

Kružnica, prozor i Sketchpad (3)

NIKOL RADOVIĆ¹, RENATA SVEDREC², TANJA SOUCIE³, IVANA KOKIĆ⁴

Primjer 9.

Nacrtajmo prozor s jedne građevine iz Yorka, država Maine (SAD), slika 51.



Slika 51.

Prozor se sastoji od dva dijela, klasičnog u obliku dva pravokutnika podijeljena na pravokutnu mrežu, i dijela koji se sastoji od lukova.

- Nacrtajmo/konstruirajmo pravokutnik $ABCD$. Stranicu pravokutnika \overline{CD} podijelimo na 8 dijelova ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ i C_7).
- Podijelimo pravokutnik $ABCD$ na dva manja pravokutnika koja ćemo podijeliti na pravokutnu mrežu (primjerice 7×4)
- Nacrtajmo kružnice $k_1(C, |CD|)$ i $k_2(D, |CD|)$. One se sijeku u dvije točke, E_1 i E_2 . Točkama E_1 i D na kružnici $k_1(C, |CD|)$ konstruiramo luk, odnosno točkama E_1 i C na kružnici $k_2(D, |CD|)$. Taj luk ćemo zvati glavnim lukom.

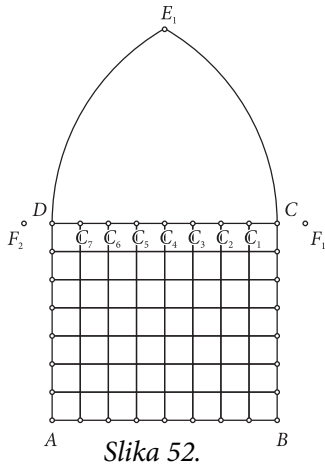
¹Nikol Radović, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

²Renata Svedrec, OŠ Otok, Zagreb

³Tanja Soucie, OŠ Gustava Krkleca, Zagreb

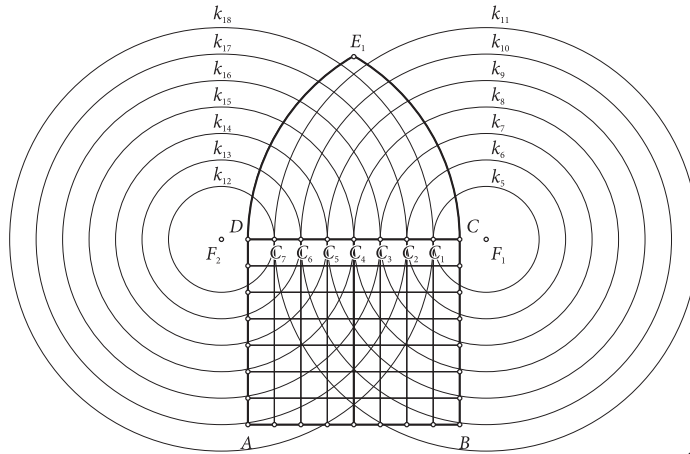
⁴Ivana Kokić, OŠ Trnsko, Zagreb

- Točki C_1 konstruirajmo dijametralno suprotnu točku F_1 na kružnici $k_3(C, |CC_1|)$; odnosno točki C_7 dijametralno suprotnu točku F_2 na kružnici $k_4(D, |DC_7|)$. Može li se dijametralno suprotna točka konstruirati na jedan ili više načina? Objasni.
- „Izbrišimo” kružnice k_1, k_2, k_3 i k_4 , slika 52.



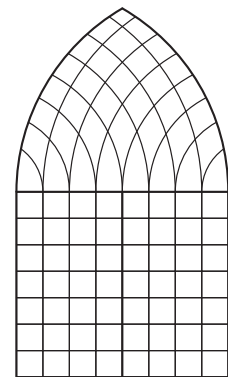
Slika 52.

- Sada još treba nacrtati lukove unutar glavnog luka. Prvo nacrtamo koncentrične kružnice $k_5(F_1, |F_1C_1|)$; $k_6(F_1, |F_1C_2|)$, ... , $k_{11}(F_1, |F_1C_7|)$ odnosno $k_{12}(F_2, |F_2C_7|)$, $k_{13}(F_2, |F_2C_6|)$, ... , $k_{18}(F_2, |F_2C_1|)$, slika 53.



Slika 53.

- Svaka od kružnica iz prethodnog koraka siječe glavni luk. Konstruirajmo lukove, i to točkom presjeka i točkom C_1 za kružnicu k_5 , odnosno točkom presjeka i točkom C_2 za kružnicu k_6 , ... Na kraju „izbrišemo” kružnice, točke i oznake, i evo prozora na slici 54.

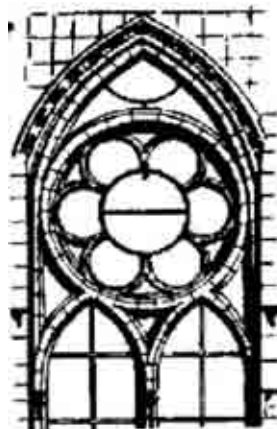


Slika 54.

Na slici 55. je *Katedrala u Reimsu* (Francuska), klasičan primjer građevine gotičkog stila. Prozori se sastoje od lukova ukrašenih rozetama koje su nadopunjene šesterolistima... Kako bismo nacrtali/konstruirali neki od prozora, morat ćemo primijeniti sve ono što smo do sada naučili.



Slika 55.

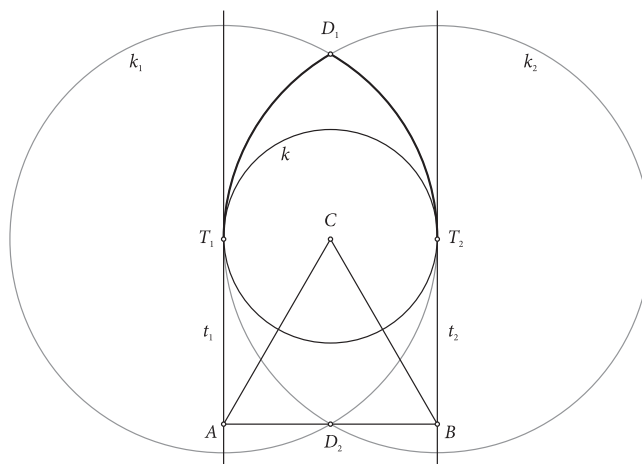


Slika 56.

Primjer 10.

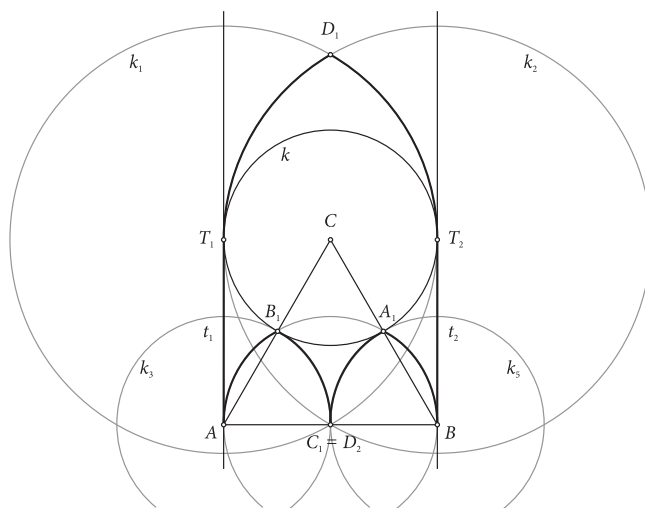
Nacrtajmo/konstruirajmo prozor sa slike 56., jedan od karakterističnih prozora *Katedrale u Reimsu*.

- Nacrtajmo jednakostranični trokut ABC , duljine stranice $2r$, te kružnicu $k(C, r)$.
- Točkama A i B nacrtajmo okomice t_1 i t_2 na dužinu \overline{AB} . Pravci su t_1 i t_2 tangente kružnice $k(C, r)$ u točkama T_1 i T_2 .
- Neka su točke T_1 i T_2 središta kružnica $k_1(T_1, 2r)$ i $k_2(T_2, 2r)$. Kružnice se sijeku u točkama D_1 i D_2 . Točkama D_1 i T_1 na kružnici k_1 , odnosno točkama T_2 i D_1 na kružnici k_2 , konstruiramo lukove, slika 57.



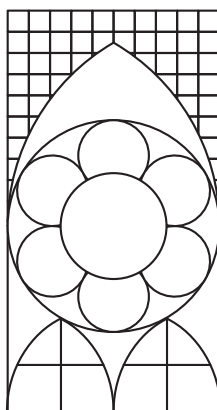
Slika 57.

- Konstruirajmo polovišta stranica trokuta ABC , tj. točke C_1 , A_1 i B_1 . Jesmo li trebali konstruirati točku C_1 ? Objasni.
- Nacrtajmo kružnice $k_3(A, r)$; $k_4(C_1, r)$ i $k_5(B, r)$. Nacrtajmo presjeke tih kružnica, zatim konstruirajmo lukove tim točkama te dužine točkama A i T_1 , odnosno točkama B i T_2 , slika 58.



Slika 58.

- U kružnicu $k(C, r)$ treba upisati rozetu koja se sastoji od šesterolista (**Primjer 1.**), te dodati pravokutnik podijeljen na mrežu kvadratića.
- *Izbrisavši* točke, kružnice, pravce i sve oznake, nacrtali smo prozor na slici 59.



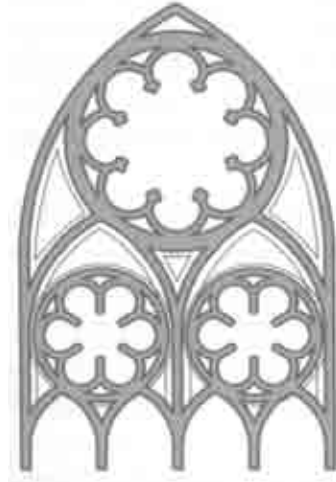
Slika 59.

Primjer 11.

Nacrtajmo prozor crkve u Hainu, slike 60. i 61.

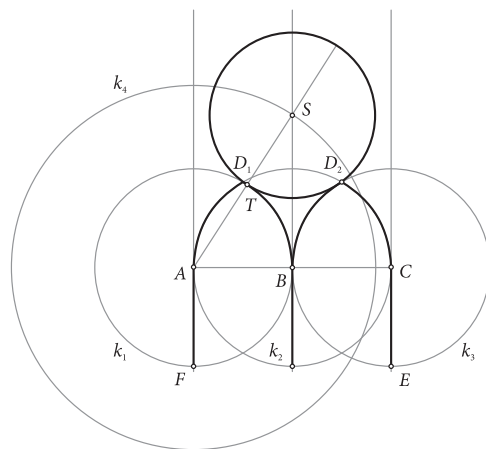


Slika 60.



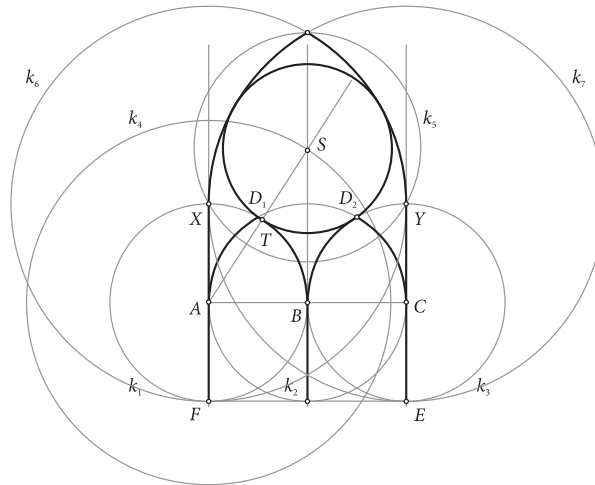
Slika 61.

- Usporedimo prozor na slici 61. sa slikom prozora iz **Primjera 10**. Postoji sličnost, zar ne?
- Nacrtajmo dužinu \overline{AC} duljine $2d$.
- Konstruirajmo polovište B nacrtane dužine.
- Točkama A, B, C nacrtajmo okomice na dužinu \overline{AC} .
- Nad dužinama \overline{AB} , odnosno \overline{BC} , nacrtajmo male glavne lukove kao u **Primjeru 10**. Pomoćnim kružnicama neka je definirana duljina stranice pravokutnika $ACEF$.
- Male lukove izvana dodiruje rozeta polumjera r . Neka je točka S središte te rozete. Odredit ćemo je kao presjek kružnice $k_4(A, d+r)$ i okomice točkom B na dužinu \overline{AC} .
- Polupravac AS siječe mali glavni luk na kružnici k_2 u točki T . To je točka u kojoj rozeta sa središtem u točki S dodiruje male glavne lukove, slika 62.



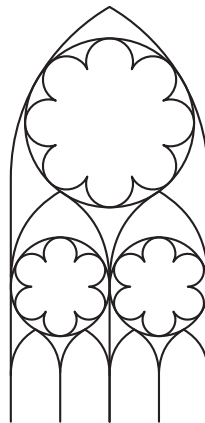
Slika 62.

- Kako bismo nacrtali glavni luk koji dodiruje nacrtanu rozetu izvana, nacrtajmo kružnicu $k_5(S, 2d - r)$. Ta kružnica siječe nacrtane okomice točkama A i C redom u točkama X i Y . Je li presjek kružnice i pravca samo jedna točka? Što bi bilo kada bismo odabrali drugu točku presjeka?
- Nacrtajmo kružnice $k_6(X, 2d)$ i $k_7(Y, 2d)$. Nacrtajmo glavni luk određen tim kružnicama, slika 63.



Slika 63.

- Nad dužinom \overline{EF} treba nacrtati male glavne lukove i ponoviti konstrukciju rozeta koje sada mali lukovi dodiruju izvana.
- Unutar rozeta nacrtamo osmerolist, odnosno šesterolist (**Primjer 1.**).
- „Brisanjem” kružnica, pravaca, polupravaca, točaka i oznaka nastat će prozor prikazan na slici 64.



Slika 64.

Zadatak 6.

Od 1320. do 1328. godine u Švicarskoj je, prema nacrtima koje je napravio arhitekt **Benno Artmann**, građen samostan Hauterive. Artmann je bio zaljubljenik u geometriju, posebice u podjelu kružnice koja je opisana u *IV. knjizi Euklidovih Elementata*. To je rezultiralo karakterističnim prozorima, slika 65., koje su neki nazvali *Odom Euklidu od kamena*.

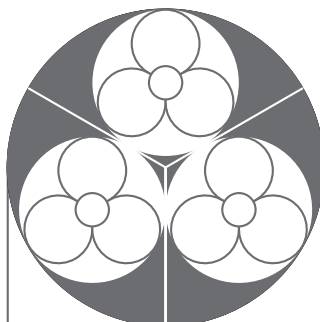


Slika 65.

Prozor I. podijeljen je na tri, II. na četiri, III. na pet, a IV. na šest sukladnih dijelova. Prozor V. sastoji se od pentagrama... Na svim tim prozorima objedinjene su dosadašnje konstrukcije koje smo crtali kroz Primjere.

- Nacrtaj jedan od prozora sa slike 65.
- Osmisli i nacrtaj svoj prozor prema svemu do sada naučenom.

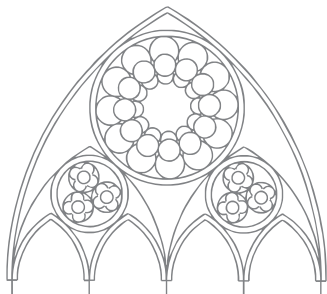
Na sljedećim su slikama učenički radovi.



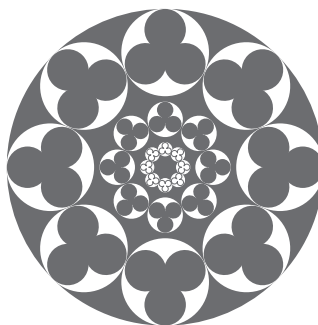
Slika 66.



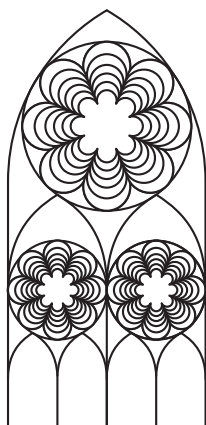
Slika 67.



Slika 68.



Slika 69.



Slika 70.

Literatura:

1. R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie, I. Kokić (2008.) *Tajni zadatak 007* – udžbenik sa zbirkom zadataka iz matematike za sedmi razred osnovne škole + CD, Školska knjiga, Zagreb.
2. M. Kurnik, B. Pavković, Ž. Zorić (2007.) *Matematika 1* (II. dio) udžbenik za 1. razred prirodoslovno-matematičkih gimnazija, Školska knjiga, Zagreb.
3. R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie, I. Kokić (2008.) *Tajni zadatak 007* – radna bilježnica iz matematike za sedmi razred osnovne škole, Školska knjiga, Zagreb.
4. Serra, M. (2008.), *Discovering Geometry – An Investigate Approach*, Key Curriculum Press.
5. Ghyjka, M. (1977.), *The Geometry of Art and Life*, New York, Dover.
6. Stewart, I. (1991.), *The Cloisters of Hauterive*, The Mathematical Intelligencer, Vol. 13, No. 2, Springer – Verlag, New York.
7. Polya, G. (2003.), *Matematičko otkriće*, HMD, Zagreb.

Internetske stranice

- <http://ahyco.ffri.hr/seminari2008/Slikarstvo/gotika.htm/> (10.11.2010.)