

# Sudoku

Rudi Mrazović

U posljednjih nekoliko mjeseci vodeći hrvatski dnevni listovi počeli su uz standardne skandinavke objavljivati i dvije vrste mozgalica: sudoku i kakuro. **Sudoku** je zasigurno mnogo poznatija i popularnija. *O čemu se tu radi?*

Sudoku se sastoji od tablice  $9 \times 9$  koja je podijeljena na 9 manjih tablica  $3 \times 3$ . Na početku su u nekim poljima upisani brojevi od 1 do 9. Cilj je ispuniti preostala prazna polja također brojevima od 1 do 9 tako da su unutar svakog retka, stupca i kvadrata  $3 \times 3$  svi brojevi različiti. Sudoku je stekao popularnost kakvu jedna **logičko-matematička mozgalica** ne pamti još od početka 80-ih godina prošlog stoljeća i slavne **Rubikove kocke**. Danas gotovo sve poznatije dnevne novine u svijetu na posljednjoj stranici sadrže nekoliko sudokua koji zabavljaju čitatelje. Što je razlog takvoj popularnosti? Najvjerojatnije jednostavnost pravila, raznolikost, kao i zabavnost rješavanja.

## Povijest

Prvi sudoku objavljen je još davne 1979. godine, a izmislio ga je **Howard Garns**, 74-godišnji arhitekt koji se u slobodno vrijeme bavio sastavljanjem i osmišljavanjem mozgalica. Garns je bio inspiriran **latinskim kvadratima** koje je u matematiku uveo slavni švicarski matematičar **Leonhard Euler**<sup>1</sup>. Latinski kvadrat je tablica sastavljena od  $n$  redaka i  $n$  stupaca u koju su upisani brojevi od 1 do  $n$  tako da su brojevi u svakom retku i stupcu različiti. Euler se nekada bavljao izračunavanjem broja latinskih kvadrata s  $n$  redaka, a Garns je uveo i treći kriterij - da unutar određenih područja brojevi također trebaju biti različiti i tako se rodio sudoku. Iako je prvi sudoku objavljen u SAD-u, tamo je ostao nezapažen, već ga je 1986. jedan japanski časopis počeo redovito objavljivati pa je tako u Zemlji Izlazećeg Sunca polako rasla njegova popularnost, otuda dolazi njegovo ime. Početkom ovog stoljeća počinju ga objavljivati poneke novine izvan Japana, a pravi 'bum' dolazi s početkom 2005. godine kada ga počinju objavljivati najpoznatije britanske i američke novine (kao *Daily Mirror*, *Time*, *Washington Post*, *New York Times*...).

<sup>1</sup>Leonhard Euler (1707. – 1783.), švicarski matematičar. Za više vidi: *Zenon Pavić*: Leonhard Euler, *PlayMath* br. 2(2003.), str. 35-37.

## Matematika sudokua

Općeniti slučaj rješavanja sudokua dimenzija  $n^2 \times n^2$  spada u **NP-potpune probleme**. (Više o NP problemima vidi u knjizi [1].) Ovakav podatak daje naznaku zašto nije baš svaki sudoku lako riješiti, čak ni najiskusnijim rješavačima. Kao i svaki NP problem i ovaj se može izraziti pomoću problema bojanja grafa. Radi se o bojanju grafa u 9 boja ako su neki vrhovi već obojani. Drugim riječima, naš se graf sastoji od 81 vrha, koje označimo kao uređene parove  $(x, y)$ , gdje su  $x$  i  $y$  prirodni brojevi između 1 i 9. Dva vrha  $(x, y)$  i  $(x', y')$  spojiti ćemo bridom ako i samo ako je

- $x = x'$  ili
- $y = y'$  ili
- $[x/3] = [x'/3]$  i  $[y/3] = [y'/3]$ .

Sada treba svaki vrh obojati u jednu od 9 boja koje su nam na raspolaganju tako da nikoja dva vrha spojena bridom ne budu obojana istom bojom.

						1	
4							
	2						
			5	4	7		
		8			3		
		1	9				
3			4		2		
	5		1				
			8	6			

Slika 1.

Svaki pravilno ispunjeni sudoku je i latinski kvadrat. Naravno, broj sudokua daleko je manji od broja latinskih kvadrata odgovarajuće dimenzije ( $9 \times 9$ ). Izračunato je da broj pravilno ispunjenih sudokua iznosi  $9! \cdot 72^2 \cdot 2^7 \cdot 27704267971$  (ili ako radije želite: 6670903752021072936960). Broj pravilno ispunjenih sudokua dimenzija  $16 \times 16$  još je uvijek *otvoren* problem.

Možda se netko zapitao koliki je minimalni broj zadanih brojeva na početku takav da postoji jedinstveno rješenje. Odgovor na ovo pitanje također se ne zna. Najmanji broj za koji se do sada našao primjer je 17. Jedan od primjera sudokua sa 17 zadanih brojeva je gore prikazan.

### Rješavanje sudokua

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Slika 2.

Jedino što zahtijeva rješavanje sudokua je logičko razmišljanje. Sudoku sigurno nije lako riješiti. Ipak, težina može varirati od lakih do izuzetno teških. Ono što je važno napomenuti jest da je za težinu daleko važniji raspored i položaj zadanih brojeva, nego njihova količina. Sudoku srednje težine (kakav je gore prikazan) nekom tko se prvi puta susreće s ovom mozgalicom vjerojatno će oduzeti preko pola sata. Ipak, s većim broj riješenih sudokua stječe se iskustvo pa se tako ovaj rezultat može spustiti ispod pola sata pa i 20 minuta. Još iskusniji rješavatelji mogu ga riješiti i za manje od 10 minuta, a oni rijetki i za manje od 5 minuta.

### Inačice sudokua

Kako su Internet i dnevne novine prepune klasičnih sudokua mi vam nudimo da se okušate u rješavanju nekih varijacija sudokua koje su u najmanju ruku jednako zanimljive kao klasični. U svakoj inačici vrijede pravila za klasični, ali i neka dodatna.

### Dijagonalni sudoku

Na svakoj dijagonali brojevi moraju biti različiti.

9			5					
			1	2			6	
							5	3
		8	7					
6		4				5		9
					2	3		
	7							
	1			4	5			
					3			4

Slika 3.

### Par-nepar sudoku

Na sivim poljima su parni, a na bijelim neparni brojevi.

				8	3			
3			1			4		
						1		
							6	
				9				
	7							
		4						
		5			1			7
			9	6				

Slika 4.

### Sudoku 147

U poljima s (praznim) krugom nalazi se jedan od brojeva 1, 2, 3, u poljima s kvadratom jedan od brojeva 4, 5, 6, a u svakom preostalom polju jedan od brojeva 7, 8, 9.

	○			○	5		○
○		○		○			
		9			○	○	○
			○	3			○
○	○		○				
6	○		○			7	○
		○		○		○	
○		8		○		○	

Slika 5.

### Sudoku sa zbrojevima

U svakom dodatno označenom području brojevi su različiti, a broj uz svako područje označuje njihov zbroj.

14	7			22			11		14
	8	9		8		7		12	
15			13		6				4
	11		16	10				15	
19						21			
3		18	11			11			16
	4			13		14	5		
10		5			19			7	
	15					12			

Slika 6.

### Sudoku sa dodatnim područjima

U tamnosivom području svi brojevi moraju biti različiti, a isto vrijedi i za svjetlosivo područje.

5							7	8
	9	4						3
	1							
	2	1						
8								7
							5	8
								2
3							1	4
2	7							9

Slika 7.

### Multisudoku

Obje tablice  $9 \times 9$  moraju predstavljati pravilno ispunjeni sudoku.

			6		2	5		
				3		6		
					9		2	4
5			6		7		8	
	7		8		5		4	
6		4	7					1
3	6		5				8	
		7	8				2	7
		1	2		6			

6					7		2	3
	5		3		6		1	
8		3		5				9
9	2		5					
		4		8				
		6	1		4			

Slika 8.

### Literatura

- [1] Veljan D., Kombinatorna i diskretna matematika, Algoritam, Zagreb, 2001.
- [2] *Razne web-stranice*
- [3] *Razne novine*

RJEŠENJA SUDOKUA NA STRANICI 56.