disciplina i/ili razvoj postojećih u novome smjeru. Za neke od tih matematičara čuli su i učenici kroz nazive matematičkih objekata, teorema i teorija (kartezijev koordinatni sustav, euklidiska geometrija, geometrija Lobačevskog, Pappus-Boškovićeva definicija konika, Gaussova ravnina, Dirichletovo načelo itd). Kada je nastao kartezijev koordinatni sustav i zašto se tako naziva, što je Dirichletovo načelo i kakve ima veze s kavezima i zečevima, tko je bio Fermat čiji je Veliki teorem izazvao zanimanje i nematematičara?

<sup>1</sup>Sanja Varošaneć, PMF – Matematički odsjek Sveučilišta u Zagrebu

Ovakva se pitanja prirodno javljaju tijekom nastave matematike. Da bi nastavnicima pružio što bolji uvid u život i ostvarenja nekih matematičara, Z. Kurnik je o njima napisao niz članaka objavljenih u Matematičko-fizičkom listu, Poučku, Matki i pojedinim knjigama. Obično su ti članci bili vezani uz neku važnu godišnjicu dotičnog matematičara. Tako su članci o D’Alambertovom i Eulerovom stvaralaštvu objavljeni uz obilježavanje 200. godišnjice smrti, o Descartesu uz 400. godišnjicu rođenja, o Lobačevskom uz 200. godišnjicu rođenja itd.

## Primjena znanstvenih metoda u nastavi matematike

Glavni cilj kojemu je prof. Kurnik težio dugi niz godina jest sustavno opisivanje položaja i uloge znanstvenih metoda zaključivanja i istraživanja u nastavi matematike. Naime, iako se nastava matematike pretežno ostvaruje u stručnim okvirima, ona je usko povezana s matematikom kao znanosti. Uspješan nastavnik u svome poučavanju primjenjuje načelo znanstvenosti uz osnovne znanstvene metode zaključivanja i istraživanja kao što su analiza, sinteza, analogija, dedukcija, generalizacija, indukcija, konkretizacija, sinteza i specijalizacija. Drugim riječima, pri obradi školskih matematičkih sadržaja koji su nastavniku dobro poznati, ali učeniku nepoznati, nastavnik pobuđuje kod učenika iste one procese koji se odvijaju kod matematičaraznanstvenika. Prof. Kurnik je o ovim metodama promišljao godinama i ugrađivao ih u fakultetsko obrazovanje budućih nastavnika matematike. Niz od dvadeset članaka o znanstvenim metodama počeo je 1983. godine člankom objavljenim u metodičkom časopisu *Matematika* pod naslovom *Analiza i sinteza*, a kulminirao je 2009. izdavanjem monografije *Znanstveni okviri nastave matematike*.

## Oblici i metode rada

Nisu samo metode zaključivanja i istraživanja bile predmetom njegova proučavanja. Tijekom 10 godina izlaženja časopisa *Matematika i škola*, u svakom broju u rubrici *Iz rječnika metodike Z.* Kurnik je opisivao različita načela, oblike i metode nastave koji se često pojavljuju u nastavi matematike – od načela primjerenosti do načela historičnosti, od metode predavanja, preko heurističke metode do problemske i istraživačke nastave. Opisivao je metodu u njezinoj općenitosti, a potom ukazivao na to kako se i u kojem trenutku nastave može primijeniti tako da poluči najbolje rezultate.

## Metodičke radionice

Više nego ikad postoji potreba za cjeloživotnim obrazovanjem, i to ne samo u matematici nego i u ostalim ljudskim djelatnostima. Jedan od tradicionalnoga, uvriježenoga oblika usavršavanja nastavnika matematike su seminari za učitelje i profesore matematike koje organiziraju različite institucije i udruge kao što je Agencija za odgoj i obrazovanje, Hrvatsko matematičko društvo, matematičke udruge u pojedinim

dijelovima Hrvatske, stručni aktivni na svim razinama i dr. Tom se obliku usavršavanja obično zamjera pretežitost uporabe predavačke metode, upravo one koju u nastavi tako žarko želimo zamijeniti nekom od suvremenijih metoda koje učenika potiču na aktivno sudjelovanje u radu. Prije desetak godina, na poticaj prof. Kurnika, krenulo se s još jednim, drugačijim oblikom rada na susretima nastavnika – s metodičkim radionicama. Kao što je za učenika najbolji oblik nastave kombinacija skupnog i individualnog rada, taj se princip primijenio i u radu s nastavnicima matematike. Budući da su u zbornicima seminara metodičke radionice obično opisane vrlo šturo, Z. Kurnik je u knjigama *Nejednakosti, Zadatci s više načina rješavanja, Diofantske jednadžbe i 13 metodičkih radionica* dao materijal pomoću kojega se može uspješno organizirati metodička radionica.

## Posebne metode rješavanja matematičkih problema

Dugogodišnji rad u državnom povjerenstvu za matematička natjecanja, čiji je predsjednik bio niz godina, potaknuo je prof. Kurnika da široj matematičkoj zajednici podastre različite metode rješavanja matematičkih problema koji se javljaju u radu s naprednim učenicima. Naime, redovna nastava matematike osigurava stjecanje nekih uobičajenih algoritama i metoda koje se mogu primijeniti pri rješavanju matematičkih problema. Najistaknutija među njima je Descartesova metoda, tj. rješavanje matematičkog problema svodenjem na sustav jednadžbi. Međutim, kako će mlađi učenici riješiti takav problem ukoliko još nisu sazreli za usvajanje ove metode? Tada na scenu stupaju različite, specifične metode koje su primjerene mlađem uzrastu učenika, kao što je metoda uzastopnog prebrojavanja, metoda supstitucije, metoda rješavanja unatrag i sl. Osim toga, na natjecanjima su se pojavljivale teme koje nisu sastavni dio nastavnog programa redovne nastave, kao što su diofantske jednadžbe, Dirichletovo načelo, logički zadatci itd. I o ovom sadržaju Z. Kurnik je pisao u različitim formama i časopisima, nudeći nastavnicima matematike obilje materijala koje mogu koristiti u radu s naprednim učenicima.

U nastavku teksta slijedi popis radova, a iz njihovih naslova lako je očitati kojoj skupini pripadaju.

## Znanstveni radovi

1. *Analogon einer Verallgemeinerung des Pythagoreischen Satzes in nichteuklidischen Räumen*, Glasnik Matematički 2 (22) (1967), 83-89.
2. *Einige Betrachtungen über das Sehnenviereck in der hyperbolischen Geometrie*, Glasnik Matematički 2 (22) (1967), 91-97.
3. *Die Verallgemeinerungen des Ptolemäischen Satzes und einiger seiner Analoga in der euklidischen und den nichteuklidischen Geometrien*, Glasnik Matematički 2 (22) (1967), 213-243. (koautor: V. Volenec)

4. *Neue Verallgemeinerungen der Ptolemäischen Relationen in der euklidischen und den nichteuklidischen Geometrien*, Glasnik Matematički 3 (23) (1968), 77-86. (koautor: V. Volenec)
5. *Die Summe der Projektionen eines Vektors auf die Seiten des regulären Simplex im euklidischen Raum*, Glasnik Matematički 3 (23) (1968), 87-94.
6. *Die Summe der Projektionen eines Vektors und die regulären Polytope*, Glasnik Matematički 5 (25) (1970), 129-139.
7. *Über die begleitenden Dreibeine der Raumkurve*, Glasnik Matematički 6 (26) (1971), 129-142. (koautor: V. Volenec)
8. *Einige analytische Formeln des Raumes  $E^n$* , Glasnik Matematički 7 (27) (1972), 255-268. (koautor: V. Volenec)
9. *Zwei Grenzwerte für ebene Kurven*, Glasnik Matematički 8 (28) (1973), 113-119.
10. *Eine Verallgemeinerung des Satzes von N. Abramescu für Kurven der isotropen Ebene*, *Berichte der Math.- Statist. Sektion*, Forschungszentrum Graz, Nr 241 (1985), 1-6.

## Knjige

11. *Zadaci iz nacrtne geometrije. Mongeova projekcija*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1973. (koautori: D. Palman, B. Pavković)
12. *Matematika 2, udžbenik za 2. razred srednjih škola*, Školska knjiga, Zagreb, 11 izdanja od 1974. do 1984. (koautor: V. Volenec)
13. *Matematika 2, zbirka zadataka za 2. razred srednjih škola*, Školska knjiga, Zagreb, 11 izdanja od 1974. do 1984. (koautor: V. Volenec)
14. *Natječemo se u znanju matematike 2*, Školska knjiga, Zagreb, 1978. (koautor: Š. Kurnik)
15. *Matematička natjecanja srednjoškolaca u SFRJ u 1988. godini*, DMM Pitagora, Beli Manastir, 1988. (koautor: L. Čeliković)
16. *Algebarska metoda rješavanja konstruktivnih zadaća*, DMM Pitagora, Beli Manastir, 1990.
17. *Zadatci s više načina rješavanja*, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, 2004.
18. *Nejednakosti*, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, 2004.
19. *Diofantske jednadžbe*, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, 2007.
20. *13 metodičkih radionica*, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, 2007.
21. *Matematička natjecanja u Republici Hrvatskoj 1992.- 2006*, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, 2007.
22. *Zabavna matematika*, Element, Zagreb, 2009.
23. *Znanstveni okviri nastave matematike*, Element, Zagreb, 2009.
24. *Posebne metode rješavanja matematičkih problema*, Element, Zagreb, 2010.

## Stručni radovi

25. *Geometrijske aproksimacije*, Matematičko-fizički list, 1 (1965/66), 1-7.
26. *Vektori u geometriji*, Matematičko-fizički list, 1 (1966/67), 8-15.
27. *Život i djelo Leonharda Eulera (1707.-1783.)*, Matematičko-fizički list 1 (1983/84), 1-6.
28. *Iz D'Alembertovog stvaralaštva*, Matematičko-fizički list 2 (1983/84), 44-50.
29. *Jean Le Rond d'Alembert (1717.-1783.)*, Matematika 3 (1983), 75-80.
30. *Analiza i sinteza u nastavi matematike*, Matematika 4 (1983), 13-27.
31. *Kako se dokazuju algebarske nejednakosti*, Bilten 2, Regionalni seminar iz matematike za nastavnike osnovnih i srednjih škola Slavonije i Baranje, Zvečevo 1990.
32. *Neke posebne metode rješavanja matematičkih problema*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 1, (1991), 3-9.
33. *Geometrijske konstrukcije I*, Zbornik 1. susreta nastavnika matematike Republike Hrvatske, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (1992), 3-6.
34. *Nikolaj Ivanovič Lobačevski (1792.-1856.) i otkriće neeuklidske geometrije*, MFL 2 (1992/93), 57-65.
35. *Dirichletov princip*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 2, Hrvatsko matematičko društvo i Element, Zagreb, (1993), 9-16.
38. *Renè Descartes (1596.-1650.)*, Matka 18 (1996), 73-78.
36. *Visine tetraedra*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 5, Hrvatsko matematičko društvo i Element, Zagreb, (1996), 80-85.
37. *Renè Descartes (1596.-1650.) i njegovo djelo*, Matematičko-fizički list 2 (1996/97), 73-78.
39. *Eulerove sfere ortocentričkog tetraedra*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 7, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (1998), 92-98.
40. *Descartesova metoda - problemi i jednadžbe*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 8, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (1999), 53-55.
41. *Descartesova metoda - problemi i jednadžbe*, Matematika i škola 1 (1999), 10-17.
42. *Posebne metode rješavanja matematičkih problema*, Zbornik radova stručno-metodičkog skupa, HMD-Podružnica Istra, Rovinj, (1999), 77-91.
43. *Analiza*, Matematika i škola 2 (1999), 54-64.
44. *Analogija*, Matematika i škola 3 (2000), 101-109.
45. *Generalizacija*, Matematika i škola 4 (2000), 147-154.
46. *Logički zadaci*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 9, HMD, Zagreb, (2000), 60-73.
47. *Indukcija*, Matematika i škola, 5 (2000), 197-203.

48. *Suvremena metodika i nastava matematike*, Zbornik radova 1. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2000), 187-201.
49. *Apstrakcija*, Matematika i škola 6 (2000), 11-15.
50. *Renèe Descartes*, Matematika i škola 6 (2000), 26-29.
51. *Matematički zadatak*, Matematika i škola 7 (2000), 51-58.
52. *Poučak ili teorem*, Matematika i škola 8 (2001), 101-105.
53. *175 godina od otkrića neeuklidske geometrije*, Matematika i škola 8 (2001), 129-132.
54. *Dokaz*, Matematika i škola 9 (2001), 149-155.
55. *Metode rješavanja diofantskih jednadžbi*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 10, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2001), 58-67.
56. *Matematičke sposobnosti*, Matematika i škola 10 (2001), 195-199.
57. *Matematički pojam*, Matematika i škola 11 (2001), 8-16.
58. *Matematički pojam*, Zbornik radova stručno-metodičkog skupa, HMD-Podružnica Istra, Rovinj, (2001), 38-52.
59. *Metodika uvođenja novih pojmova*, Matematika i škola 12 (2001), 55-59.
60. *Načelo znanstvenosti*, Matematika i škola 13 (2002), 102-106.
61. *Načelo problemnosti*, Matematika i škola 14 (2002), 148-152.
62. *Pierre de Fermat (1601.-1665.)*, Poučak 8 (2001), 68-80.
63. *Problemska nastava*, Matematika i škola 15 (2002), 196-202.
64. *Metodičke radionice*, Zbornik radova 6. susreta nastavnika matematike Republike Hrvatske, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2002), 235-256.
65. *Geometrijske konstrukcije*, Poučak 9 (2002), 34-41.
66. *Metodička radionica*, Matematika i škola 16 (2002), 4-11.
67. *Metodički standardi za nastavu matematike*, Poučak 11 (2002), 42-50.
68. *Historicizam*, Matematika i škola 17 (2002), 52-58.
69. *Primjer*, Matematika i škola 18 (2003), 100-105.
70. *Metoda uzastopnih približavanja*, Matematika i škola 19 (2003), 148-154.
71. *Osnovne konstrukcije (Obrada u programu The geometer's sketchpad - geometrijska radionica)*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 12, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2003), 49-69. (koautori: P. Mladinić, R. Svedrec)
72. *Metoda supstitucije*, Matematika i škola 20 (2003), 196-202.
73. *Motivacija*, Poučak 14 (2003), 33-48.
74. *Metoda razlikovanja slučajeva*, Matematika i škola 21 (2003), 4-10.
75. *Kreativnost*, Zbornik radova Trećeg stručno-metodičkog skupa, IGSA i HMD-Podružnica Istra, Pula (2003), 193-208.
76. *Grupni rad*, Matematika i škola 22 (2003), 52-57.

77. *Metoda neodređenih koeficijenata*, Matematika i škola 23 (2004), 99-106.
78. *Metoda rekurzije*, Matematika i škola 24 (2004), 148-155.
79. Z. Kurnik, P. Mladinić, R. Svedrec, *Osnovne konstrukcije (Obrada u programu The geometer's sketchpad - geometrijska radionica)*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 13, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2004), 65-85.
80. *Individualizacija*, Matematika i škola 25 (2004), 196-201.
81. *Znanje, neznanje, uzroci i mjere*, Zbornik radova 2. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2004), 209-222.
82. *Znanja*, Matematika i škola 26 (2004), 4-7.
83. *Specijalizacija*, Matematika i škola 27 (2004), 52-58.
84. *Pierre Gustave Lejeune Dirichlet i njegov princip*, Matematika i škola 28 (2005), 107-111.
85. *Motivacija - vrste i primjeri*, Zbornik radova četvrtog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi, IGSA, Pula, (2005), 169-192.
86. *Dirichletov princip*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 14, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2005), 45-53.
87. *Osnovne konstrukcije i osnovna primjena*, Matematika i škola 29 (2005), 148-152.
88. *Konstruktivne metode*, Matematika i škola 30 (2005), 195-201.
89. *Motivacija*, Matematika i škola 31 (2005), 4-10.
90. *Kralj matematičara*, Školske novine 41-42 (2005), 8.
91. *Matematička križaljka*, Matematika i škola 32 (2005), 51-56.
92. *Metodika - provjeravanje i ocjenjivanje znanja*, Poučak 21 (2005)
93. *Jezik u nastavi matematike*, Matematika i škola 33 (2006), 99-105.
94. *Heuristička nastava*, Matematika i škola 34 (2006), 148-153.
95. *Zadaci s više načina rješavanja*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 15, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2006), 47-55.
96. *Metoda rada s tekstom*, Matematika i škola 35 (2006), 196-200.
97. *HNOS i metodika*, Zbornik radova 8. susreta nastavnika matematike Republike Hrvatske, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2006), 251-262.
98. *Metoda predavanja*, Matematika i škola 36 (2006), 5-9.
99. *Heuristički razgovor*, Matematika i škola 37 (2006), 52-56.
100. *Matematička natjecanja u Republici Hrvatskoj*, Poučak 28 (2006),
101. *Nastavni sat matematike*, Matematika i škola 38 (2007), 99-104.
102. *Konkretizacija*, Matematika i škola 39 (2007), 148-154.
103. *Provjeravanje znanja*, Matematika i škola 40 (2007), 196-201.

104. *Znanstveni okviri nastave matematike*, Zbornik skupa International Scientific Colloquium Mathematics and Children u Osijeku, (2007), 28-36.
105. *Nastava geometrije u osnovnoj školi i zorna sredstva*, Zbornik radova Petog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike, HMD-Podružnica Istra, Pula, (2007), 213-225.
106. *Diofantske jednadžbe*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 16, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2007), 56-70.
107. *Ocjenjivanje*, Matematika i škola 41 (2008), 4-8.
108. *Algebarske metode rješavanja konstruktivnih zadataka*, Matematika i škola 42 (2008), 51-56.
109. *Metoda koordinata*, Matematika i škola 43 (2008), 100-104.
110. *Metodička strana natjecanja*, Matematika i škola 44 (2008), 148-151.
111. *Zabavna matematika*, Matematika i škola 45 (2008), 196-202.
112. *Znanstvenost u nastavi matematike*, Metodika IX (2008), 419-430.
113. *Nastavni sat*, Poučak, 34 (2008), 45-51.
114. *Natječemo se već 50 godina*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike-mentore 17, Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb, (2008), 85-97.
115. *Amusing mathematics in the teaching of mathematics*, Zbornik skupa The Second International Scientific Colloquium Mathematics and Children (Learning Outcomes) u Osijeku, (2009), 87-90.
116. *Kosa projekcija*, Matematika i škola 46 (2008), 4-9.
117. *Istraživačka nastava*, Matematika i škola 47 (2008), 52-59.
118. *Načelo primjerenosti*, Matematika i škola 48 (2009), 100-105.
119. *Formule*, Matematika i škola 49 (2009), 148-151.
120. *Priprema nastavnika i učenika za matematička natjecanja*, Matematika i škola 50 (2009), 195-199.
121. *Psihologija nastavnog sata matematike. Ocjenjivanje*, Zbornik radova šestog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike, HMD-Podružnica Istra, Pula, (2009), 45-54.
122. *Dedukcija*, Matematika i škola 51 (2009), 5-11.
123. *Načelo trajnosti znanja*, Matematika i škola 52 (2010), 52-56.
124. *Diferencirana nastava, homogene grupe*, Matematika i škola 53 (2010), 100-105.
125. *Načelo interesa*, Matematika i škola 54 (2009), 148-152.
126. *Terminološki problemi u nastavi matematike*, Matematika i škola 55 (2010), 195-199.