

IZ NASTAVNE PRAKSE

Zbrajanje i oduzimanje prirodnih brojeva u nižim razredima osnovne škole

TANJA SOUCIE¹

U nižim razredima osnovne škole učenici koriste različite strategije pri zbrajanju i oduzimanju prirodnih brojeva. U početku koriste didaktičke materijale ili svoje prste pri računanju, a kada steknu iskustvo s brojenjem, prelaze s direktnog modeliranja na strategije brojenja. Primjerice, pri zbrajanju objekata iz dvaju skupova više ne moraju prebrojiti objekte iz oba skupa, već počinju s brojem objekata iz prvog skupa te broje od toga broja. Nakon što nauče osnovne činjenice zbrajanja i oduzimanja, učenici to znanje primjenjuju na rješavanje problema. Do kraja četvrtog razreda učenici pisano zbrajaju i oduzimaju brojeve do milijun, primjenjujući naučene algoritme.

U nižim razredima nastavu treba usmjeriti na razvoj razumijevanja smislenih strategija zbrajanja i oduzimanja umjesto samo na memoriranje koraka algoritama zbrajanja i oduzimanja. Razvoj smislenih strategija treba se temeljiti na smislenom iskustvu, u kontekstu rješavanja problema, i na istraživanjima. Učenici trebaju imati priliku rješavati različite tipove zadataka, razvijati različite strategije računanja, proučavati odnos između zbrajanja i oduzimanja, razvijati metode procjene te modelirati zbrajanje i oduzimanje.













U nastavku slijedi nekoliko nastavnih aktivnosti za učenike prvih i drugih razreda.

Razvoj potrebnih predvještina

Prepoznavanje brojeva predstavljenim skupom objekata

Učitelj pokazuje karticu, a učenici moraju prepoznati broj na kartici. Neke kartice mogu sadržati skup objekata i broj, dok druge trebaju imati samo broj ili samo skup objekata.

¹Tanja Soucie, OŠ Gustava Krkleca, Zagreb

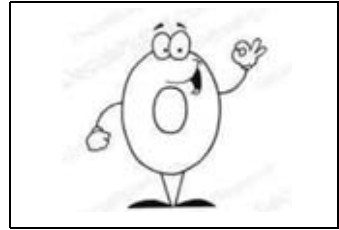
		
		
		
		
<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>
<p>4</p>	<p>5</p>	<p>6</p>

Slika 1. – 3. Primjeri kartica do broja šest

Igra memorije

S prikazanim karticama može se igrati i igra memorije, samo se dodaje kartica s *Crnom nulom*. Karticu na kojoj je broj treba spariti s karticom na kojoj je prikazan skup objekata koji odgovara tome broju.

Karte za igru memorije postavljaju se okrenute prema dolje tako da se ne vidi sadržaj karte. Prvi igrač okreće dvije karte. Ako je pronašao par, karte zadržava i okreće nove dvije. Ako nije pronašao par, karte vraća, nakon čega igra drugi igrač. Pobjednik je onaj koji pronađe više parova.



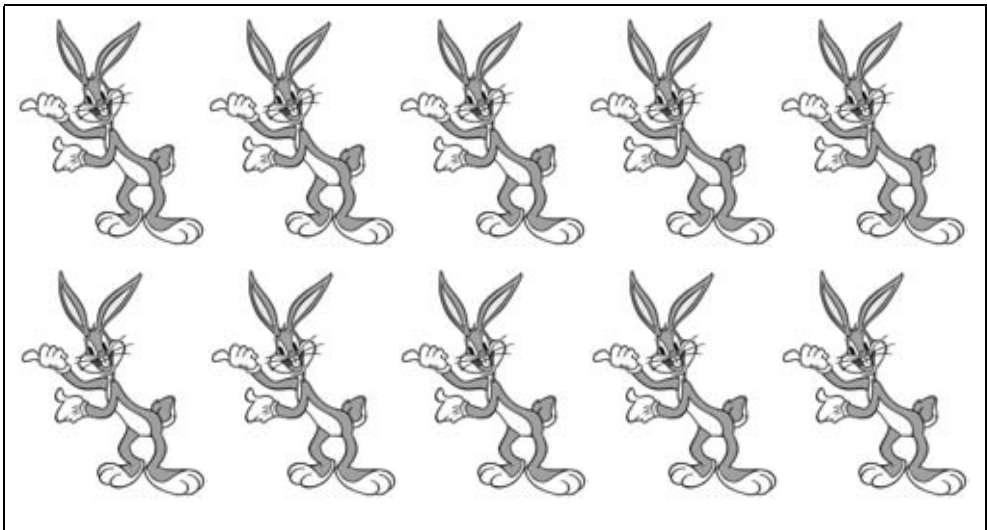
Slika 4. Kartica Crna nula

Crna nula

Igra se igra s istim karticama kao i igra memorije. U snopu karata svaka karta ima svoj par osim *Crne nule*. Sve se karte podijele igračima. Svaki igrač pronalazi parove koje ima i odlaže ih sa strane. Igrač koji je prvi na redu bez gledanja izvlači karticu od igrača od kojeg želi. Ako je spojio par, taj par odlaže sa strane i nastavlja igrati. Ukoliko nije složio par, na redu je sljedeći igrač (igra se u smjeru kazaljke na satu). Cilj igre je riješiti se svih karata. Igrač koji je ostao s *Crnom nulom* je izgubio.

Deset (1)

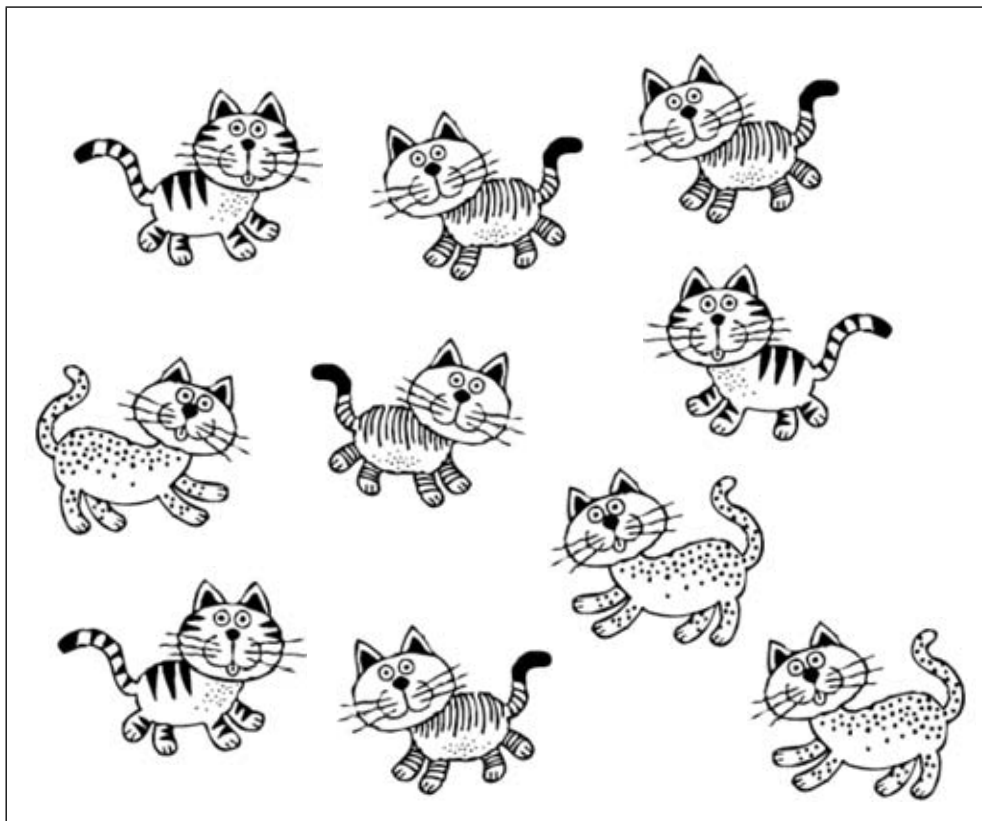
Učitelj prikaže sliku skupa objekata. Učenici zaokružuju skupine od deset i određuju broj desetica i jedinica te imenuju broj.



Slika 5. Primjer skupa objekata za aktivnost Deset (1)

Deset (2)

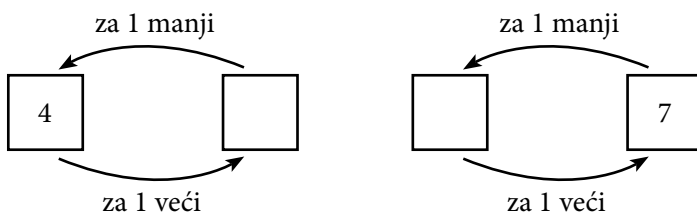
Učitelj prekrije šest mačaka i pita koliko mačaka treba dodati da se dobije 10. Postupak se ponavlja za neki drugi broj mačaka.



Slika 6. Primjer slike za aktivnost Deset (2)

Jedan veći, jedan manji

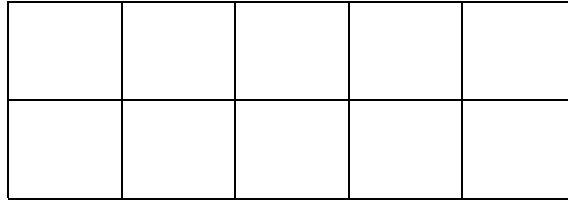
Učenici trebaju u pravokutnik upisati broj koji nedostaje.



Slika 7. Primjer zadatka za aktivnost Jedan veći, jedan manji

Zrnca graha

Učitelj pred učenike stavlja mrežu kao što je na slici, a zatim u kvadratiće slaže nekoliko zrnaca graha (u svaki kvadratić po jedno zrno).



Slika 8. Primjer prazne mreže



Slika 9. Primjer mreže sa zrnima graha

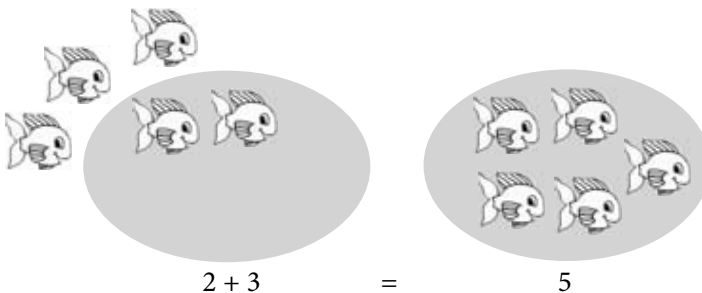
Iste se mreže i zrnca graha mogu dati učenicima da ih oni slože onako kako ih je složio učitelj. Učitelj zatim pita učenike koliko je zrnaca graha u mreži te koliko zrnca graha treba nadodati da bi ih bilo deset.

Početo zbrajanje i oduzimanje

Ribice

Svaki učenik dobiva list plavog papira i 10 krekerica u obliku ribica. Učitelj zadaje zadatke kao što su ovdje navedeni.

Dvije ribice plivale su u plićaku nekog jezera. Pridružile su im se još tri ribice. Koliko sada ribica pliva tim plićakom? Učenici situaciju modeliraju tako da stave dvije ribice u jezero (plavi papir), a zatim dodaju još tri ribice te prebrajaju koliko se ribica u konačnici nalazi u plićaku.



Slika 10. Modeliranje pomoću ribica

Tri ribice plivaju plićakom. Pridružile su im se još dvije. Koliko je sada ribica u plićaku? Učenici na prethodno opisani način modeliraju zadatak i pronalaze njegovo rješenje. Učenici će se vjerojatno iznenaditi da oba zadatka vode do istog rješenja. Dobro bi bilo prokomentirati sličnost između tih zadataka kako bi učenici dobili prvo iskustvo s komutativnosti zbrajanja.

U plićaku plivaju dvije ribice. Koliko ribica trebaš dodati da bi u plićaku plivalo šest ribica? Učenici u jezero stavljaju dvije ribice, a zatim nadodaju ribice sve dok ih ne bude šest. Zapisuju koliko su ribica trebali nadodati.

Plićakom je plivalo nekoliko ribica. Došle su još tri. Sada ih je sedam. Koliko je ribica plivalo plićakom u početku? Učenici stavljaju tri ribice u jezero, a zatim nadodaju ribice da bi ih bilo sedam. Učenici gledaju koliko su ribica morali nadodati kako bi odredili koliko je ribica bilo na početku.

Četiri su ribice plivale plićakom. Dvije su otišle istražiti nešto u travi pa su otplivale u dublji dio jezera. Koliko ribica sada pliva u plićaku? Učenici stavljaju četiri ribice u jezero, zatim uklanjaju dvije te prebrajaju koliko je riba preostalo.

Na sličan način rješavaju se i sljedeći zadaci.

Pet ribica pliva plićakom. Nekoliko ih je otplivalo pa su sada u jezeru dvije ribice. Koliko ih je otplivalo?

Nekoliko je ribica plivalo plićakom. Nakon nekog vremena otplivale su tri ribice. U jezeru sada pliva šest ribica. Koliko je ribica plivalo plićakom u početku?

Učenici mogu ispričati i svoju priču te je modelirati.

Neboderi (1)

Svaki učenik uzima nekoliko lego-kockica i izgrađuje toranj. Učenici u parovima uspoređuju visinu svojih tornjeva te određuju za koliko je jedan toranj viši od drugoga.

Nakon aktivnosti učitelj može zadati zadatke kao što su:

Ivan je izgradio neboder od 5 kockica, a Ana od 3. Za koliko je Ivanov neboder viši od Aninog?

Ivan je izgradio neboder od 6 kockica, a Ana od 9. Za koliko je Ivanov neboder niži od Aninog?

Ivan je izgradio neboder koji je za 3 kockice viši od Aninog. Anin neboder izgrađen je od 8 kockica. Kolika je visina Ivanovog nebodera?

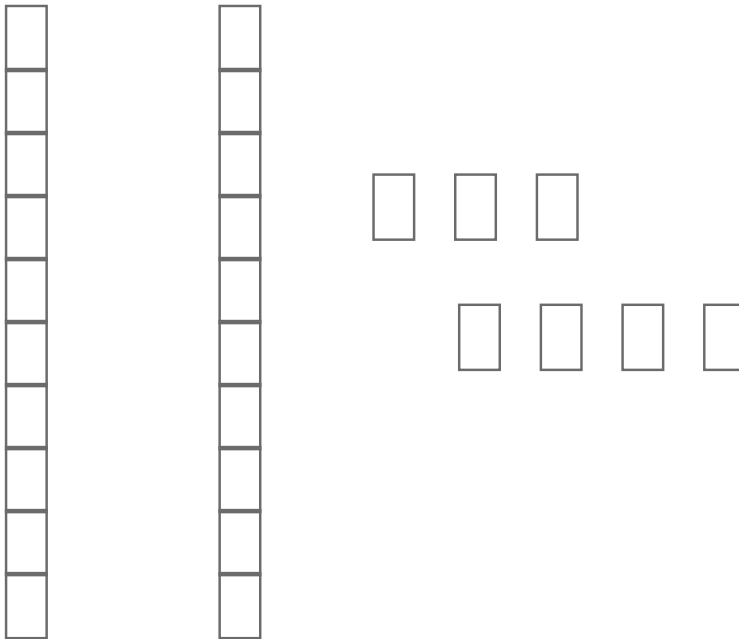
Ana je izgradila neboder koji je 2 kockice niži od Ivanovog. Anin neboder izgrađen je od 12 kockica. Kolika je visina Ivanovog nebodera?

Ivan je izgradio neboder koji je za 1 kockicu viši od Aninog. Ivanov neboder izgrađen je od 11 kockica. Kolika je visina Aninog nebodera?

Ana je izgradila neboder za 4 kockice niži od Ivanovog. Ivanov neboder izgrađen je od 7 kockica. Kolika je visina Aninog nebodera?

Neboderi (2)

Igra: Svaki par učenika ima igraću kockicu i lego-kocke. Kada je njegov red, učenik baca igraću kockicu i uzima onoliko lego-kockica koliko pokazuje broj na kockici. Kad učenik skupi 10 kockica, spaja ih u „neboder”. Cilj je igre prvi složiti tri nebodera.



Slika 11. Neboderi od lego-kockica i dodatne kocke

Dok učenici igraju, učitelj treba postavljati pitanja:

Ako imam 8 kockica, koliko mi ih još treba da imam 10?

Ako imam 5 kockica, koliko mi ih još treba da imam 10?

Na kraju igre učenici trebaju napisati sve parove brojeva koji zbrojeni daju 10.
Npr.

$$1 + 9 = 10, \quad 2 + 8 = 10 \quad \text{ili} \quad 3 + 7 = 10.$$

Igra memorije 10 (u skupu prirodnih brojeva s nulom)

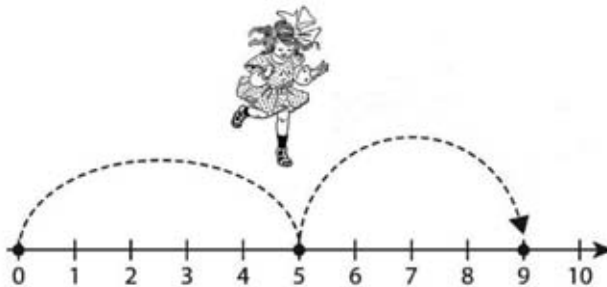
Učenici igraju u parovima. Moraju pronaći parove brojeva iste boje koji, zbrojeni, daju 10.

0	1	2	3
4	5	5	6
7	8	9	10

Slika 12. Primjer kartica za igru memorije

Brojevni pravac

Učitelj na podu učionice crta brojevni pravac. Učenici, skakućući po brojevnom pravcu, modeliraju zadatke zbrajanja i oduzimanja.

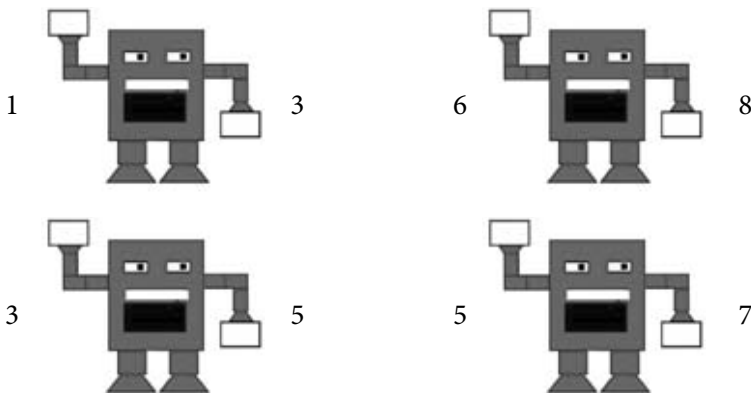


$$5 + 4 = 9$$

Slika 13. Primjer zadatka s brojevnim pravcem

Pogodi moje pravilo

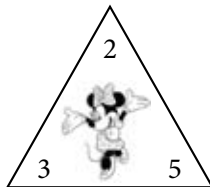
Učitelj na ploču upisuje ulaznu vrijednost u „stroj” te njoj pridruženu izlaznu vrijednost. Učenici pogađaju koje je pravilo „stroja”.



Slika 14. Primjeri stroja i ulaznih/izlaznih vrijednosti

Ispričaj priču

Svaki učenik dobiva trokut u kojemu su upisana neka tri broja tako da zbroj dvaju brojeva bude jednak trećem broju. Svaki učenik treba napisati što više brojevnih rečenica koje povezuju zadane brojeve te osmisliti priču (napisati zadatak riječima) u kojoj se upotrebljavaju zadani brojevi.



Slika 15. Primjer trokuta s brojevima

Matematički lanac

Učitelj objašnjava učenicima da će odigrati timsku igru. Ako ne prekinu lanac, bit će nagrađeni (bombonom, 5 minuta duljom igrom na dvorištu, itd.). Svaki učenik dobiva jednu karticu. Početna kartica je označena. Učenik koji počinje, čita svoju karticu. Učenici računaju rješenje zadatka, a učenik koji ima broj koji odgovara rješenju zadatka s kartice - sljedeći čita zadatak sa svoje kartice. Lanac se nastavlja sve dok se ne dođe do broja koji je napisan na početnoj kartici. U prvom razredu broj igrača ne može biti veći od 21 (brojevi mogu biti od 0 do 20). Napomena: Primijetite da je rješenje posljednje kartice jednako broju na prvoj kartici.

Ja imam broj 3. Tko ima za 2 manji broj?	Ja imam 1. Tko ima za 1 veći broj?	Ja imam 2. Tko ima za 2 manji broj?
Ja imam 0. Tko ima za 4 više?	Ja imam 4. Tko ima za 2 više?	Ja imam 6. Tko ima za 1 manje?
Ja imam 5. Tko ima za 7 više?	Ja imam 12. Tko ima za 5 manje?	Ja imam 7. Tko ima za 4 manje?

Slika 16. Primjer matematičkog lanca za devet učenika

S obzirom da ova aktivnost iziskuje značajnu koncentraciju i pažljivo slušanje, u početku je dobro samo nekoliko kartica povezati u lanac, dok su ostale kartice viškovi koji nisu dijelovi toga lanca. (Naravno, učenici ne znaju koje su kartice dio lanca, a koji su viškovi.) Učenici su uspjeli ako lanac dovedu kraju bez obzira jesu li svi učenici pročitali svoju karticu. Lanac se s vremenom može produžavati, a učenici se mogu sami sa sobom natjecati koliko su dugi lanac uspjeli dovršiti.

Tombola

U zadanu tablicu učenici upisuju bilo kojih devet brojeva od 0 do 20, uključujući brojeve 0 i 20. Svaki broj koriste samo jednom. Brojevi ne moraju biti napisani po redu. Učitelj zatim čita matematičke zadatke (npr. $2 + 3$, $7 - 4$...), a učenici izračunavaju zbroj ili razliku. Ukoliko je rješenje zadanog zadatka napisano u njihovoj tablici, učenici prekriže broj u tablici. Prvi učenik koji ima prekržena tri broja u istome stupcu ili istome retku - pobjeđuje. Napomena: Učitelj pri izradi zadataka mora paziti da se svaki broj od 0 do 20 u rješenju pojavljuje točno jednom.

12	15	7
1	11	0
6	19	9

Slika 17. Primjer ispunjenog listića za tombolu

U početku bi zbog jednostavnosti bilo dobro da učitelj unaprijed pripremi tablice u koje su upisani brojevi za svakog učenika (naravno, svaka tablica mora biti različita), a nakon što dobro upoznaju igru, učenici brojeve u tablicu mogu početi upisivati sami.

Istraživanje

Na najjednostavniji način izračunaj:

$$2 + 4 + 8$$

$$3 + 2 + 7$$

$$5 + 2 + 5$$

$$4 + 3 + 7$$

$$1 + 9 + 6$$

Za svaki zadatak objasni način na koji si zbrojio brojeve. Na kraju se uspoređuju načini zbrajanja i komentira se učinkovitost pojedinih metoda.

Domino-pločice

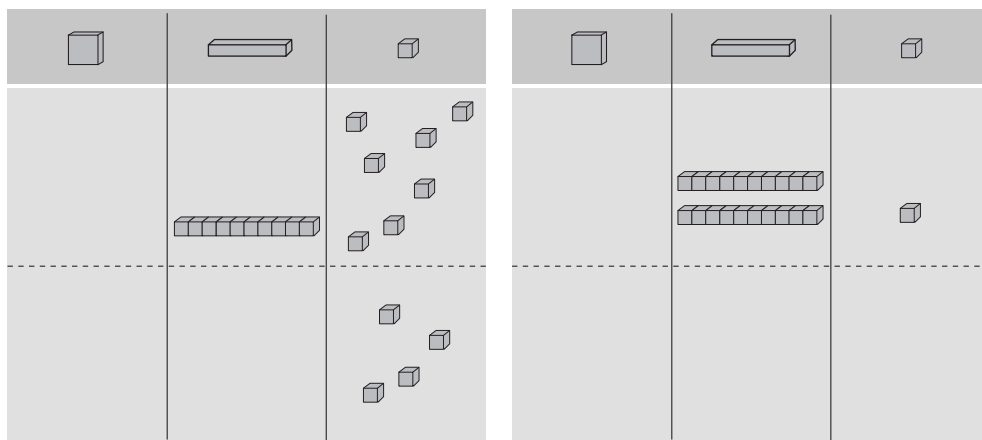
Učenici igraju u skupinama od tri učenika. Svaka skupina dobiva domino-pločice i dijeli ih na tri jednaka dijela. Učenici bez gledanja postave svoje pločice licem prema dolje te ih promiješaju. Svaki učenik izvlači jednu domino-pločicu te zbraja brojeve prikazane na pločici. Učenik s najvećim zbrojem zadržava sve domino-pločice iz tog kruga, okreće ih naopačke te ih promiješa s ostalima. Pobjednik je učenik koji, nakon što je prošlo zadano vrijeme, ostane s najvećim brojem domino-pločica ili onaj koji osvoji sve domino-pločice. Igra se može prilagoditi i za oduzimanje, tako da učenici oduzimaju manji broj od većeg.



Slika 18. Primjer domino-pločice i zbroja

Zbrajanje i oduzimanje s modelima baze 10

Pri zbrajanju i oduzimanju s prijelazom posebno su korisni modeli jedinica, desetica i stotica. Primjerice, pri zbrajanju brojeva 17 i 4 učenici uzimaju jednu deseticu i sedam jedinica za broj 17, te četiri jedinice za broj četiri. Učenici zatim spajaju jedinice dok ne dođu do deset i zamjenjuju ih za jednu deseticu. Učenici zatim određuju zbroj brojeva 17 i 4.



Slika 19. Uporaba modela za zbrajanje brojeva 17 i 4

Ukoliko imate pristup računalu, možete koristiti aplikaciju za zbrajanje pomoću modela baze 10 na internetskim stranicama *National Library of Virtual Manipulatives (Number&Operations, Base block addition)*.

Strategije zbrajanja

Učenicima treba što češće dopustiti da sami otkrivaju svoje strategije rješavanja problema. Primjerice, prije nego im se pokaže algoritam zbrajanja dvoznamenkastih brojeva u drugome razredu, treba im dopustiti da sami pronađu strategije kojima će riješiti zadatak kao što je $23 + 34$. Neki će možda posegnuti za modelima baze 10, dok će drugi možda zasebno zbrojiti znamenke jedinica, a zasebno znamenke desetice - i tako doći do rješenja zadatka. Strategije na kraju treba usporediti i prokomentirati.

U početku će opisane aktivnosti zahtijevati puno pripreme te puno strpljenja pri zadavanju uputa učenicima. Svaku aktivnost treba dobro opisati, pokazati nekoliko primjera, te nekoliko zadataka riješiti zajedno s učenicima. No kasnije, kad se učenici naviknu na takav način rada, bit će puno lakše. Opisane aktivnosti mogu se, uz modifikaciju, provoditi i u kasnijim razredima.

Literatura:

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams J. M. (2008). *Elementary and Middle School Mathematics – Teaching Developmentally 7th ed.* Boston: Allyn & Bacon.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) *Principles and standards for School Mathematics*. NCTM, Reston, VA.

National Library of Virtual Manipulatives. Dostupno na stranicama: <http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>

Illuminations. Dostupno na stranicama: <http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L53>

5. KONGRES NASTAVNIKA MATEMATIKE REPUBLIKE HRVATSKE

Hrvatsko matematičko društvo je, u suorganizaciji s Agencijom za odgoj i obrazovanje RH te uz pokroviteljstvo Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske, zakazalo **5. kongres nastavnika matematike**. Kongres će se održati u Zagrebu od 3. do 5. srpnja 2012. godine, u prostorima Prirodoslovno-matematičkog fakulteta.

Predavanja i radionice bit će organizirane u tri sekcije – za učitelje razredne nastave, za učitelje matematike u osnovnoj školi te za nastavnike matematike u srednjim školama.

Ovaj stručni skup bit će u potpunosti posvećen promjenama u nastavi matematike. Predavanja i priopćenja održat će naši najznačajniji matematičari, najugledniji i najiskusniji sveučilišni i školski nastavnici, savjetnici Agencije za odgoj i obrazovanje, profesori savjetnici i mentori, voditelji županijskih aktiva, te pozvani gosti iz drugih struka kao i iz inozemstva.

Detaljnije obavijesti i rokove za prijavu objavljuvat ćemo na internetskoj stranici Hrvatskog matematičkog društva www.matematika.hr.